

DISEÑO ESTRUCTURAL I

Carrera de **Arquitectura**

Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de Cuyo



GUÍA DE ESTUDIO 3A PARTE 1 EQUILIBRIO

Objetivos

La presente guía, tiene por objetivo orientar al alumno en el estudio de los temas y contenidos presentados en la misma. Esta guía debe ser adecuadamente complementada con la bibliografía recomendada, las notas de clase y las consultas con los docentes de la asignatura.

FUERZAS

Desde el punto de vista estructural, denominaremos **fuerza**, a toda causa que interactuando con un elemento particular de una estructura produce una deformación del mismo. Entendemos por deformación, al cambio de la forma original del elemento estructural considerado.

El modo de acción de una fuerza puede ser a distancia o de contacto. Ejemplo de fuerzas a distancia lo constituyen aquellas generadas por la gravedad terrestre, a las cuales denominaremos fuerzas gravitatorias, entre las que citamos el peso propio de los elementos constituyentes de la estructura. Ejemplo de fuerzas de contacto son aquellas generadas por la nieve o por el viento entre otras.

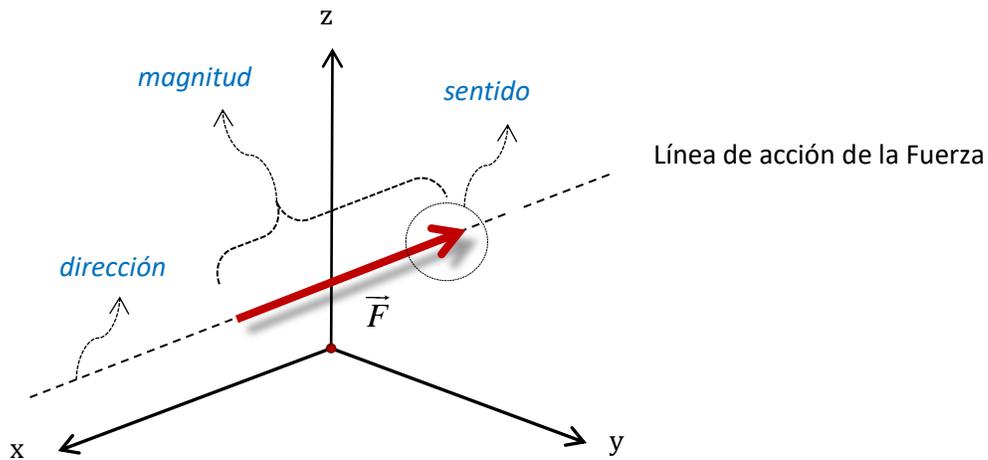
En el ámbito del curso de Diseño Estructural, llamaremos **fuerza exterior** o **carga exterior** a la fuerza o sistema de fuerzas que provienen de la interacción entre el elemento estructural considerado y el entorno en el cual la misma se encuentra ubicada.

Representación vectorial de fuerzas: Aquellas cantidades físicas que poseen una cierta magnitud, dirección y sentido, pueden ser representadas adecuadamente por medio de un **vector**. De esta manera resulta ventajoso representar una fuerza a

partir de conceptos vectoriales de manera que la misma puede ser indicada gráfica y vectorialmente por un segmento de recta dirigido, por lo cual tendremos que:

- La longitud del segmento indica la **magnitud** de la fuerza en una escala adecuada.
- La dirección del segmento dirigido, indica la **dirección** de la fuerza en el espacio.
- El extremo del segmento dirigido indica el **sentido** de la fuerza que representa.

La siguiente figura muestra un esquema de la representación vectorial de una fuerza con sus elementos:



Unidades de medida de fuerzas: las unidades básicas correspondientes al Sistema Internacional de Unidades (S.I.), son las siguientes:

Magnitud	Unidad	Simbología
<u>longitud</u>	metro	m
<u>masa</u>	kilogramo	kg
<u>tiempo</u>	segundo	s

De acuerdo a la segunda **Ley de Newton**, la fuerza neta impuesta sobre un cuerpo de masa m , es igual al producto de su masa por su aceleración, de manera que la unidad de fuerza en el S.I., es una unidad derivada que recibe el nombre de **Newton**

