Capítulo 5A. Momento de torsión

Presentación PowerPoint de

Paul E. Tippens, Profesor de Física

Southern Polytechnic State University

El momento de torsión es un giro o vuelta que tiende a producir rotación. * * * Las aplicaciones se encuentran en muchas herramientas comunes en el hogar o la industria donde es necesario girar, apretar o aflojar dispositivos.

Objetivos: Después de completar este módulo, deberá:

- Definir y dar ejemplos de los términos momento de torsión, brazo de momento, eje y línea de acción de una fuerza.
- Dibujar, etiquetar y calcular los brazos de momento para una variedad de fuerzas aplicadas dado un eje de rotación.
- Calcular el momento de torsión resultante en torno a cualquier eje dadas la magnitud y ubicaciones de las fuerzas sobre un objeto extendido.
- Opcional: Definir y aplicar el producto cruz vectorial para calcular momento de torsión.

Definición de momento de torsión

El momento de torsión se define como la tendencia a producir un cambio en el movimiento rotacional.

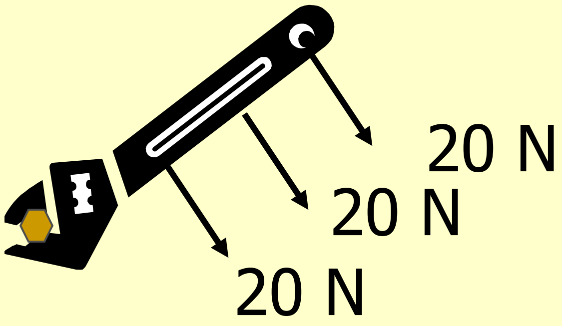
Ejemplos:

El momento de torsión se determina por tres factores:

- La **magnitud** de la fuerza aplicada.
- La **dirección** de la fuerza aplicada.
- La **ubicación** de la fuerza aplicada.

Las fuerzas más cercanas al extremo de la llave tienen mayores momentos de torsión.

Ubicación de fuerza



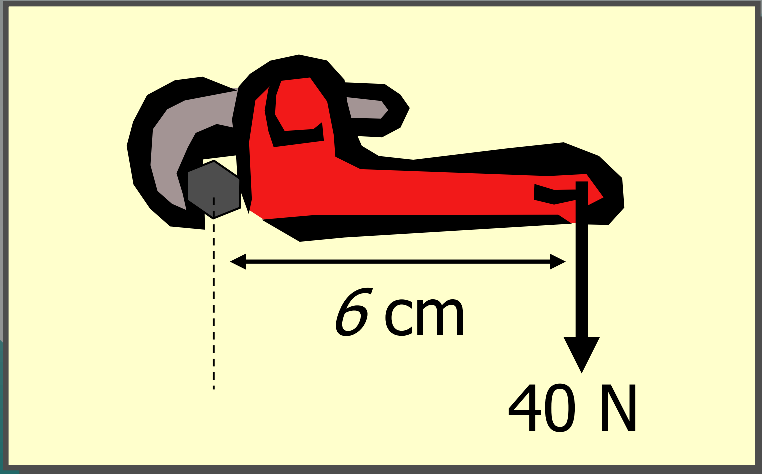
Unidades para el momento de torsión

El momento de torsión es proporcional a la magnitud de F y a la distancia r desde el eje. Por tanto, una fórmula tentativa puede ser:

$$\tau = Fr$$

Unidades:

N·m o lb·ft



$$\tau = (40\text{ N})(0.60\text{ m})$$

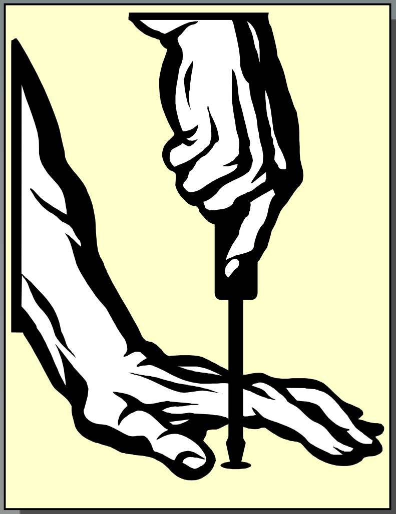
$$= 24.0\text{ N}\cdot\text{m, cw}$$

$$\boxed{\tau = 24.0\text{ N}\cdot\text{m, cw}}$$

Dirección del momento de torsión

El momento de torsión es una cantidad vectorial que tiene tanto dirección como magnitud.

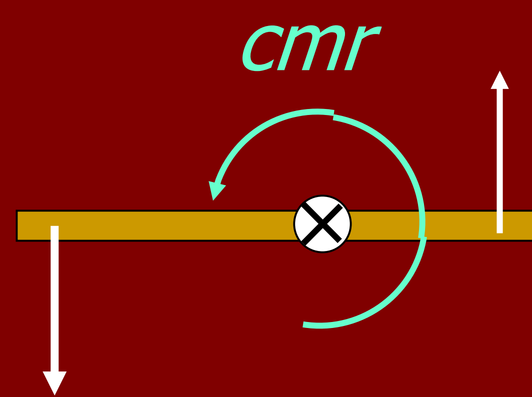
Girar el mango de un destornillador en sentido de las manecillas del reloj y luego en sentido contrario avanzará el tornillo primero hacia adentro y luego hacia afuera.

