Capítulo 9B - Conservación de la cantidad de movimiento

Presentación PowerPoint de

Paul E. Tippens, Profesor emérito

Southern Polytechnic State University

La cantidad de movimiento se conserva en el lanzamiento de este cohete. Su velocidad y carga las determinan la masa y velocidad con que expulsa los gases. Fotografía: NASA

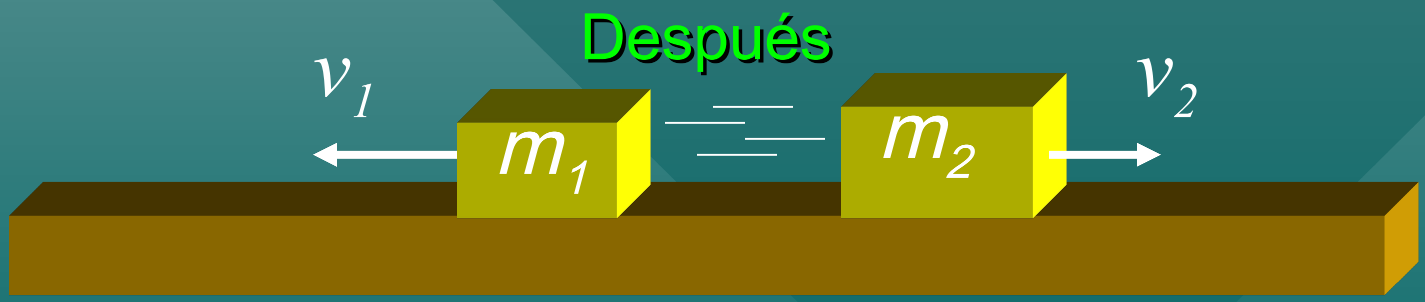
Objetivos: Después de completar este módulo, deberá:

- Conocer la ley de la conservación de la cantidad de movimiento para aplicarla en la solución de problemas.
- Distinguir la definición y ejemplos de choques elásticos e inelásticos.
- Predecir las velocidades del choque de dos cuerpos dados los coeficientes de restitución, masas y velocidades iniciales.

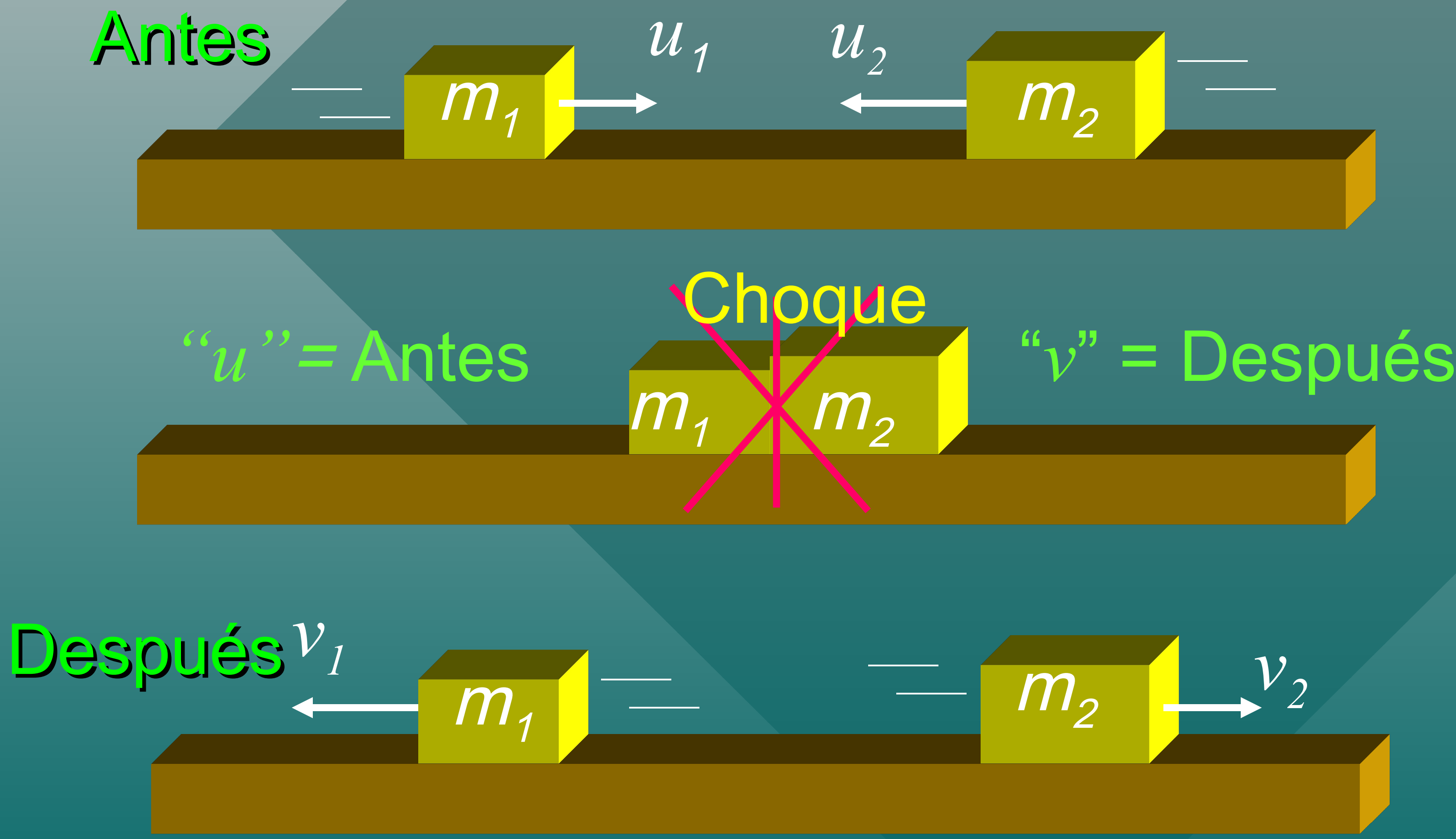
Choque de dos masas

Cuando dos masas m_1 y m_2 chocan, use el símbolo u para describir las velocidades *antes* del choque.

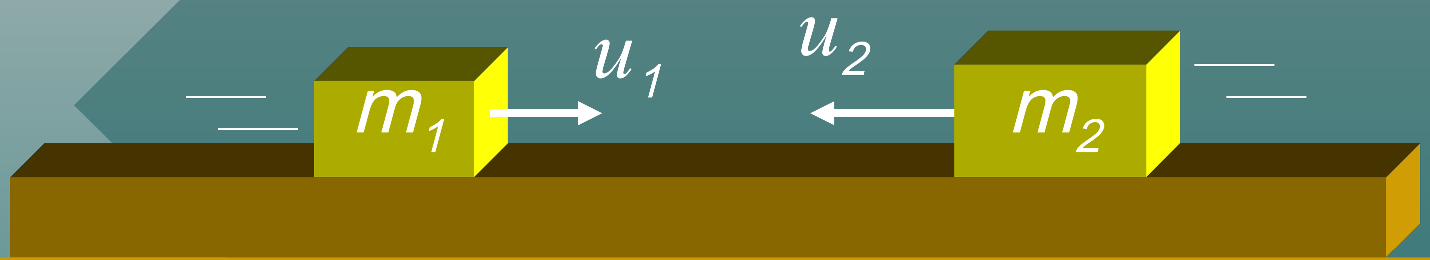
El símbolo v describe las velocidades *después* del choque.