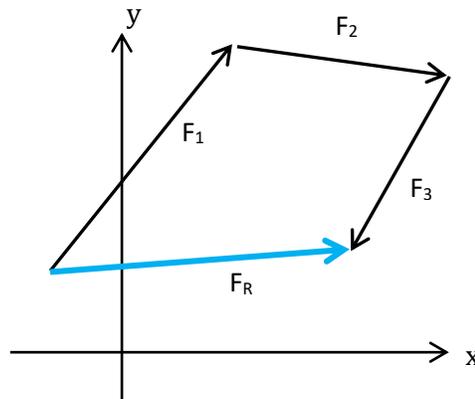
(N). Debido a que 1 Newton constituye una fuerza de pequeña magnitud en relación a las fuerzas que comúnmente se manejan en el diseño estructural, es normal en la práctica utilizar el múltiplo decimal de las unidades base 'kilo', según la siguiente equivalencia:

$$1000\text{N}=1\text{kN} \text{ (1kilo Newton)}$$

Operaciones básicas con fuerzas: La representación de fuerzas por medio de vectores, brinda la herramienta ideal para operar adecuadamente con ellas y permite definir algunas operaciones básicas. En particular el estudio de la **Estática Aplicada** requiere el conocimiento y dominio de las siguientes operaciones fundamentales entre fuerzas.

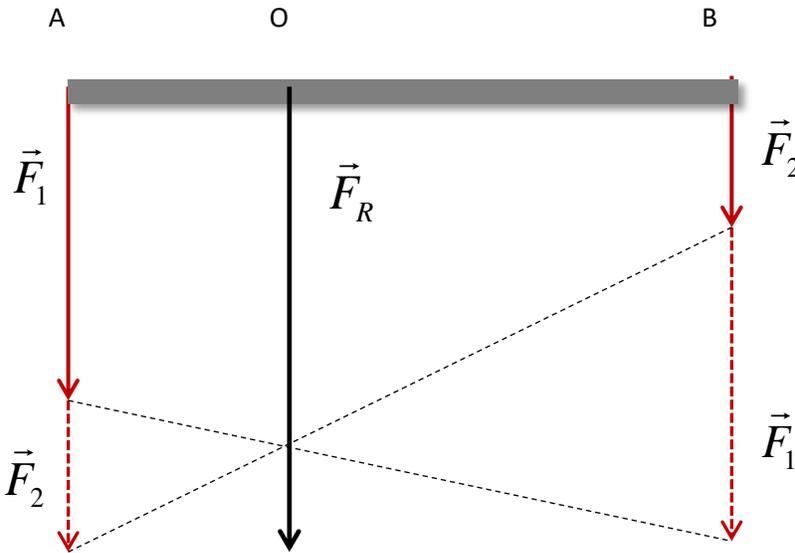
Igualdad de fuerzas: dos fuerzas son iguales cuando poseen la misma magnitud, la misma dirección e igual sentido.

Suma de fuerzas de direcciones concurrentes: Se puede utilizar el conocido método del paralelogramo cuando las fuerzas a sumar son dos, o el denominado método de la poligonal, tal como se aprecia en la siguiente figura, cuando es necesario sumar dos o más fuerzas:



Suma de fuerzas de direcciones paralelas: En este caso las fuerzas paralelas pueden ser de igual sentido o de sentido contrario. En el caso de fuerzas paralelas de igual sentido, la intensidad de la fuerza resultante es igual a la suma algebraica de las magnitudes de las fuerzas dadas. La dirección de la fuerza resultante es paralela a

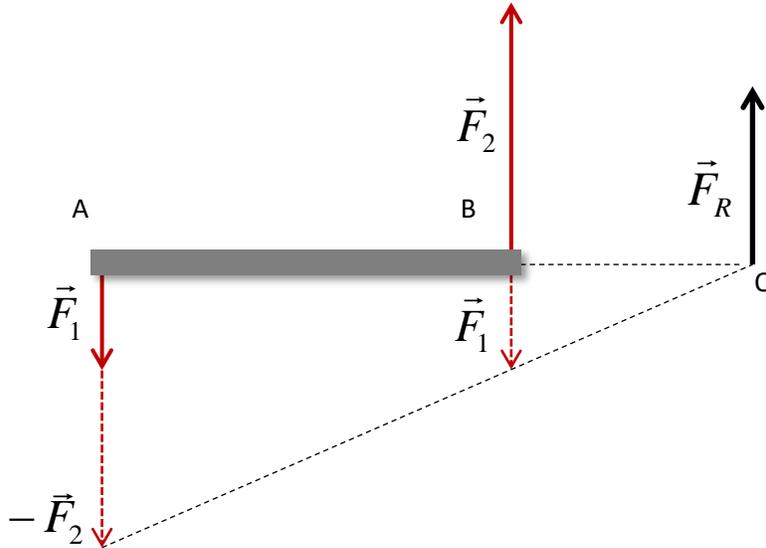
la dirección de las fuerzas dadas. El sentido de la fuerza resultante es igual al sentido de las fuerzas dadas. El procedimiento gráfico para encontrar la posición de la fuerza resultante se puede apreciar en el siguiente gráfico:



A partir del procedimiento gráfico es posible determinar el punto de aplicación de la fuerza resultante. Del análisis geométrico de la gráfica se observan las relaciones geométricas involucradas. El punto de aplicación 'O' de la fuerza resultante se obtiene a partir de la denominada relación de Stevin:

$$\frac{F_1}{OB} = \frac{F_2}{AO} = \frac{F_R}{AB}$$

En el caso de fuerzas paralelas que posean sentido contrario, la intensidad de la fuerza resultante también es igual a la suma algebraica de las intensidades de las fuerzas dadas. Por su parte la dirección de la fuerza resultante resulta paralela a la dirección de las fuerzas dadas. El sentido de la fuerza resultante es el sentido de la fuerza dada de mayor intensidad. El procedimiento gráfico se puede observar en la figura siguiente, en la cual se determina el punto de aplicación de la fuerza resultante de las fuerzas dadas y se visualizan las relaciones geométricas involucradas en su determinación.



De la misma manera que en el caso anterior, el punto de aplicación ‘O’ de la fuerza resultante se obtiene a partir de la denominada relación de Stevin. El punto de aplicación ‘O’ de la fuerza resultante en el presente caso se encuentra fuera del segmento de unión de las fuerzas dadas, ubicado sobre la prolongación de dicho segmento del lado que se encuentra la fuerza de mayor intensidad.

$$\frac{F_1}{OB} = \frac{F_2}{AO} = \frac{F_R}{AB}$$

Producto de una fuerza por un escalar: en este caso cuando se multiplica una fuerza por un escalar se obtiene por resultado una nueva fuerza que posee la misma dirección que la fuerza dada. Su magnitud es igual a la magnitud de la fuerza dada multiplicada por el escalar. Su sentido puede ser igual o contrario a la fuerza dada, según sea el escalar positivo o negativo.

DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS

Es posible descomponer una fuerza en dos direcciones. Las fuerzas halladas, se denominan componentes de la fuerza dada, según las direcciones definidas. Desde el punto de vista analítico, si las direcciones de descomposición son perpendiculares entre sí se cumplen las siguientes expresiones:

$$\overline{F_{1x}} = \overline{F_1} \cos \alpha$$

$$\overline{F_{1y}} = \overline{F_1} \sin \alpha$$

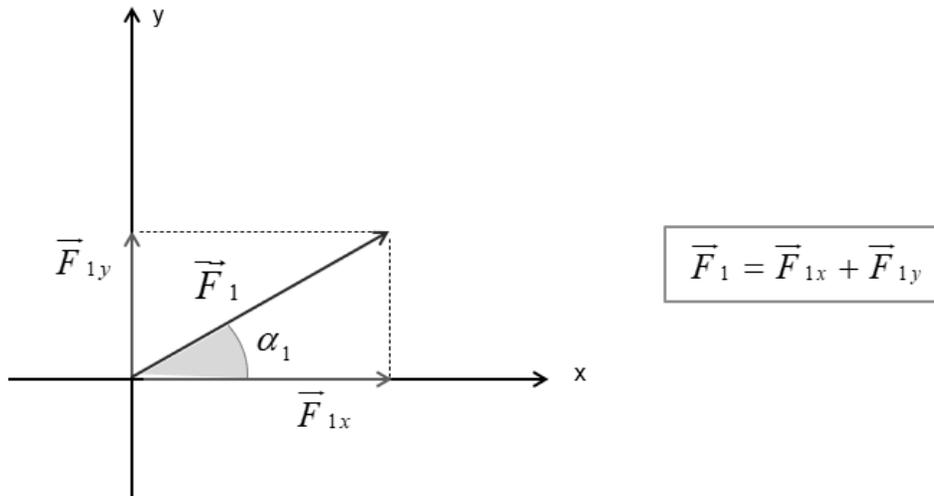
En caso de conocer las componentes según dos direcciones perpendiculares entre sí x e y, la fuerza resultante puede ser obtenida de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$\overline{F_1} = \overline{F_{1x}} + \overline{F_{1y}}$$