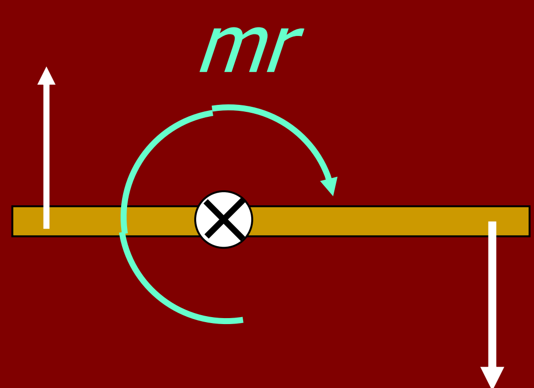


Convención de signos para el momento de torsión

Por convención, los momentos de torsión en sentido contrario al de las manecillas del reloj son positivos y los momentos de torsión en sentido de las manecillas del reloj son negativos.

Momento de torsión positivo: contra manecillas del reloj, fuera de la página

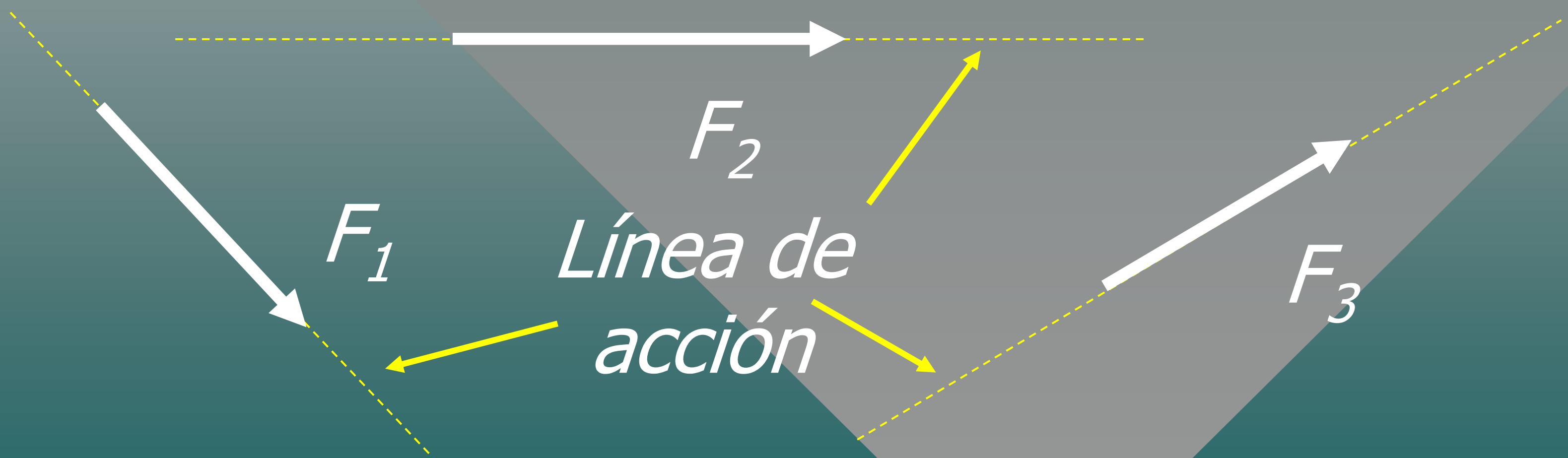




Momento de torsión negativo: sentido manecillas del reloj, hacia la página

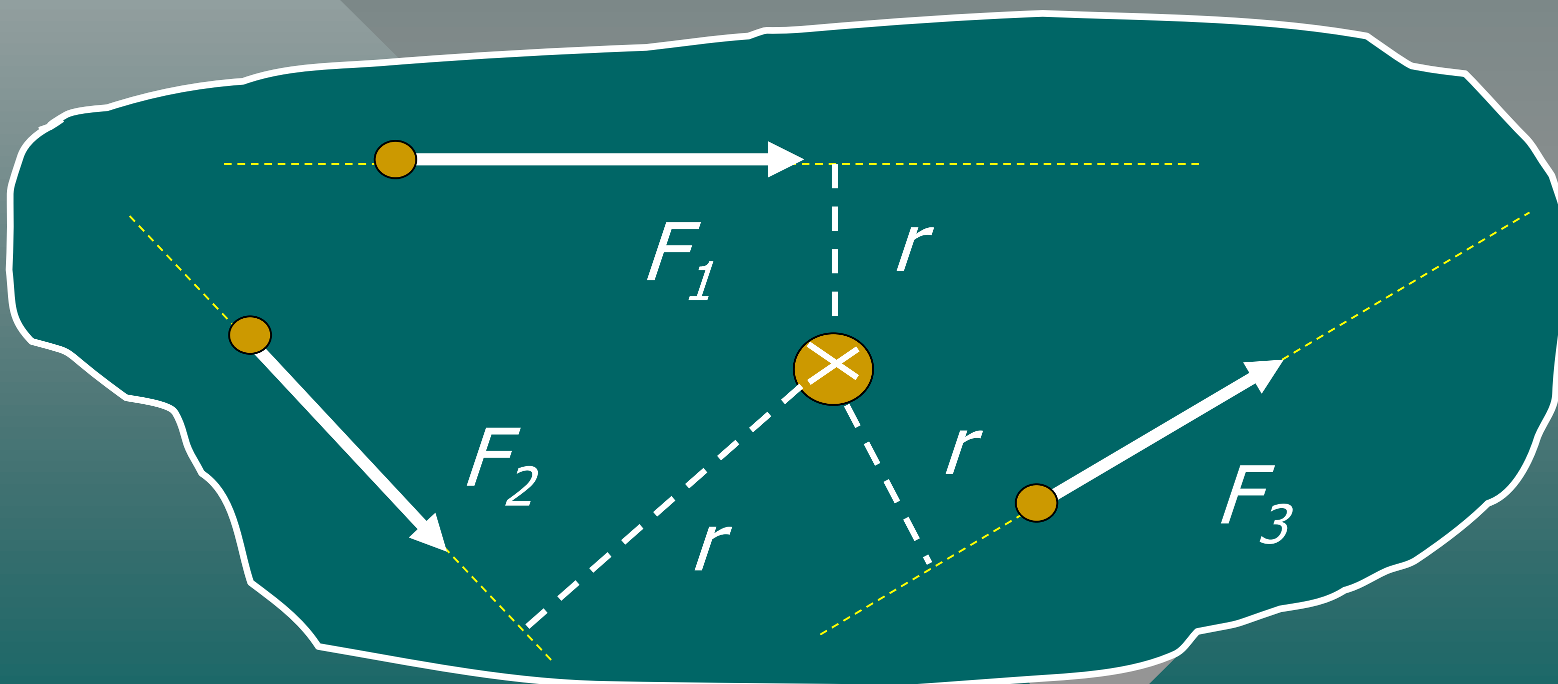
Línea de acción de una fuerza

*La **línea de acción** de una fuerza es una línea imaginaria de longitud indefinida dibujada a lo largo de la dirección de la fuerza.*