Choque de dos bloques



Conservación de la energía

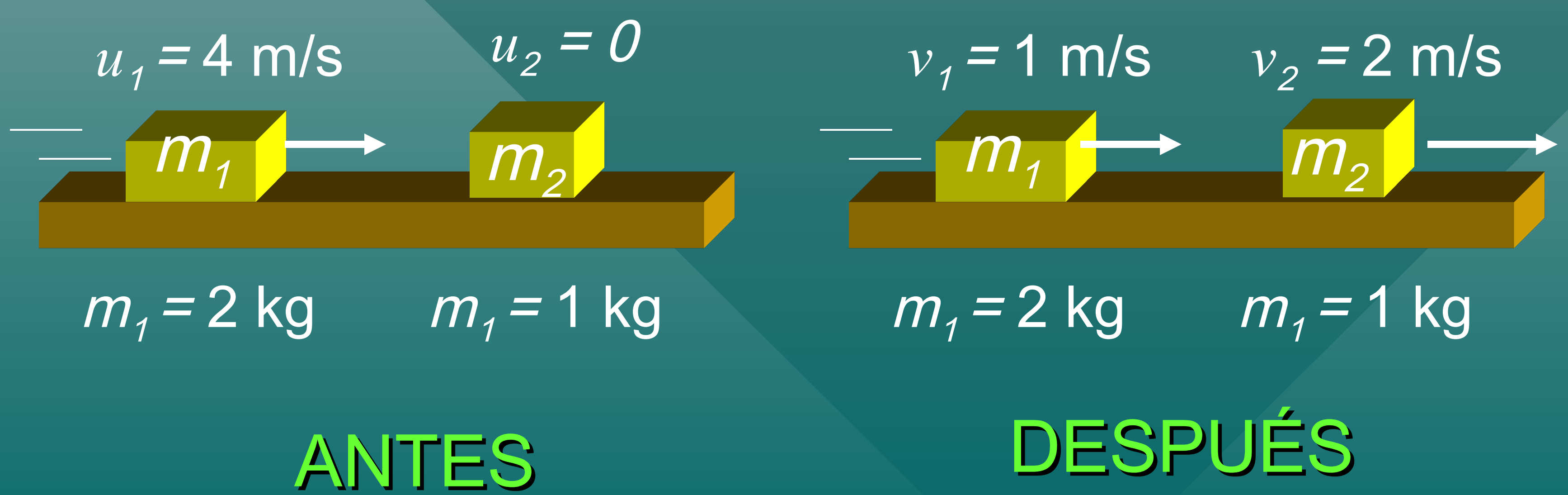


La energía cinética antes del choque es igual a la energía cinética después del choque más la energía perdida en el choque.

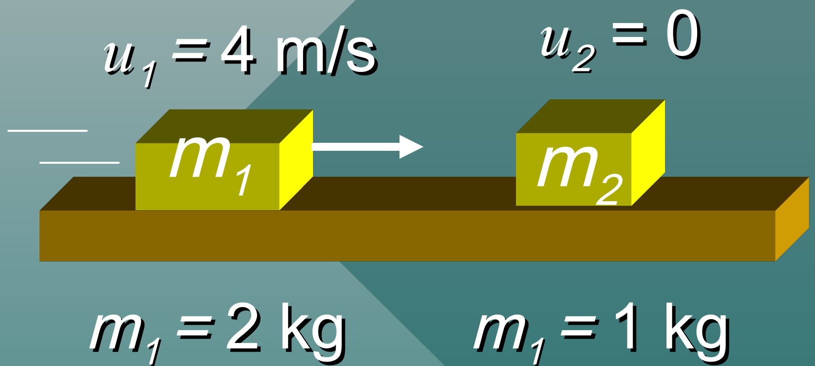
$$\tfrac{1}{2}m_1u_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2u_2^2 = \tfrac{1}{2}m_1v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2^2 + Loss$$

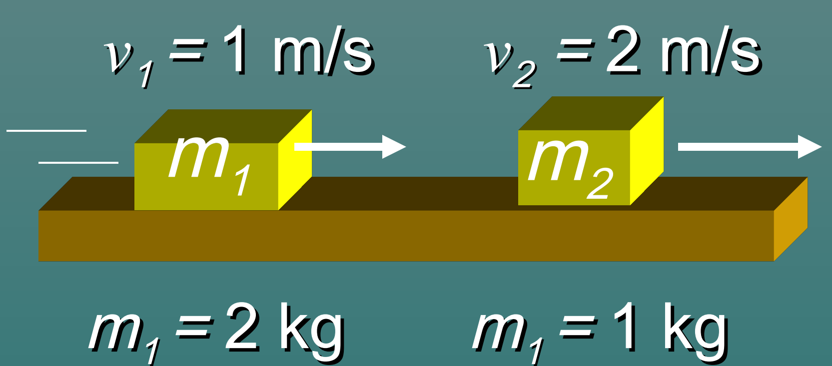
Ejemplo 1. Una masa de 2-kg se mueve a 4 m/s al chocar con otra con masa inicial, en reposo, de 1-kg. Después del choque, la masa de 2-kg se mueve a 1 m/s y la de 1-kg a 3 m/s. ¿Cuánta energía se perdió en la colisión?

Es importante trazar un dibujo con los símbolos y la información apropiados.



Ejemplo 1 (continuación). ¿Cuánta energía se perdió en el choque? La energía se conservó.





ANTES: $\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}(2\text{ kg})(4\text{ m/s})^2 + 0 = 16\text{ J}$

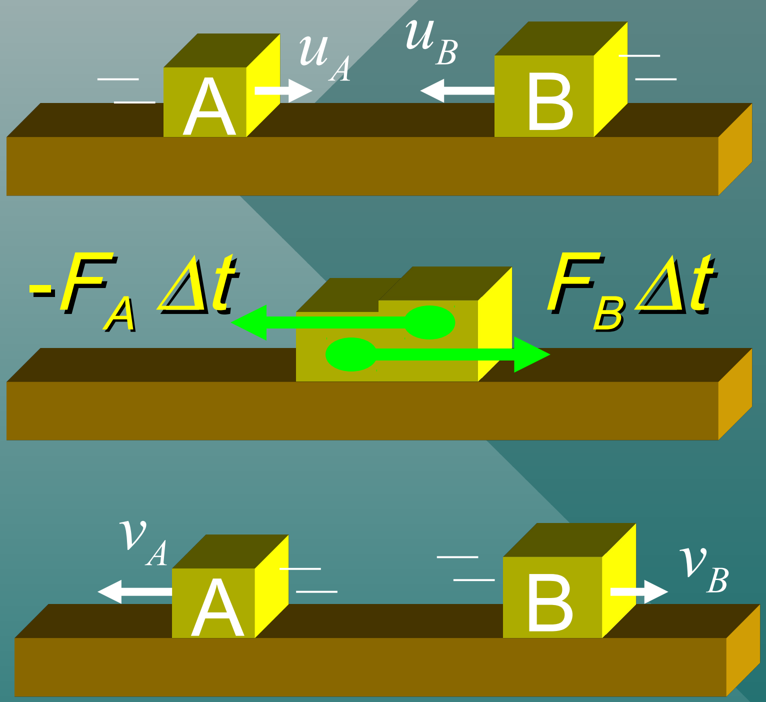
DESPUÉS: $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}(2\text{ kg})(1\text{ m/s})^2 + \frac{1}{2}(1\text{ kg})(2\text{ m/s})^2 =$