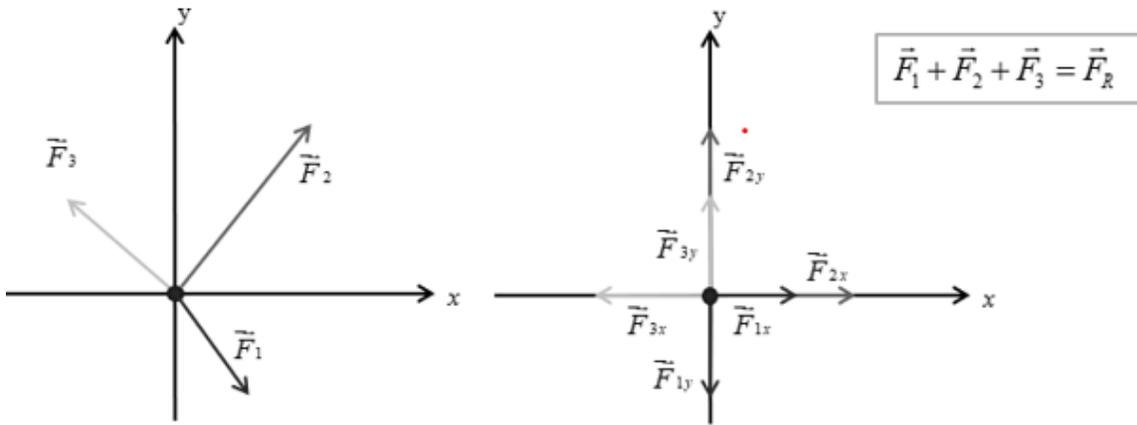
$$\|F_1\| = \sqrt{\|F_{1x}\|^2 + \|F_{1y}\|^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{\|F_{1y}\|}{\|F_{1x}\|}$$

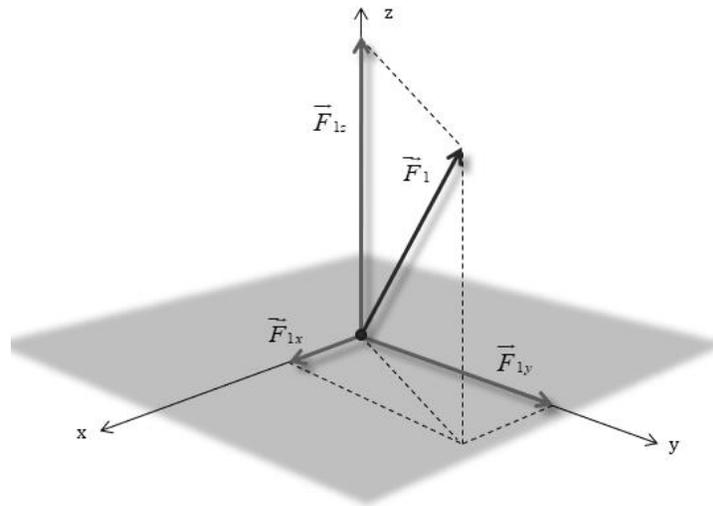
El problema presentado se puede observar en la siguiente figura para el caso de dos direcciones, en donde se aprecian los vectores involucrados, la fuerza dada F1 y sus componentes según dos direcciones perpendiculares entre sí en un sistema de referencia cartesiano:



En el caso de considerar un sistema dado por más de una fuerza, por ejemplo, tres fuerzas concurrentes aplicadas en el origen de coordenadas, tendremos el esquema vectorial que puede observarse en la siguiente figura:



Lo descrito anteriormente también tiene validez en el espacio de tres dimensiones. En dicho caso las correspondientes componentes son tres. Si las direcciones consideradas son perpendiculares entre sí, el problema se puede observar en la siguiente figura:



ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Es el proceso por el cual se determinan los **esfuerzos internos** y **deformaciones** sobre cada miembro componente de una determinada estructura resistente, conocidas la configuración geométrica de la misma, sus condiciones de vinculación al terreno y la configuración de cargas exteriores actuantes sobre la misma. El análisis estructural constituye una de las sucesivas etapas del proceso de **diseño estructural**.