El brazo de momento

*El **brazo de momento** de una fuerza es la distancia perpendicular desde la línea de acción de una fuerza al eje de rotación.*



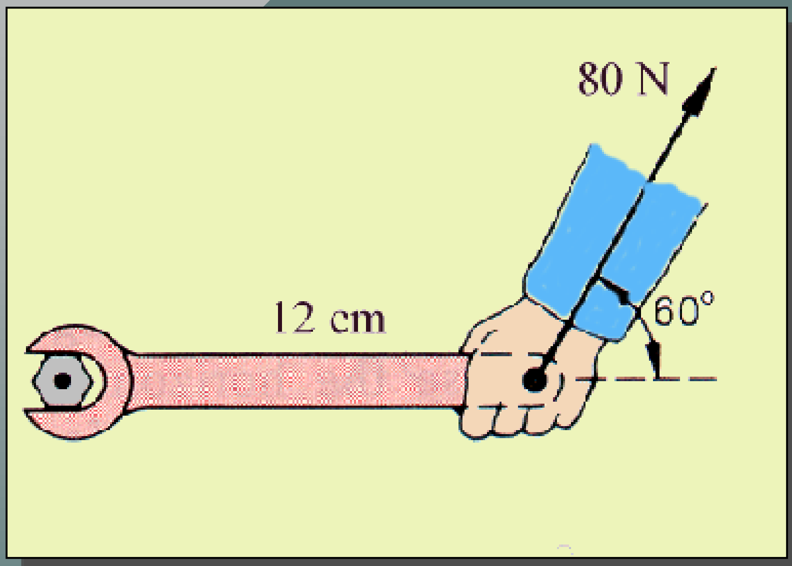
Cálculo de momento de torsión

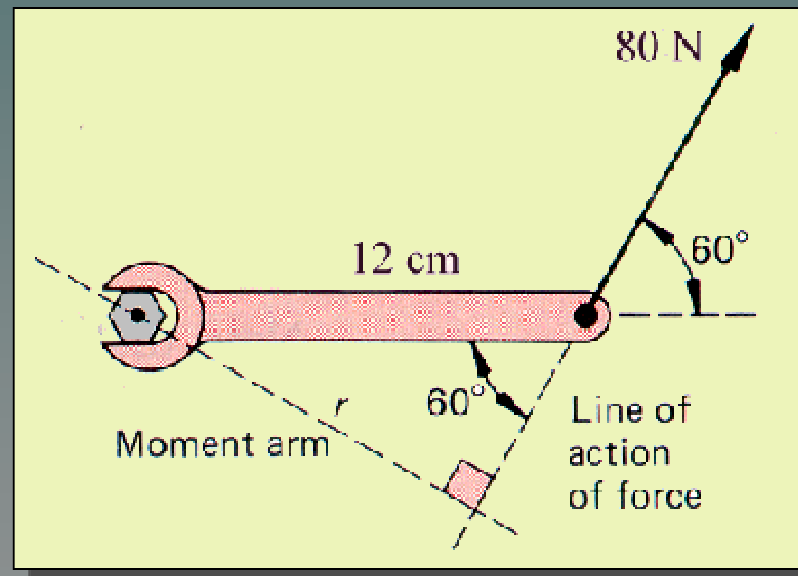
- Lea el problema y dibuje una figura burda.
- Extienda la línea de acción de la fuerza.
- Dibuje y etiquete el brazo de momento.
- Calcule el brazo de momento si es necesario.
- Aplique definición de momento de torsión:

$$\tau = Fr$$

Momento de torsión = fuerza x brazo de momento

Ejemplo 1: Una fuerza de 80 N actúa en el extremo de una llave de 12 cm como se muestra. Encuentre el momento de torsión.