Conservación de la energía: K(Antes) = K(Después) + Pérdida

Pérdida = 16 J – 3 J

$\boxed{\text{Energía perdida = 15 J}}$

Impulso y cantidad de movimiento



Impulso = Δp

$$F\Delta t = mv_f - mv_o$$

Opuesto pero igual $F\ \Delta t$

$$F_B\Delta t = -F_A\Delta t$$

$$m_B v_B - m_B u_B = -(m_A v_A - m_A u_A)$$

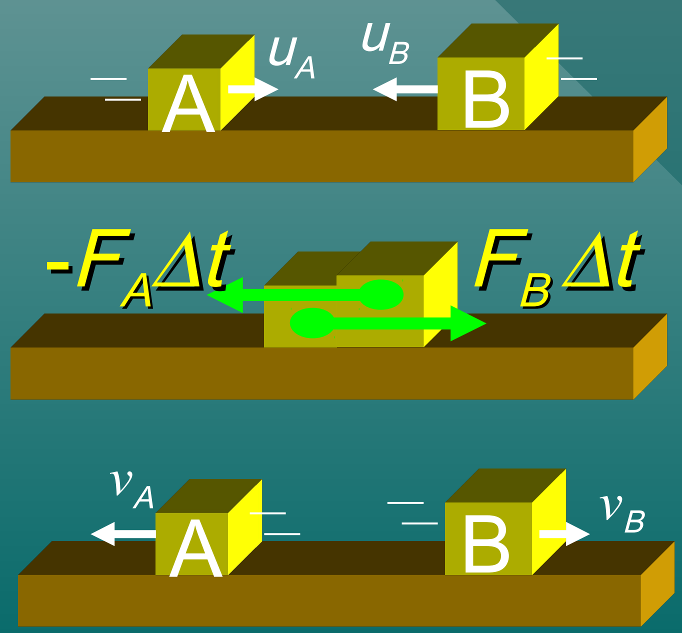
Simplificación:

$$\boxed{m_A v_A + m_B v_B = m_A u_A + m_B u_B}$$

Conservación de la cantidad de movimiento

La cantidad de movimiento total DESPUÉS del choque es igual a la cantidad de movimiento total ANTES del choque.

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A u_A + m_A u_A$$

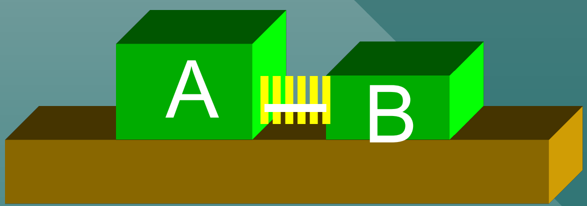


Recuerde que la energía total también se conserva:

Energía cinética: $K = \frac{1}{2}mv^2$

$$K_{B0} + K_{B0} = K_{Af} + K_{Bf} + \text{Pérdida}$$

Ejemplo 2: Un bloque de 2-kg A y otro de 1-kg, B, atados a una cuerda, son impulsados por un resorte. Cuando la cuerda se rompe, el bloque de 1-kg se mueve ahacia la derecha a 8 m/s. ¿Cuál es la velocidad del bloque de 2 kg?

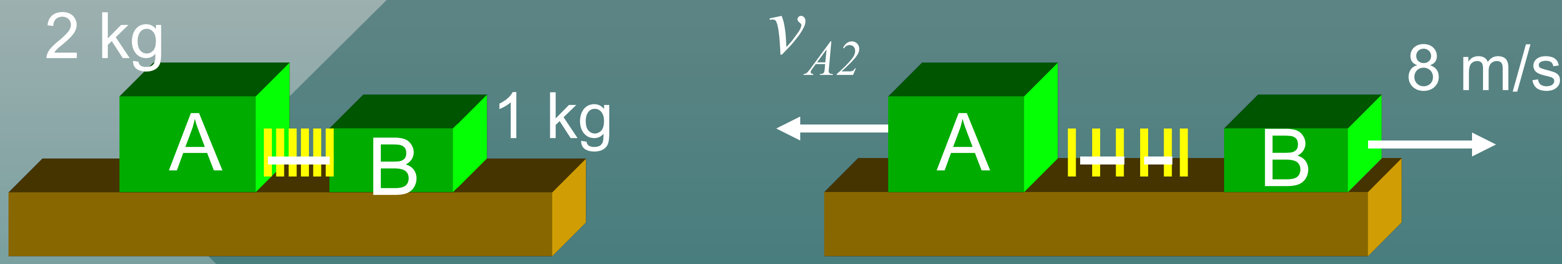


Las velocidades iniciales eran cero, así que la cantidad de movimiento total liberada antes es cero.

$$m_A v_A + m_B v_B = \cancelto{0}{m_A u_A} + \cancelto{0}{m_B u_B}$$

$$m_A v_A = -\, m_B v_B \qquad v_A = -\frac{m_B v_B}{m_A}$$

Ejemplo 2 (continuación)



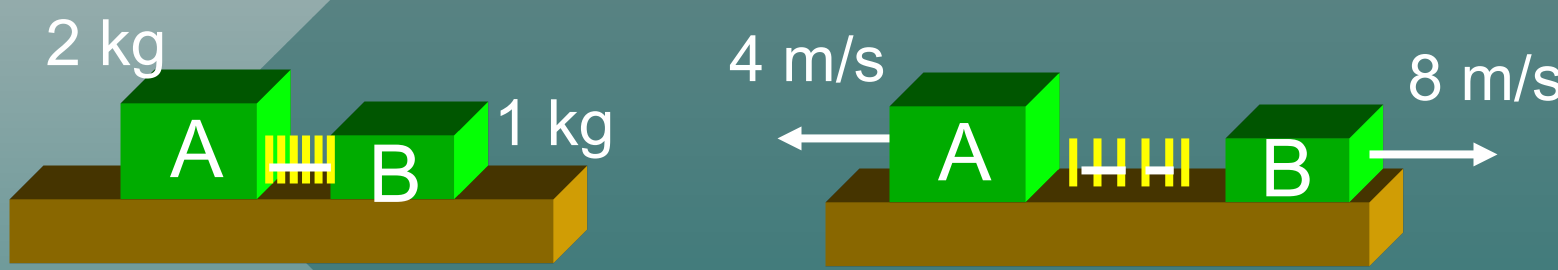
$$m_A v_A + m_B v_B = \cancelto{0}{m_A u_A} + \cancelto{0}{m_B u_B}$$

$$m_A v_A = -\, m_B v_B \qquad v_A = -\frac{m_B v_B}{m_A}$$

$$v_A = -\frac{(1\ \text{kg})(8\ \text{m/s})}{(2\ \text{kg})}$$

$$\boxed{v_A = -4\ \text{m/s}}$$

Ejemplo 2 (cont.): Ignore la fricción, ¿cuánt energía fue liberada por el resorte?