ESTÁTICA

Se denomina así a la disciplina o rama de la mecánica que estudia y analiza los sistemas de fuerzas en equilibrio sobre un determinado cuerpo. La **estática aplicada** al diseño estructural brinda las herramientas básicas necesarias para el dimensionamiento y la determinación precisa de deformaciones de estructuras en equilibrio, sometidas a determinados sistemas de fuerzas o acciones exteriores con condiciones determinadas de vinculación.

EQUILIBRIO

Se dice que un cuerpo que se encuentra bajo la acción de un sistema o conjunto de fuerzas dado se encuentra en **equilibrio**, cuando el mismo permanece en reposo o en movimiento a una velocidad constante.

En el caso del concepto de equilibrio aplicado al diseño estructural, el cuerpo sometido a un sistema de fuerzas exteriores es un elemento estructural o un conjunto de elementos que pertenecen a un sistema estructural. Para que se encuentren en equilibrio, bajo la acción del sistema de fuerzas exteriores actuantes, los mismos deben estar en reposo.

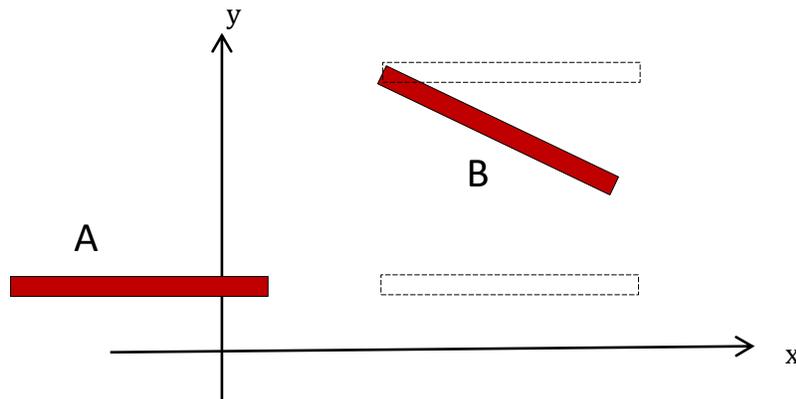
De esta manera, el equilibrio estático puede ser **estable, indiferente o inestable**, sin embargo, en el ámbito estructural el único equilibrio de interés es el equilibrio **estable**.

Una estructura perteneciente a una edificación arquitectónica se encuentra de alguna manera vinculada al terreno circundante. Los elementos que vinculan dicha estructura al terreno asegurando de determinada manera su equilibrio, se denominan **vínculos**.

Definimos a continuación dos conceptos de importancia:

Grado de libertad (GDL): los grados de libertad de un elemento estructural son la cantidad de movimientos independientes entre sí que dicho elemento es capaz de realizar. De esta manera, si tenemos por ejemplo un cuerpo longitudinal tal como una viga aislada y analizamos sus posibles movimientos en el plano en el que se

encuentra contenida, podemos decir que cualquier movimiento general de la misma siempre puede ser descompuesto en tres movimientos independientes entre sí. Esto es una traslación a lo largo del eje x , una traslación a lo largo del eje y y una rotación del cuerpo respecto a un punto determinado. En la figura siguiente es posible observar la composición de dichos movimientos para que el cuerpo ubicado en la posición A pase a la posición B. Es decir un cuerpo tal como el descrito posee en el plano $GDL=3$



En el caso de una estructura espacial, es decir cuando consideramos un elemento estructural que no se mueve en el plano, sino que se puede mover en el espacio tridimensional, sus grados de libertad son 6 ($GDL=6$). Los mismos están constituidos por tres traslaciones según los 3 ejes coordenados x , y , z y tres rotaciones alrededor de dichos ejes.

Con el objeto de impedir las traslaciones mencionadas y asegurar de esa manera el equilibrio de la estructura, es necesario disponer de dispositivos denominados **vínculos**. Los vínculos adecuadamente diseñados, restringen efectivamente los grados de libertad de una estructura o elemento estructural, de manera de asegurar dicho **equilibrio**.

Vínculo: es una condición impuesta a una estructura o elemento estructural por la cual se restringe la capacidad de movimiento de la misma en una determinada dirección.