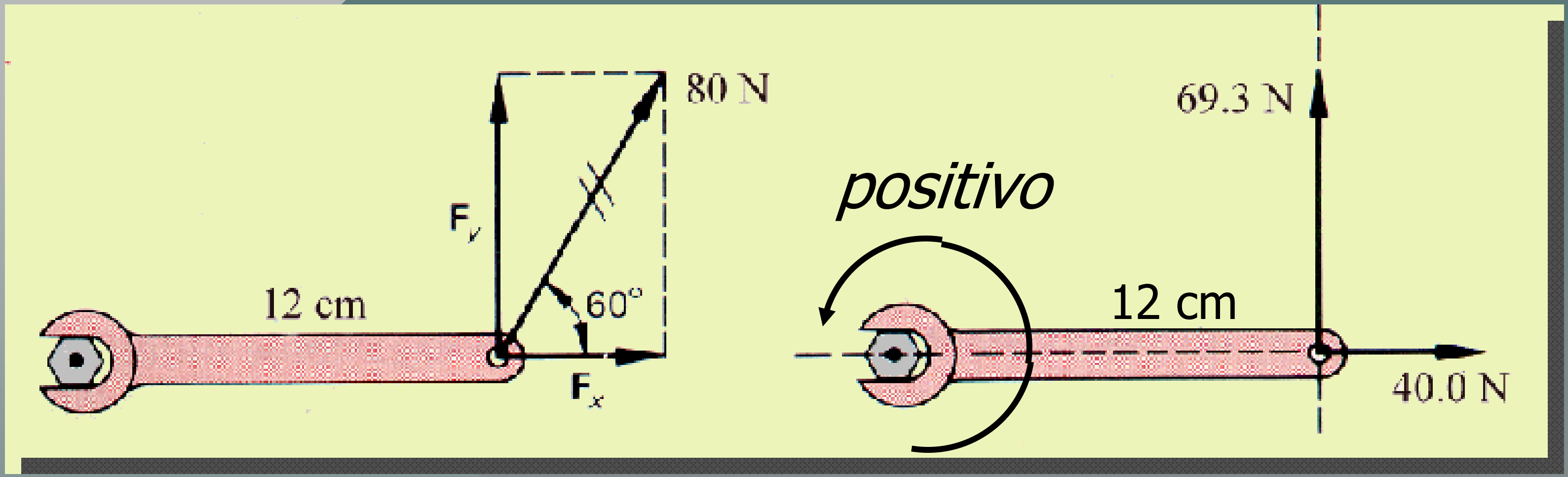


- *Extienda línea de acción, dibuje, calcule r.*

$r = 12 \text{ cm sen } 60^0$
$= 10.4 \text{ cm}$

$\tau = (80 \text{ N})(0.104 \text{ m})$
$= 8.31 \text{ N m}$

Alternativo: Una fuerza de 80 N actúa en el extremo de una llave de 12 cm como se muestra. Encuentre el momento de torsión.



Descomponga la fuerza de 80-N en componentes como se muestra.

Note de la figura: $r_x = 0$ y $r_y = 12$ cm

τ = (69.3 N)(0.12 m)

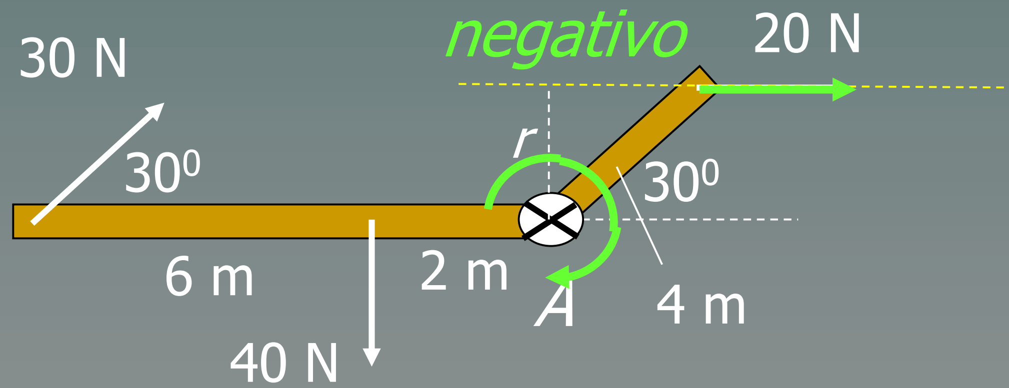
$\boxed{\tau = 8.31 \text{ N m como antes}}$

Cálculo del momento de torsión resultante

- Lea, dibuje y etiquete una figura burda.
- Dibuje diagrama de cuerpo libre que muestre todas las fuerzas, distancias y ejes de rotación.
- Extienda líneas de acción para cada fuerza.
- Calcule brazos de momento si es necesario.
- Calcule momentos de torsión debidos a CADA fuerza individual y fije signo apropiado. CMR (+) y MR (-).
- El momento de torsión resultante es la suma de los momentos de torsión individuales.

Ejemplo 2: Encuentre el momento de torsión resultante en torno al eje *A* para el arreglo que se muestra abajo:

Encuentre τ debido a cada fuerza. Considere primero la fuerza de 20 N:



$r = (4 \text{ m}) \text{ sen } 30^0$
$= 2.00 \text{ m}$

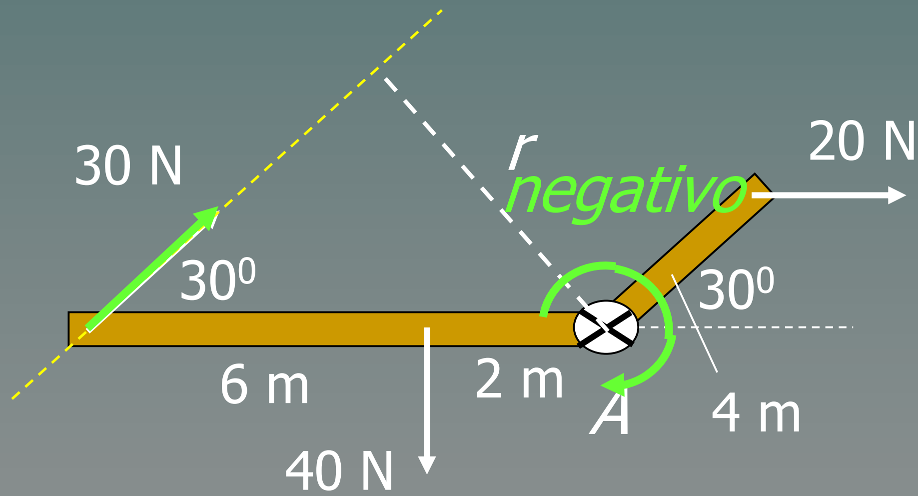
$\tau = Fr = (20 \text{ N})(2 \text{ m})$
$= 40 \text{ N m, mr}$

El momento de torsión en torno a A es en sentido de las manecillas del reloj y negativo.

$$\tau_{20} = -40 \text{ N m}$$

Ejemplo 2 (cont.): A continuación encuentre el momento de torsión debido a la fuerza de 30 N en torno al mismo eje A.

Encuentre τ debido a cada fuerza. Considere a continuación la fuerza de 30 N.



r = (8 m) sen 30^0
= 4.00 m

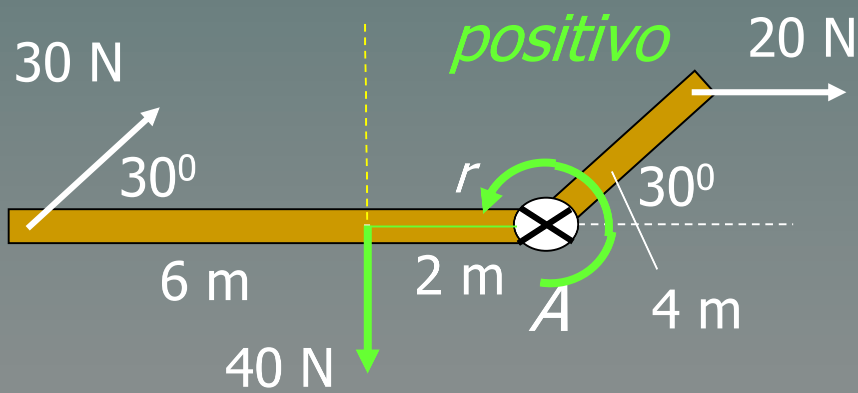
$\tau = Fr$ = (30 N)(4 m)
= 120 N m, mr

El momento de torsión en torno a A es en sentido de las manecillas del reloj y negativo.

$$\tau_{30} = -120 \text{ N m}$$

Ejemplo 2 (cont.): Finalmente, considere el momento de torsión debido a la fuerza de 40-N.

Encuentre τ debido a cada fuerza. Considere a continuación la fuerza de 40 N:



r = (2 m) sen 90^0
= 2.00 m

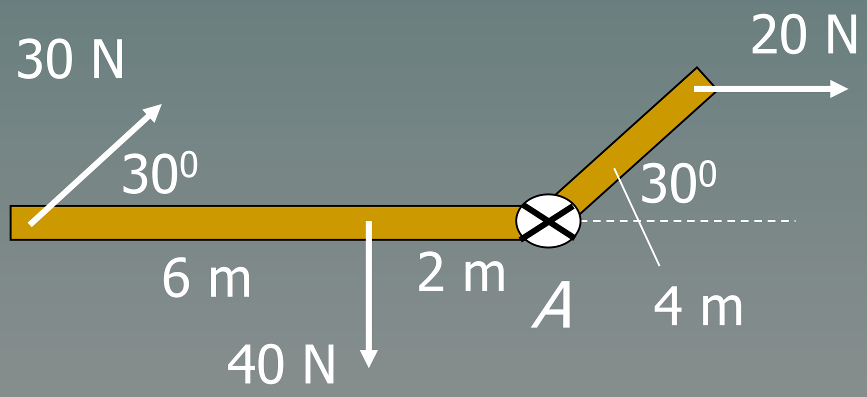
$\tau = Fr$ = (40 N)(2 m)
= 80 N m, cmr

El momento de torsión en torno a A es CMR y positivo.

$$\tau_{40} = +80 \text{ N m}$$

Ejemplo 2 (conclusión): Encuentre el momento de torsión resultante en torno al eje A para el arreglo que se muestra abajo:

El momento de torsión resultante es la suma de los momentos de torsión individuales.



$$\tau_R = \tau_{20} + \tau_{30} + \tau_{40} = -40 \text{ N m} -120 \text{ N m} + 80 \text{ N m}$$

$$\boxed{\tau_R = -80 \text{ N m}}$$

Sentido de las manecillas del reloj (MR)

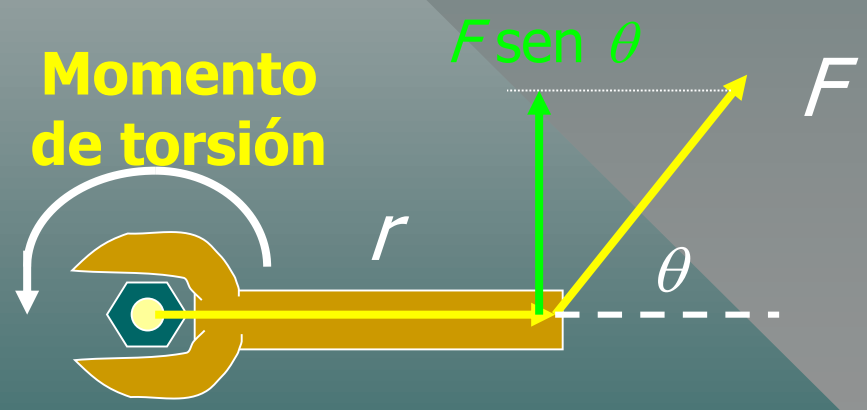
Parte II: Momento de torsión y producto cruz o producto vectorial.