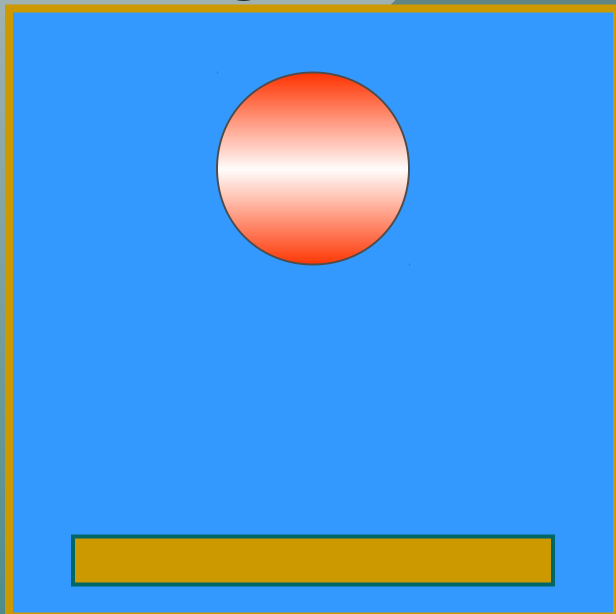
Cons. de E: $\tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2} m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2} m_B v_B^2$

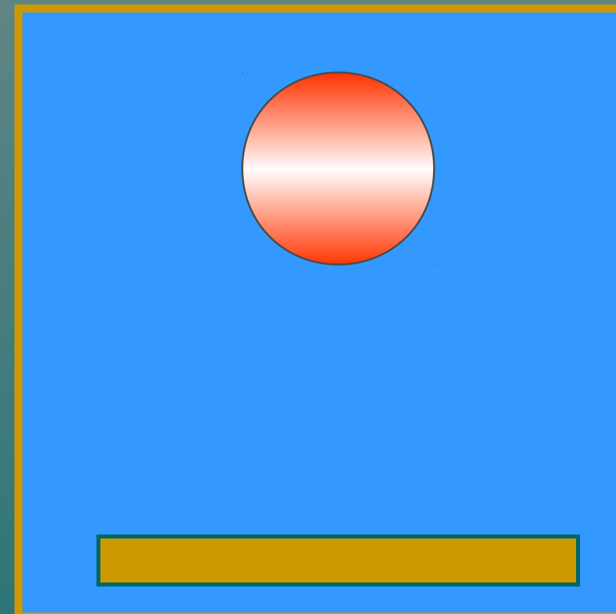
$\tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}(2\text{ kg})(4\text{ m/s})^2 + \tfrac{1}{2}(1\text{ kg})(8\text{ m/s})^2$

$\tfrac{1}{2}kx^2 = 16\text{ J} + 32\text{ J} = 48\text{ J}$

$\boxed{\tfrac{1}{2}kx^2 = 48\text{ J}}$

¿Elástico o inelástico?



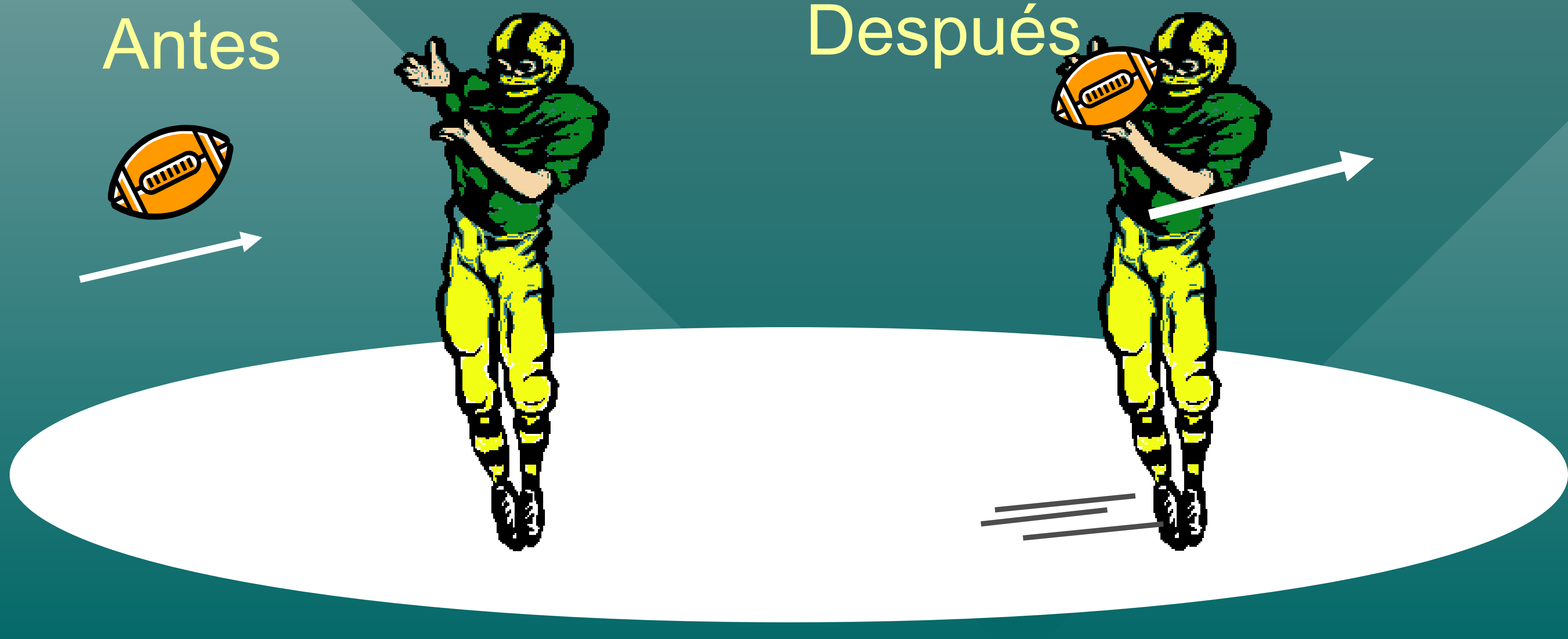


Un choque elástico no pierde energía. La deformación por el choque se restablece.

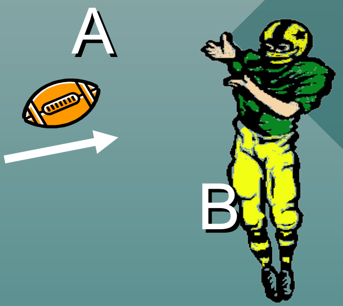
En un choque inelástico, la energía se pierde y la deformación puede ser permanente. (Dé click.)

Choques completamente inelásticos

Son los choques en que dos objectos se adhieren y tienen una velocidad común después del impacto.



Ejemplo 3: Un receptor de 60-kg mantiene su posición sin fricción en una superficie congelada. Captura el balón de 2-kg y se mueve a 40 cm/s. ¿Cuál es la velocidad inicial del balón?