Existen básicamente tres tipos de vínculos que vamos a utilizar en Diseño Estructural. Los mismos se clasifican según la cantidad de grados de libertad que restringen. La denominación, su representación gráfica, sus características fundamentales y las reacciones de vínculo que generan sobre la estructura se sintetizan en la siguiente Tabla:

Denominación	Representación	Dirección del movimiento restringido	Reacciones de vínculo
Vínculo de <i>primera especie</i> o <i>articulación móvil</i>		y	
Vínculo de <i>segunda especie</i> o <i>articulación fija</i>		$x - y$	
Vínculo de <i>tercera especie</i> o <i>empotramiento</i>		$x - y$ Rotación alrededor del punto A	

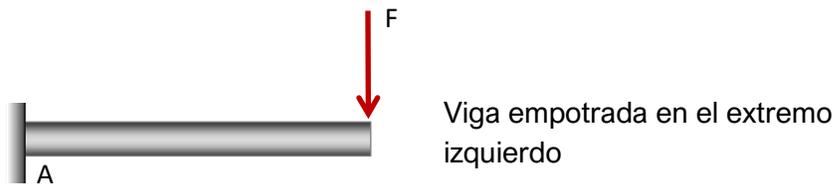
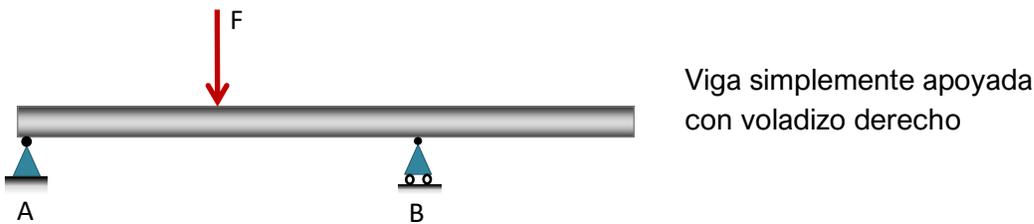
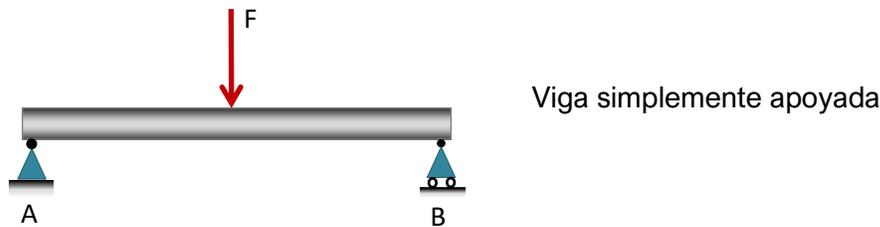
De acuerdo a la cantidad de vínculos (cantidad de restricciones de movimiento) que posee una estructura en relación a sus grados de libertad es posible clasificar a las mismas en:

Estructuras **HIPOSTÁTICAS**: son aquellas en las cuales el número de grados de libertad restringidos por los vínculos es **menor** al número de grados de libertad que posee.

Estructuras **ISOSTÁTICAS**: son aquellas en las cuales el número de grados de libertad restringidos por los vínculos es **igual** al número de grados de libertad que posee.

Estructuras **HIPERESTÁTICAS**: son aquellas en las cuales el número de grados de libertad restringidos por los vínculos es **mayor** al número de grados de libertad que posee. En este caso se dice que la estructura posee vínculos superabundantes. La diferencia entre la cantidad de grados de libertad restringidos y los grados de libertad reales de la estructura se denomina **grado de hiperestaticidad**.

Las estructuras objeto de estudio en el presente curso de Diseño Estructural serán siempre las estructuras **ISOSTÁTICAS**. Ejemplos concretos de estructuras isostáticas son los siguientes:



De acuerdo a lo que se puede observar en la Tabla presentada, cada tipo de vínculo genera la aparición de una **fuerza** en la dirección del desplazamiento que el mismo restringe. Dichas fuerzas se denominan **fuerzas reactivas** o **reacciones de vínculo**. Si el desplazamiento restringido es un giro de la estructura como en el caso del vínculo de tercera especie la reacción de vínculo es un **momento**.