Discusión opcional

Esto concluye el tratamiento general del momento de torsión. La Parte II detalla el uso del producto vectorial para calcular el momento de torsión resultante. Consulte a su instructor antes de estudiar esta sección.

El producto vectorial

El momento de torsión también se puede encontrar con el producto vectorial de la fuerza *F* y el vector de posición *r*. Por ejemplo, considere la siguiente figura.



El efecto de la fuerza F a un ángulo θ (momento de torsión) es avanzar la tuerca afuera de la página.

Magnitud:

$(F \, sen \, \theta) r$

Dirección = Afuera de la página (+).

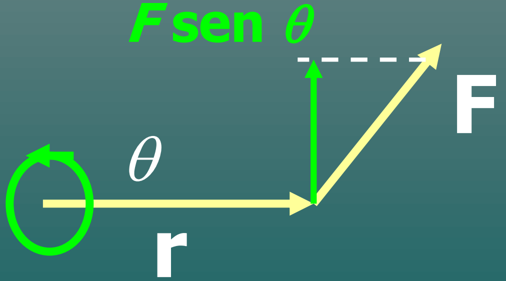
Definición de un producto vectorial

La magnitud del producto vectorial (cruz) de dos vectores **A** *y* **B** *se define como:*

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = |A|\,|B| \text{ sen } \theta$$

En el ejemplo, el producto cruz de F y r es:

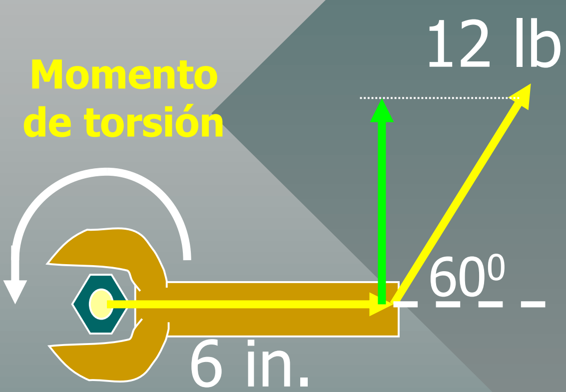
$$\mathbf{F} \times \mathbf{r} = |F|\,|r| \text{ sen } \theta$$ *Sólo magnitud*



En efecto, esto se convierte simplemente en:

$(F \text{ sen } \theta)\, r$ o $F\,(r \text{ sen } \theta)$

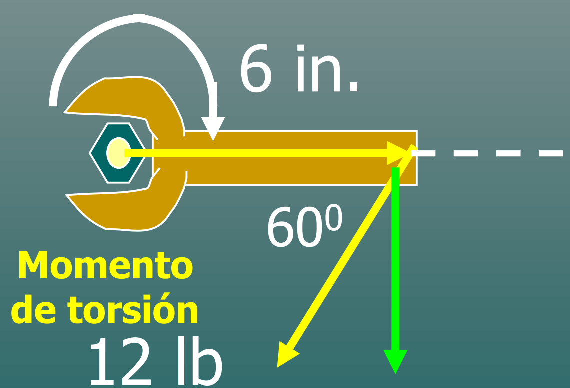
Ejemplo: Encuentre la magnitud del producto cruz de los vectores *r* y *F* dibujados a continuación:



$\mathbf{r} \times \mathbf{F} = |\,r\,|\,|\,F\,| \text{ sen } \theta$

$\mathbf{r} \times \mathbf{F} = (6 \text{ in.})(12 \text{ lb}) \text{ sen } 60^0$

$|\mathbf{r} \times \mathbf{F}| = 62.4 \text{ lb in.}$



$\mathbf{r} \times \mathbf{F} = |\,r\,|\,|\,F\,| \text{ sen } \theta$

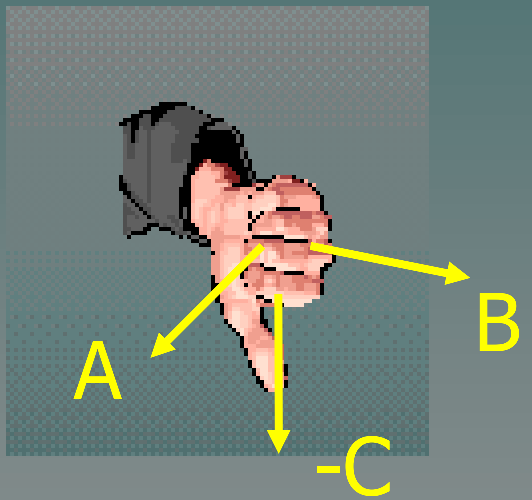
$\mathbf{r} \times \mathbf{F} = (6 \text{ in.})(12 \text{ lb}) \text{ sen } 120^0$

$|\mathbf{r} \times \mathbf{F}| = 62.4 \text{ lb in.}$

Explique la diferencia. Además, ¿qué hay de **F** x **r**?

Dirección del producto vectorial.

La ***dirección*** *de un producto vectorial se determina por la* ***regla de la mano derecha.***



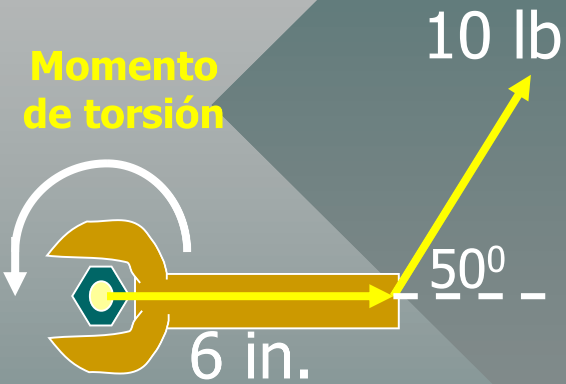
A x B = C (arriba)

B x A = -C (abajo)

¿Cuál es la dirección de A x C?

Enrolle los dedos de la mano derecha en dirección del producto cruz (A a B) o (B a A). El pulgar apuntará en la dirección del producto C.

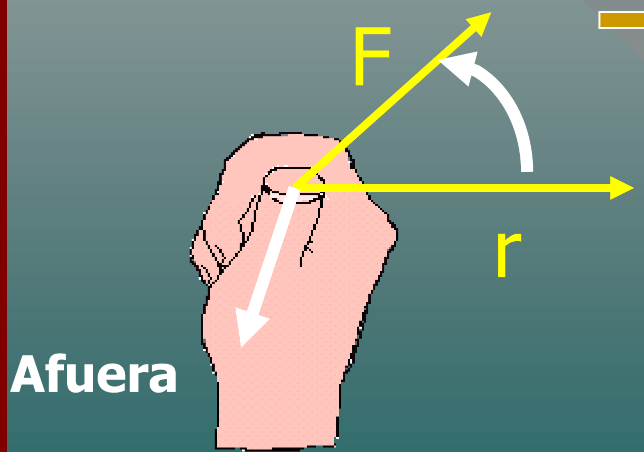
Ejemplo: ¿Cuáles son la magnitud y dirección del producto cruz, *r* x *F*?



$\mathbf{r} \times \mathbf{F} = |r||F| \text{ sen } \theta$

$\mathbf{r} \times \mathbf{F} = (6 \text{ in.})(10 \text{ lb}) \text{ sen } 50^0$

$|\mathbf{r} \times \mathbf{F}| = 38.3 \text{ lb in.}$ *Magnitud*



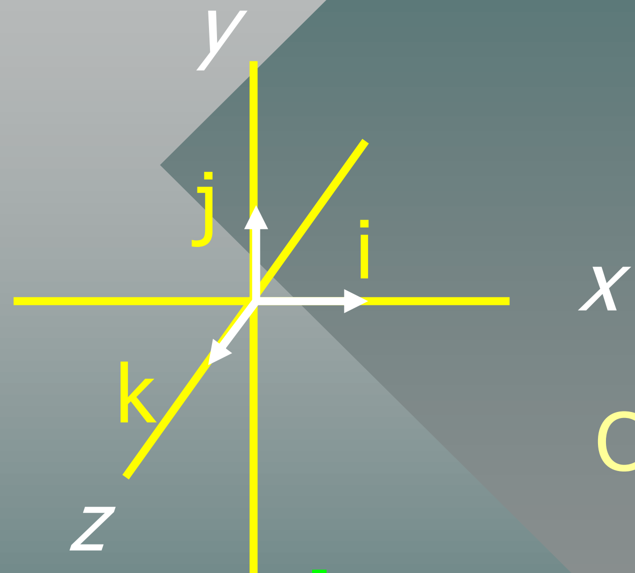
Dirección por regla de mano derecha:

Afuera del papel (pulgar) o $+k$

$\mathbf{r} \times \mathbf{F} = (38.3 \text{ lb in.})\ \mathbf{k}$

¿Cuáles son la magnitud y dirección de *F* x *r*?

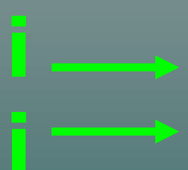
Productos cruz usando (i, j, k)



Considere ejes 3D (x, y, z)

Defina vectores unitarios i, j, k

Considere producto cruz: **i x i**



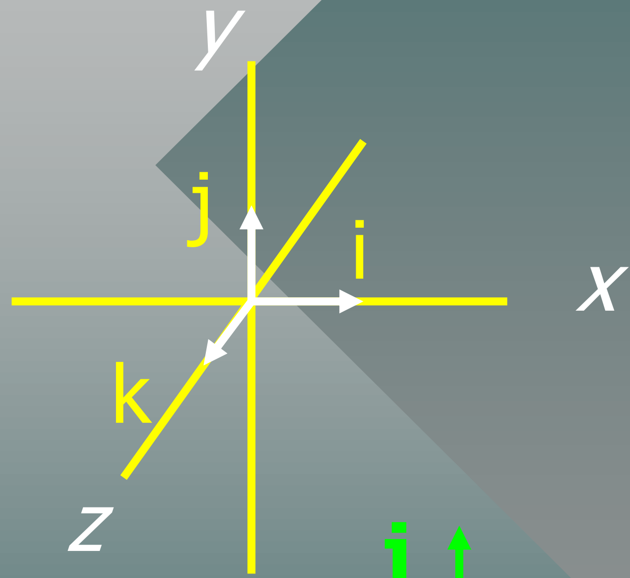
i x i = (1)(1) sen 0^0 = 0

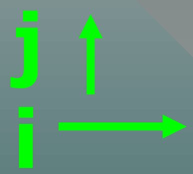
j x j = (1)(1) sen 0^0 = 0

k x k = (1)(1) sen 0^0= 0

Las magnitudes son cero para productos vectoriales paralelos.

Productos vectoriales usando (i, j, k)





Considere ejes 3D (x, y, z)

Defina vectores unitarios i, j, k

Considere producto punto:

i x **j**

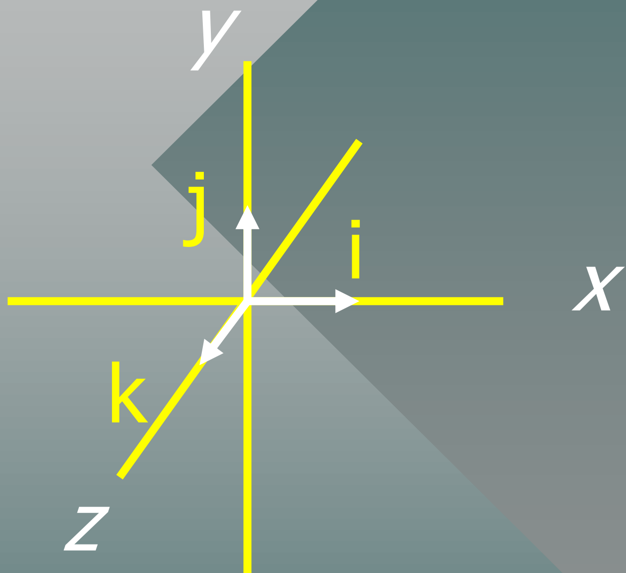
i x j = (1)(1) sen 90^0 = 1

j x k = (1)(1) sen 90^0 = 1

k x i = (1)(1) sen 90^0 = 1

Las magnitudes son "1" para productos vectoriales perpendiculares.

Producto vectorial (Direcciones)



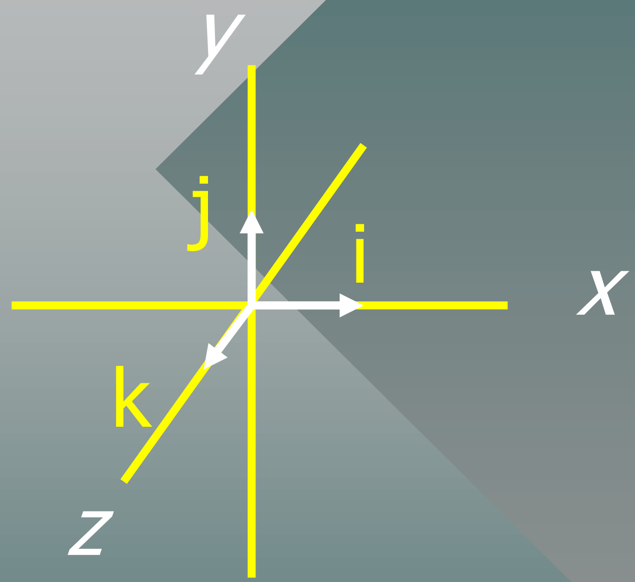
Las direcciones están dadas por la regla de la mano derecha. Rote el primer vector hacia el segundo.

i x j = (1)(1) sen 90^0 = +1 k

j x k = (1)(1) sen 90^0 = +1 i

k x i = (1)(1) sen 90^0 = +1 j

Práctica de productos vectoriales (i, j, k)



Las direcciones están dadas por la regla de la mano derecha. Rote el primer vector hacia el segundo.

i x **k** = ? **- j** (abajo)

k x **j** = ? **- i** (izq.)

j x **-i** = ? **+ k** (afuera)

2 **i** x -3 **k** = ? + 6 **j** (arriba)

Uso de notación i, j – Productos vectoriales

Considere: $A = 2\,i - 4\,j$ y $B = 3\,i + 5\,j$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (2\,i - 4\,j) \times (3\,i + 5\,j) =$$

$$(2)(3)\,\overset{0}{i \times i} + (2)(5)\,\overset{k}{i \times j} + (-4)(3)\,\overset{-k}{j \times i} + (-4)(5)\,\overset{0}{j \times j}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (2)(5)\,k + (-4)(3)(-k) = +22\,\mathbf{k}$$

Alternativa:

$$A = 2\,i - 4\,j$$
$$B = 3\,i + 5\,j$$

Evalúe el determinante

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = 10 - (-12) = +22\,\mathbf{k}$$

Resumen

El momento de torsión es el producto de una fuerza y su brazo de momento definido como:

*El **brazo de momento** de una fuerza es la distancia perpendicular desde la línea de acción de una fuerza al eje de rotación.*

*La **línea de acción** de una fuerza es una línea imaginaria de longitud indefinida dibujada a lo largo de la dirección de la fuerza.*

$$\tau = Fr$$

Momento de torsión = fuerza x brazo de momento

Resumen: Momento de torsión resultante

- Lea, dibuje y etiquete una figura burda.
- Dibuje diagrama de cuerpo libre que muestre todas las fuerzas, distancias y ejes de rotación.
- Extienda las líneas de acción para cada fuerza.
- Calcule los brazos de momento si es necesario.
- Calcule los momentos de torsión debidos a CADA fuerza individual y fije el signo apropiado. CMR (+) y MR (-).
- El momento de torsión resultante es la suma de los momentos de torsión individuales.

Conclusión: Capítulo 5A
Momento de torsión