Dado: $u_B = 0$; $m_A = 2$ kg; $m_B = 60$ kg;

$$v_A = v_B = v_C \qquad v_C = 0.4\ \text{m/s}$$

Cantidad de movimiento: $$m_A v_A + m_B v_B = m_A u_A + \cancelto{0}{m_B u_B}$$

Choque inelástico: $$(m_A + m_B)v_C = m_A u_A$$

$$(2\ \text{kg} + 60\ \text{kg})(0.4\ \text{m/s}) = (2\ \text{kg})u_A$$

$$\boxed{u_A = 12.4\ \text{m/s}}$$

Ejemplo 3 (cont.): ¿Cuánta energía se perdió en la captura del balón?

$$\tfrac{1}{2}m_A u_A^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}m_B u_B^2}^{\,0} = \tfrac{1}{2}(m_A + m_B)v_C^2 + \text{Loss}$$

½(2 kg)(12.4 m/s)^2 = ½(62 kg)(0.4 m/s)^2 + Pérdida

154 J = 4.96 J + Pérdida

$\boxed{\text{Pérdida = 149 J}}$

¡¡97% de la energía se perdió en el choque!!

General: Completamente inelástico

Son los choques en que dos objectos se adhieren y tienen una velocidad común v_C después del impacto.

Conservación de la cantidad de movimiento:

$$(m_A + m_B)v_c = m_A u_A + m_B u_B$$

Conservación de la energía:

$$\tfrac{1}{2} m_A u_A^2 + \tfrac{1}{2} m_B u_B^2 = \tfrac{1}{2}(m_A + m_B)v_c^2 + Loss$$

Ejemplo 4. Un patinador de 87-kg, B, choca con otro de 22-kg, A, en reposo, al inicio, sobre el hielo. Después del choque ambos se mueven a 2.4 m/s. Encuentre la velocidad del patinador B antes del choque.

Velocidad común después del choque: 2.4 m/s.

$u_A = 0$ $u_B = ?$

87 kg

B

A

22 kg

$$v_B = v_A = v_C = 2.4 \text{ m/s}$$

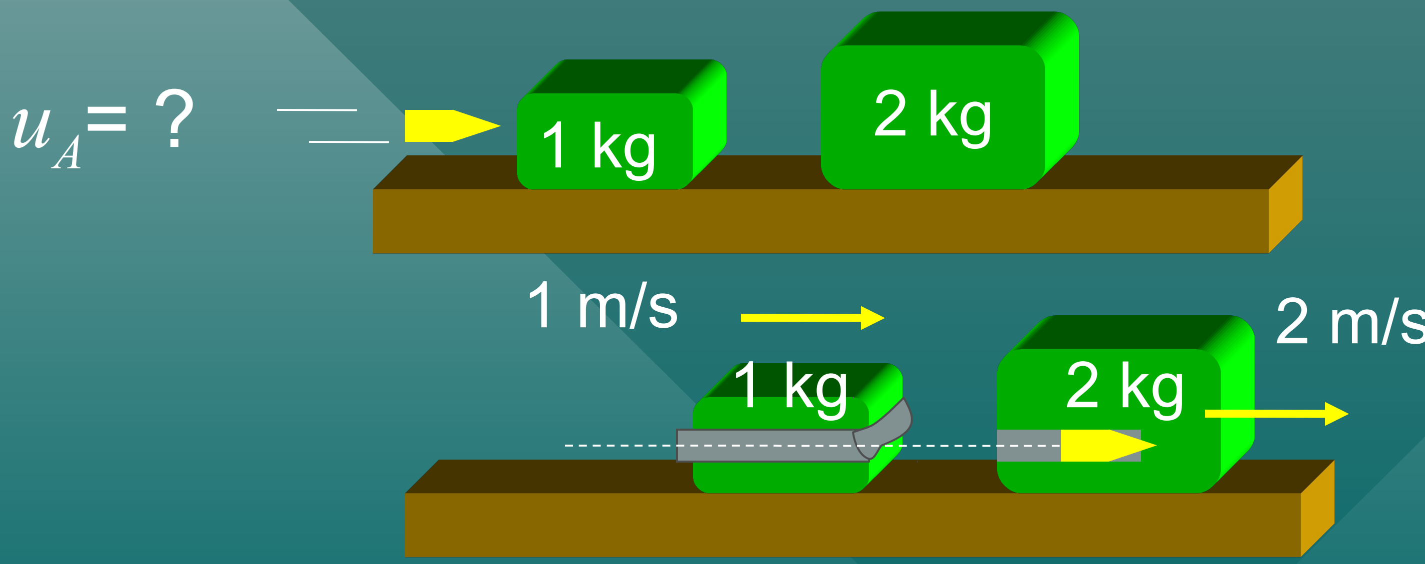
$$\cancel{m_A u_A} + m_B u_B = (m_A + m_B) v_C$$

$$(87 \text{ kg}) u_B = (87 \text{ kg} + 22 \text{ kg})(2.4 \text{ m/s})$$

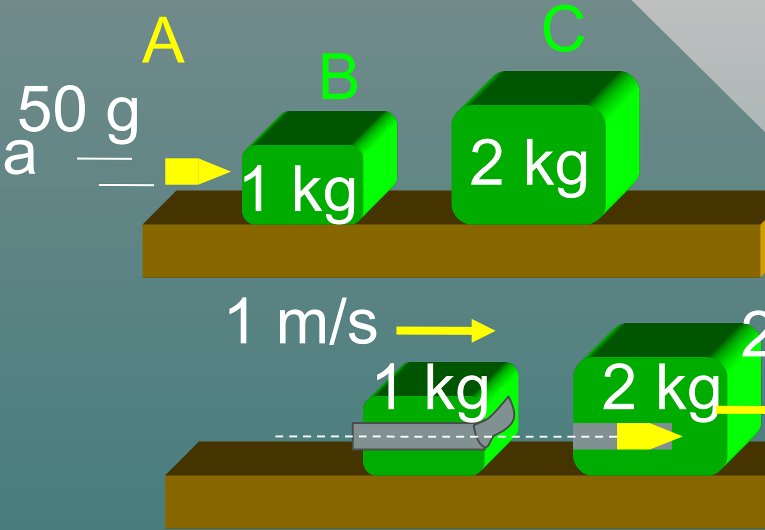
$$(87 \text{ kg}) u_B = 262 \text{ kg m/s}$$

$$\boxed{u_B = 3.01 \text{ m/s}}$$

Ejemplo 5: Una bala de 50 g pega en un bloque de 1-kg, lo atraviesa y se aloja en un bloque de 2 kg. Enseguida, el bloque de 1 kg se mueve a 1 m/s y el de 2 kg a 2 m/s. ¿Cuál es la velocidad de entrada de la bala?



¿Cuál es la velocidad de entrada de la bala?: m_A= 0.05 kg; u_A= ?



Cantidad de movimiento después =

Cantidad de movimiento antes =

$$m_A u_A + m_B \cancelto{0}{u_B} + m_C \cancelto{0}{u_C} = m_B v_B + (m_A + m_C)\, v_{AC}$$

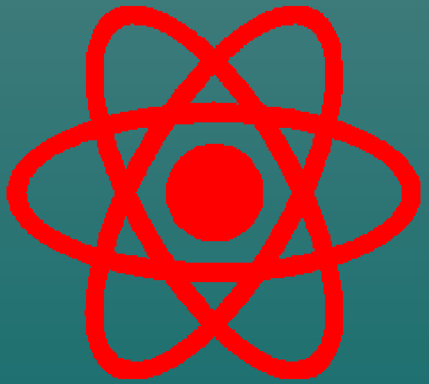
$$(0.05 \text{ kg})u_A = (1 \text{ kg})(1 \text{ m/s}) + (2.05 \text{ kg})(2 \text{ m/s})$$

$$(0.05 \text{ kg})\, u_A = (5.1 \text{ kg m/s})$$

$$\boxed{u_A = 102 \text{ m/s}}$$

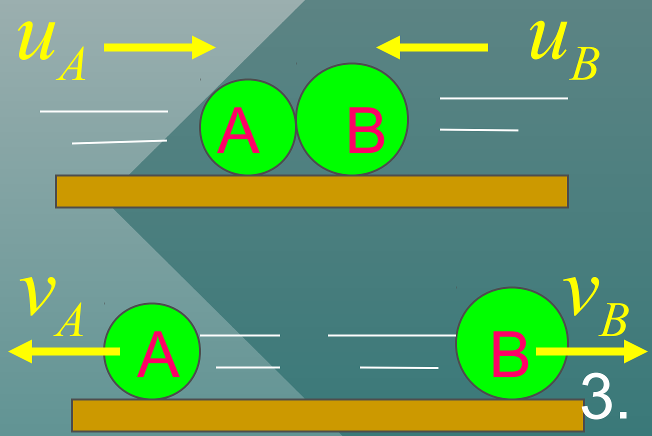
Choques completamente elásticos

Cuando dos objetos chocan de modo tal que la energía cero se pierde en el proceso.



¡APROXIMACIONES!

Velocidad en choques elásticos



1. Pérdidad de energía cero.
2. No cambian las masas.
3. Cantidad de movimiento conservada

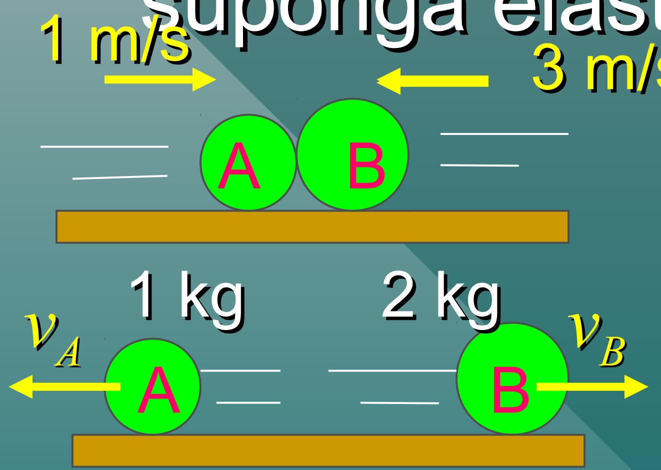
Igual pero impulsos opuestos ($F\,\Delta t$) entonces:

(Relativa Δv Después) = - (Relativa Δv Antes)

Choques elásticos:

$$\boxed{v_A - v_B = -(u_A - u_B)}$$

Ejemplo 6: Una pelota de 2-kg se mueve a la derecha a 1 m/s y golpea a una pelota de 4-kg que se mueve hacia la izquierda a 3 m/s. ¿Cuáles son las velocidades después del impacto, suponga elasticidad completa?



$$v_A - v_B = -(u_A - u_B)$$

$$v_A - v_B = u_B - u_A$$

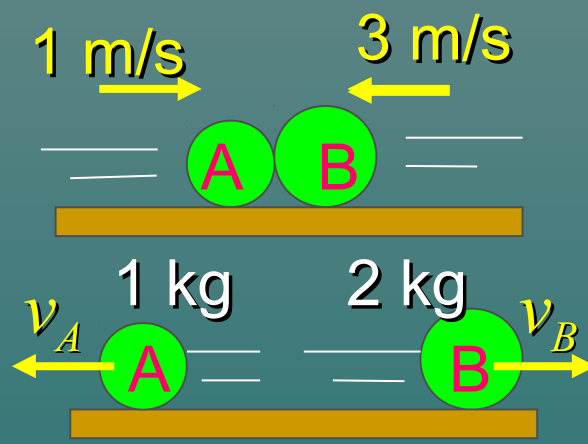
$$v_A - v_B = (-3\text{ m/s}) - (1\text{ m/s})$$

De la conservación de la energía (relativa v):

$$\boxed{v_A - v_B = -4\text{ m/s}}$$

Ejemplo 6 (continuación)

Energía: $v_A - v_B = -4$ m/s



Cantidad de movimiento conservada:

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A u_A + m_B u_B$$

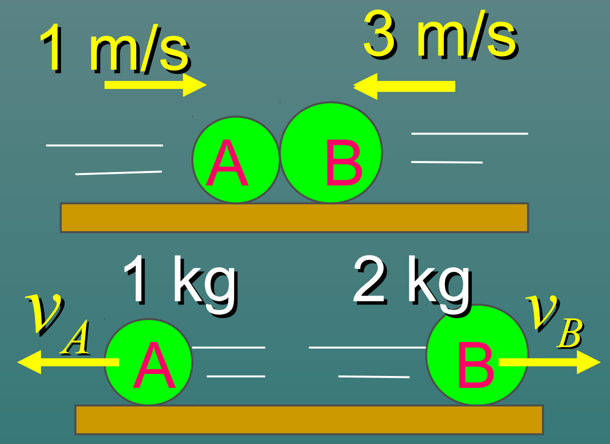
$$(1 \text{ kg})v_A + (2 \text{ kg})v_B = (1 \text{ kg})(1 \text{ m/s}) + (2 \text{ kg})(-3 \text{ m/s})$$

Dos ecuaciones independientes para resolver:

$$v_A + 2v_B = -5 \text{ m/s}$$

$$v_A - v_B = -4 \text{ m/s}$$

Ejemplo 6 (continuación)



$$v_A + 2v_B = -5 \text{ m/s}$$

$$v_A - v_B = -4 \text{ m/s}$$

Reste: $0 + 3v_{B2} = -1 \text{ m/s}$

$$\boxed{v_B = -0.333 \text{ m/s}}$$

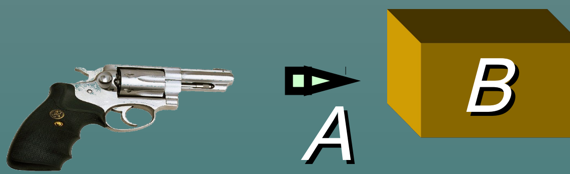
Sustituya:

$$v_A - v_B = -4 \text{ m/s}$$

$$v_{A2} - (-0.333 \text{ m/s}) = -4 \text{ m/s}$$

$$\boxed{v_A = -3.67 \text{ m/s}}$$

Ejemplo 7. Una bala de 0.150 kg es disparada a 715 m/s hacia un bloque de madera de 2-kg en reposo. Al contact el bloque sale a 40 m/s. La bala atraviesa el bloque, ¿a qué velocidad sale la bala?



$$m_A v_A + m_B v_B = m_A u_A + \cancel{m_B u_B}$$

$u_B = 0$

$$(0.150\text{ kg})v_A + (2\text{ kg})(40\text{ m/s}) = (0.150\text{ kg})(715\text{ m/s})$$

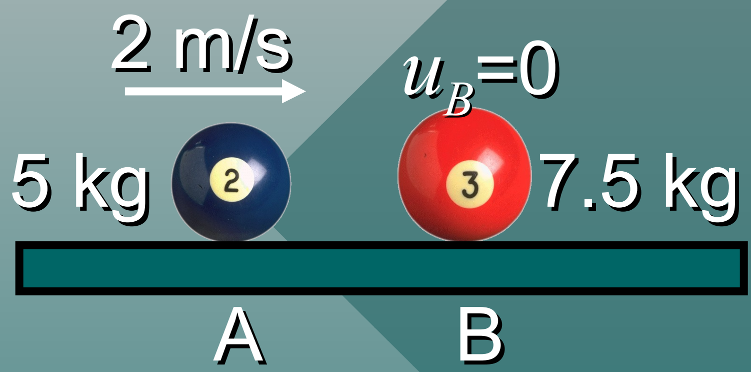
$$0.150 v_A + (80\text{ m/s}) = (107\text{ m/s})$$

$$0.150 v_A = 27.2\text{ m/s})$$

$$v_A = \frac{27.2\text{ m/s}}{0.150}$$

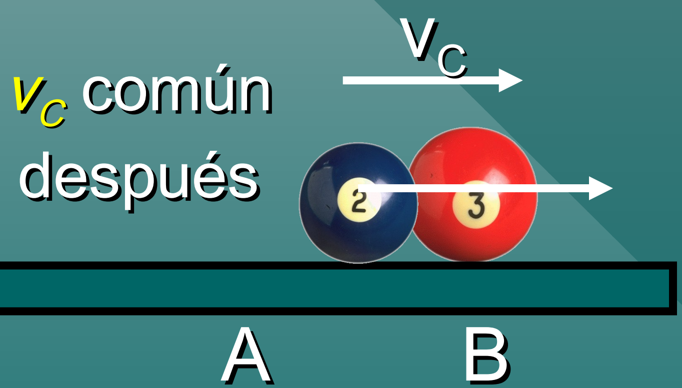
$$\boxed{v_A = 181\text{ m/s}}$$

Ejemplo 8a: Choque inelástico: halle v_C.



Después del golpe: $v_B = v_A = v_C$

$$m_A u_A + \cancel{m_B u_B} = (m_A + m_B) v_C$$



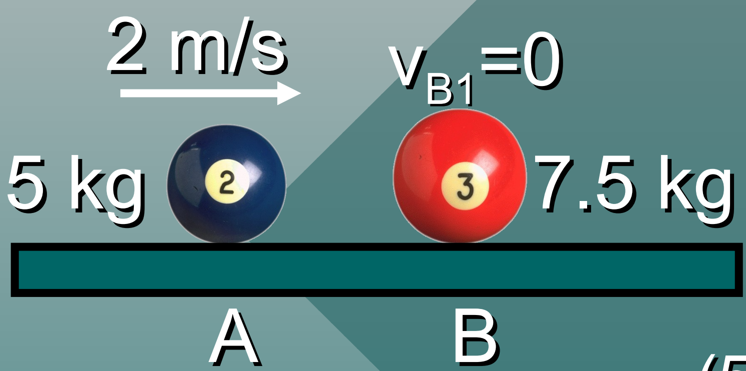
(5 kg)(2 m/s) = (5 kg + 7.5 kg)v_C

12.5 v_C =10 m/s

$$\boxed{v_C = 0.800 \text{ m/s}}$$

En un choque completamente inelástico las dos bolas se adhieren y se mueven como una sola después del choque.

Example 8. (b) Choque elástico: Halle v_{A2} y v_{B2}

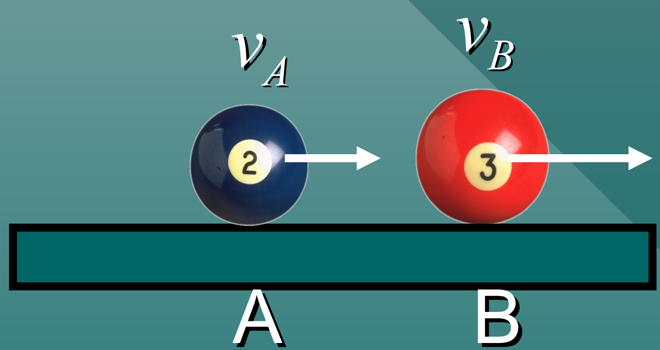


Conservación de la cantidad de movimiento:

$$m_A v_A = m_A v_A + m_B v_B$$

$$(5 \text{ kg})(2 \text{ m/s}) = (5 \text{ kg})\, v_{A2} + (7.5 \text{ kg})\, v_B$$

$$\boxed{5\, v_A + 7.5\, v_B = 10 \text{ m/s}}$$



Para choques elásticos:

$$v_A - v_B = -(u_A - \cancel{u_B})$$

$$v_A - v_B = -2 \text{ m/s}$$

Continúa . . .

Ejemplo 8b (cont). Choque elástico: halle v_A & v

Solución simultánea:

x (-5)

$$v_A - v_B = -2 \text{ m/s}$$

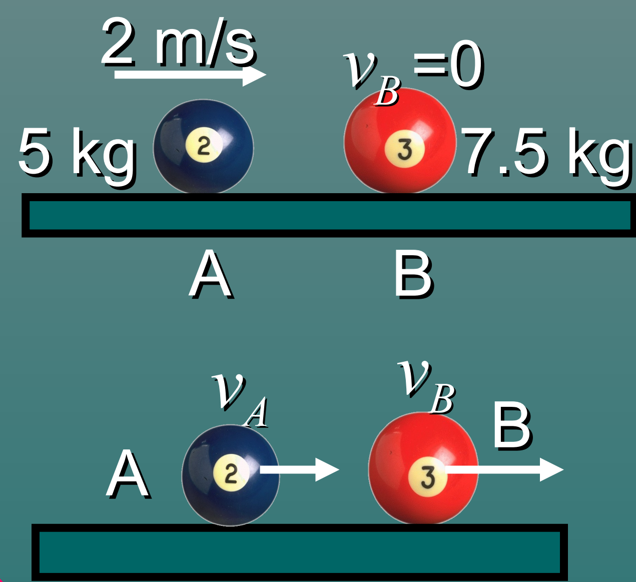
$$\boxed{5\,v_A + 7.5\,v_B = 10 \text{ m/s}}$$

$$\cancel{5\,v_A} + 7.5\,v_B = 10 \text{ m/s}$$

$$\cancel{-5\,v_A} + 5\,v_B = +10 \text{ m/s}$$

$$12.5\,v_B = 20 \text{ m/s}$$

$$v_B = \frac{20 \text{ m/s}}{12.5} = 1.60 \text{ m/s}$$



v_A - 1.60 m/s = -2 m/s

$$\boxed{v_A = -0.400 \text{ m/s}}$$

$$\boxed{v_B = 1.60 \text{ m/s}}$$

General: Completamente elástico

La energía cero se pierde durante el choque (el caso ideal).

Conservación de la cantidad de movimiento:

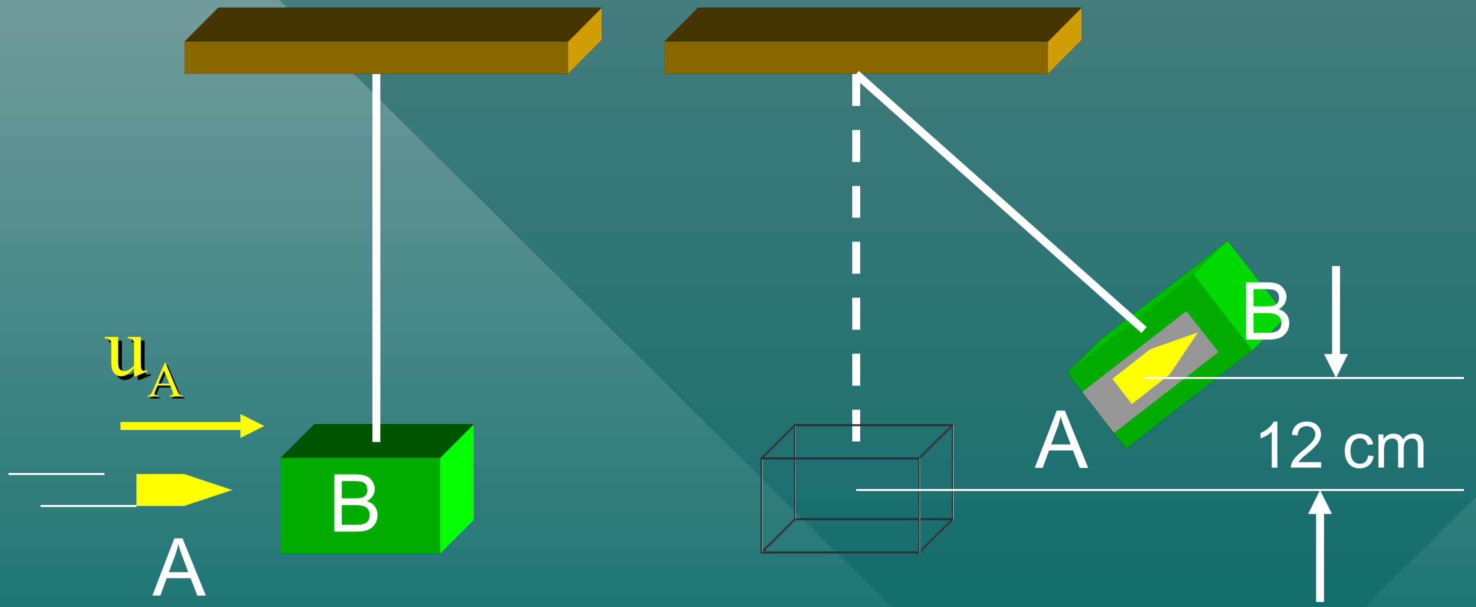
$$m_A v_A + m_B v_B = m_A u_A + m_B u_B$$

Conservación de la energía:

$$\tfrac{1}{2} m_A u_A^2 + \tfrac{1}{2} m_B u_B^2 = \tfrac{1}{2} m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2} m_B v_B^2 + Loss$$

$$v_A - v_B = u_B - u_A$$

Ejemplo 9: Una bala de 50 g penetra un bloque de 2-kg de arcilla colgado de una cuerda. La bala y la arcilla se elevan a una altura de 12 cm. ¿Cuál era la velocidad de la masa de 50-g antes de incrustarse?



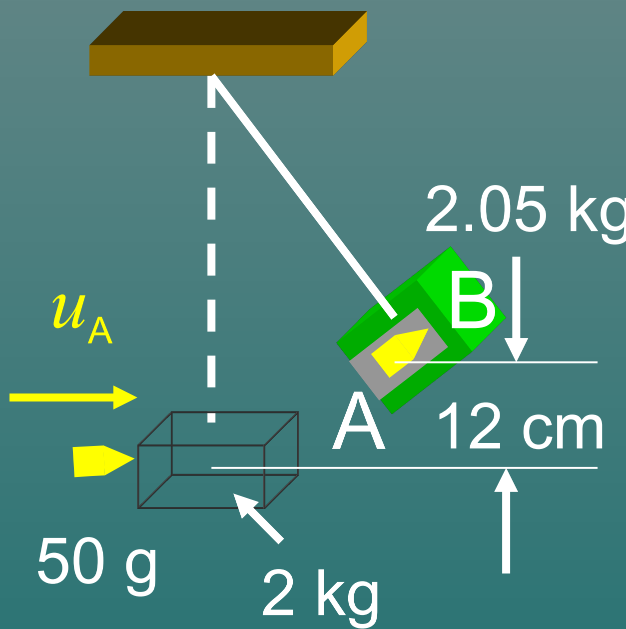
¡El péndulo balístico!

Ejemplo (continuación):

Choque y cantidad de movimiento:

$$m_A u_A + 0 = (m_A + m_B) v_C$$

$$(0.05 \text{ kg}) u_A = (2.05 \text{ kg}) v_C$$



Para hallar v_A necesita v_C.

Después del choque, energía es conservada por las masass.

$$\tfrac{1}{2}(\cancel{m_A + m_B}) v_C^2 = (\cancel{m_A + m_B}) gh$$

$$\boxed{v_C = \sqrt{2gh}}$$

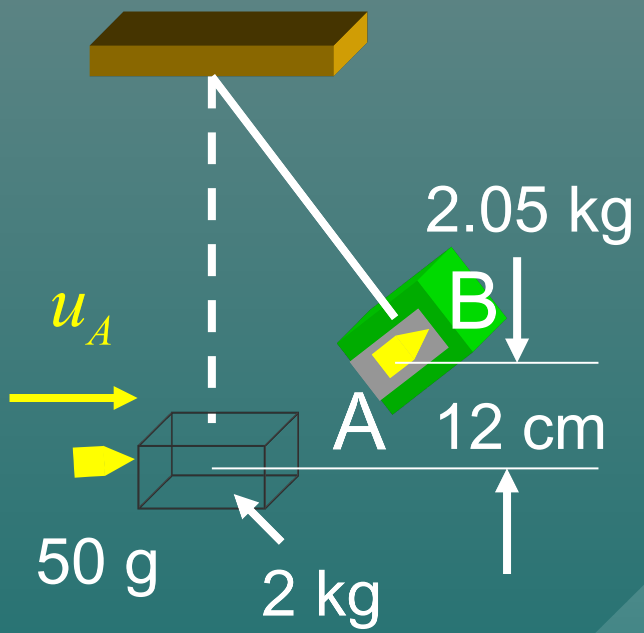
Ejemplo (continuación):

$$v_C = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.8)(0.12)}$$

Después del choque: v_C = 1.53 m/s

Cantidad de movimiento conservada:

$$m_A u_A + 0 = (m_A + m_B) v_C$$



$$(0.05 \text{ kg}) u_A = (2.05 \text{ kg})(1.53 \text{ m/s})$$

$$\boxed{u_A = 62.9 \text{ m/s}}$$

Resumen de Fórmulas:

Conservación de la cantidad de movimiento:

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A u_A + m_B u_B$$

Conservación de la energía:

$$\tfrac{1}{2} m_A u_A^2 + \tfrac{1}{2} m_B u_B^2 = \tfrac{1}{2} m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2} m_B v_B^2 + Loss$$

Sólo para choque elástico:

$$v_A - v_B = u_B - u_A$$

CONCLUSIÓN: Capítulo 9B
Conservación de la cantidad de movimiento