De esta manera tendremos que sobre la estructura analizada necesariamente vamos a encontrar actuando simultáneamente a un sistema de **fuerzas externas**, que serán **activas** (fuerzas exteriores debidas a la interacción con el medio) y **reactivas** (generadas en los puntos de ubicación de los vínculos). Este sistema de fuerzas exteriores debe tener una resultante nula para asegurar el equilibrio de la estructura. Para el caso de estructuras analizadas en un plano bidimensional (tres grados de libertad), la condición de equilibrio implica que haya equilibrio traslacional es decir resultante con componentes nulas en las direcciones x e y , y equilibrio rotacional, es decir, el momento total de las fuerzas actuantes respecto a cualquier punto de la estructura es nulo.

Ecuaciones de equilibrio: Cuando una estructura se encuentra en equilibrio, el sistema de fuerzas externas actuante sobre la misma, no le imparte un movimiento traslacional ni rotacional. Esto, matemáticamente conduce a que un miembro estructural en equilibrio debe satisfacer las siguientes ecuaciones, denominadas **ecuaciones de equilibrio estático:**

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M_O &= 0\end{aligned}$$

Las dos primeras ecuaciones, representan las sumas algebraicas de las componentes en las direcciones x e y respectivamente, de cada una de las fuerzas que componen el sistema, tanto activas como reactivas, actuante sobre la estructura en equilibrio.

Por otra parte la tercera ecuación representa la suma algebraica (es decir con el signo correspondiente) de los momentos de todas las fuerzas externas activas y reactivas con respecto a un eje perpendicular al plano xy que pasa por un punto arbitrario O , respecto al cual se evalúan dicho momentos.

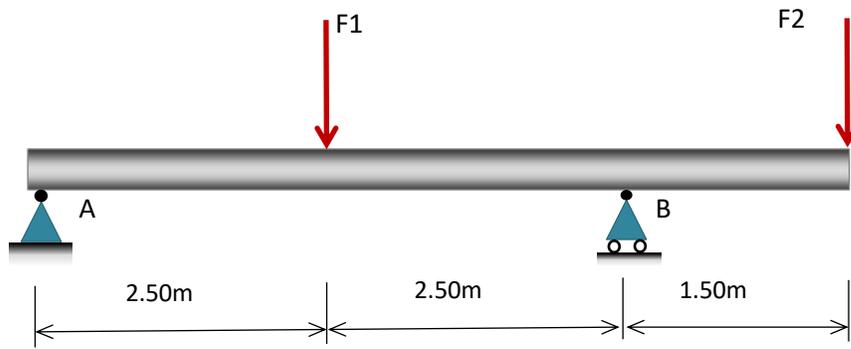
DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Para poder plantear las ecuaciones de equilibrio de las estructuras bidimensionales es necesario especificar una a una todas las fuerzas externas que actúan sobre las mismas. Tal como se mencionó, se deben especificar tanto las fuerzas activas como reactivas.

Para ello se esquematiza la estructura bajo estudio en el denominado **diagrama de cuerpo libre (DCL)**, el cual consiste en un croquis del eje o contorno de la estructura, aislada de su entorno, sobre el que se indican todas las fuerzas y momentos actuantes. Se reemplaza cada uno de los vínculos presentes por las fuerzas reactivas que los mismos generan. Un diagrama de cuerpo libre bien esquematizado, implica analizar detenidamente la estructura en estudio, identificando e indicando correctamente todos los elementos y aspectos de interés necesarios:

- Vínculos externos
- Fuerzas externas y su ubicación en la estructura bajo estudio.
- Características geométricas de la estructura. Longitud de la misma e identificación de todos los puntos de aplicación de las cargas actuantes y de sus correspondientes vínculos.
- Se debe realizar un esquema de la estructura considerada, independiente o libre de sus restricciones.
- Se debe indicar en el mencionado esquema todas las fuerzas exteriores que representan las acciones ejercidas sobre el elemento estructural y en los casos que corresponda se considera el peso propio de la misma.
- Se debe indicar en el esquema gráfico desarrollado, las reacciones en apoyos debidas a los distintos tipos de vínculos.

Ejemplo de diagrama de cuerpo libre (DCL): Sea la siguiente estructura, dada por una viga simplemente apoyada, con un voladizo en su extremo derecho y con un sistema de cargas externas activas constituido por dos fuerzas puntuales F_1 y F_2 .



A los efectos de realizar el DCL se deben reemplazar los vínculos ubicados en los puntos A y B. De esa manera, el DCL de la estructura será:

