Capítulo 11A – Movimiento Angular

Presentación PowerPoint de

Paul E. Tippens, Profesor de Física

Southern Polytechnic State University

Las TURBINAS DE VIENTO como éstas pueden generar energía significativa en una forma que es ambientalmente amistosa y renovable. Los conceptos de aceleración rotacional, velocidad angular, desplazamiento angular, inercia rotacional y otros temas que se discuten en este capítulo son útiles para describir la operación de las turbinas de viento.

Objetivos: Después de completar este módulo, deberá:

- Definir y aplicar los conceptos de desplazamiento, velocidad y aceleración angular.
- Dibujar analogías que relacionan parámetros de movimiento rotacional (θ, ω, α) con lineal (x, v, a) y resolver problemas rotacionales.
- Escribir y aplicar relaciones entre parámetros lineales y angulares.

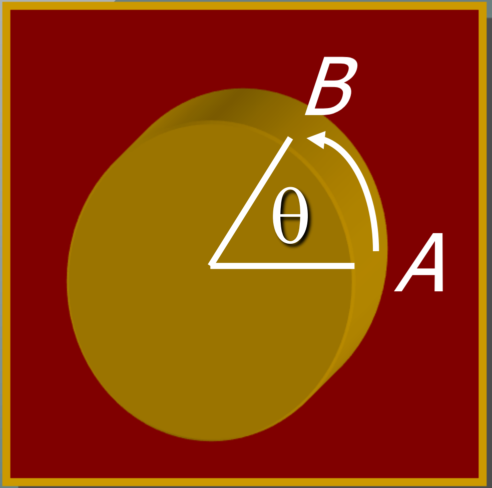
Objetivos: (continuación)

- Definir el momento de inercia y aplicarlo para muchos objetos regulares en rotación.
- Aplicar los siguientes conceptos a rotación:

1. Trabajo, energía y potencia rotacional
2. Energía cinética y cantidad de movimiento rotacional
3. Conservación de cantidad de movimiento angular

Desplazamiento rotacional, θ

Considere un disco que rota de A a B:



Desplazamiento angular θ:

Medido en revoluciones, grados o radianes.

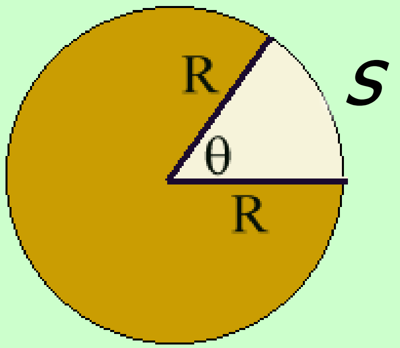
$1 \text{ rev} = 360^{0} = 2\pi \text{ rad}$

La mejor medida para rotación de cuerpos rígidos es el radián.

Definición del radián

Un radián es el ángulo θ subtendido al centro de un círculo por una longitud de arco s igual al radio R del círculo.

$$\theta = \frac{s}{R}$$

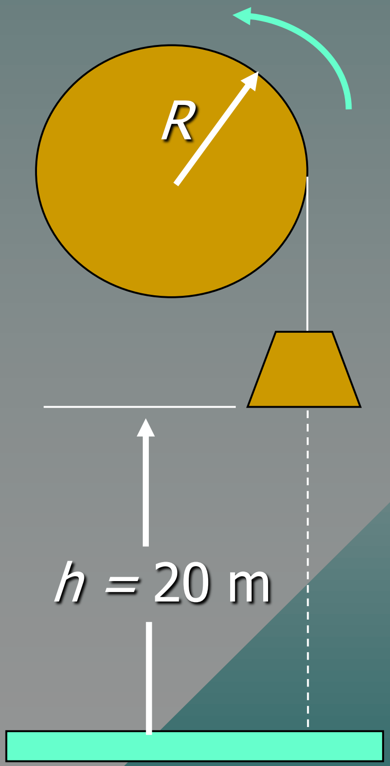


$$1 \text{ rad} = \frac{R}{R} = 57.3^0$$

Ejemplo 1: Una cuerda se enrolla muchas veces alrededor de un tambor de 50 cm de radio. ¿Cuántas revoluciones del tambor se requieren para subir una cubeta a una altura de 20 m?

$$\theta = \frac{s}{R} = \frac{20\text{ m}}{0.50\text{ m}}$$

$$\theta = 40\text{ rad}$$



Ahora, 1 rev = 2π rad

$$\theta = (40\ \cancel{\text{rad}})\left(\frac{1\text{ rev}}{2\pi\ \cancel{\text{rad}}}\right)$$

$$\boxed{\theta = 6.37\text{ rev}}$$

Ejemplo 2: Una llanta de bicicleta tiene un radio de 25 cm. Si la rueda da 400 rev, ¿cuánto habrá recorrido la bicicleta?

$$\theta = (400 \cancel{\text{rev}})\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{rev}}}\right)$$

$$\theta = 2513 \text{ rad}$$

$$s = \theta R = 2513 \text{ rad } (0.25 \text{ m})$$

$$\boxed{s = 628 \text{ m}}$$

Velocidad angular

La velocidad angular, ω, es la tasa de cambio en el desplazamiento angular. (radianes por segundo)

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$ Velocidad angular en rad/s.

La velocidad angular también se puede dar como la frecuencia de revolución, *f* (rev/s o rpm):

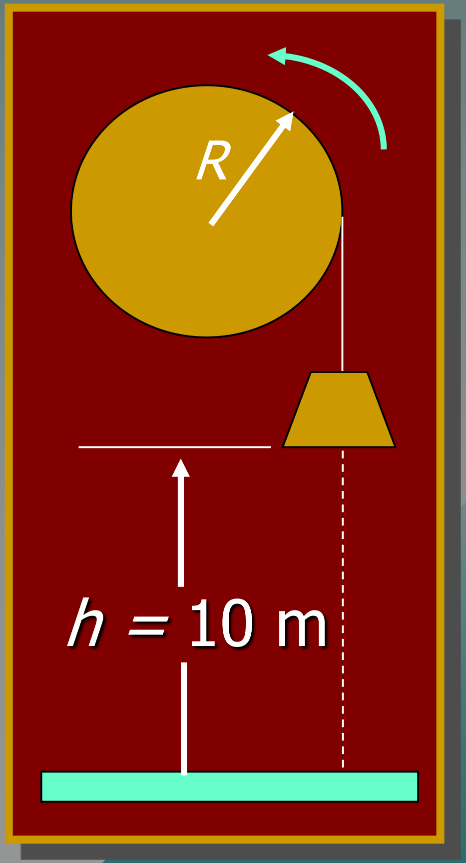
$$\omega = 2\pi f$$ Frecuencia angular *f* (rev/s).

Ejemplo 3: Una cuerda se enrolla muchas veces alrededor de un tambor de 20 cm de radio. ¿Cuál es la velocidad angular del tambor si levanta la cubeta a 10 m en 5 s?

$$\theta = \frac{s}{R} = \frac{10\text{ m}}{0.20\text{ m}} \qquad \theta = 50\text{ rad}$$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{50\text{ rad}}{5\text{ s}}$$

$$\boxed{\omega = 10.0\text{ rad/s}}$$



Ejemplo 4: En el ejemplo anterior, ¿cuál es la frecuencia de revolución para el tambor? Recuerde que ω = 10.0 rad/s.

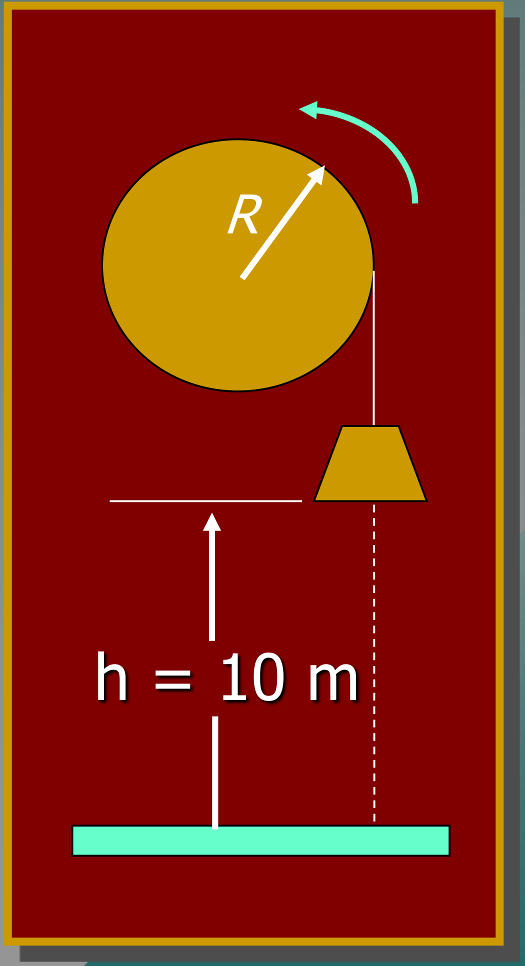
$$\omega = 2\pi f \quad \text{or} \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$f = \frac{10.0 \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad/rev}} = 1.59 \text{ rev/s}$$

O, dado que 60 s = 1 min:

$$f = 1.59 \frac{\text{rev}}{\cancel{\text{s}}}\left(\frac{60 \cancel{\text{s}}}{1 \text{ min}}\right) = 95.5 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

$$\boxed{f = 95.5 \text{ rpm}}$$



Aceleración angular

La aceleración angular es la tasa de cambio en velocidad angular. (radianes por s por s)

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \text{Aceleración angular (rad/s}^2\text{)}$$

La aceleración angular también se puede encontrar a partir del cambio en frecuencia, del modo siguiente:

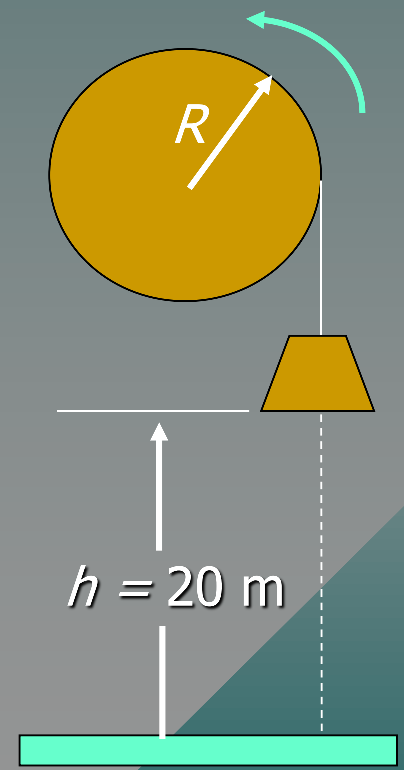
$$\alpha = \frac{2\pi(\Delta f)}{t} \quad \text{pues} \quad \omega = 2\pi f$$

<u>Ejemplo 5:</u> El bloque se levanta desde el reposo hasta que la velocidad angular del tambor es 16 rad/s después de 4 s. ¿Cuál es la aceleración angular promedio?

$$\alpha = \frac{\omega_f - \cancelto{0}{\omega_o}}{t} \quad or \quad \alpha = \frac{\omega_f}{t}$$

$$\alpha = \frac{16\text{ rad/s}}{4\text{ s}} = 4.00\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\boxed{\alpha = 4.00\text{ rad/s}^2}$$



Rapidez angular y lineal

De la definición de desplazamiento angular :

$s = \theta R$ *Desplazamiento lineal contra angular*

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta\theta \cdot R}{\Delta t}\right) = \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right) R$$

$$\boxed{v = \omega R}$$

Rapidez lineal = rapidez angular x radio

Aceleración angular y lineal:

De la relación de velocidad se tiene:

$v = \omega R$ *Velocidad lineal contra angular*

$$v = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta v \cdot R}{\Delta t} \right) = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) R$$

$$\boxed{a = \alpha R}$$

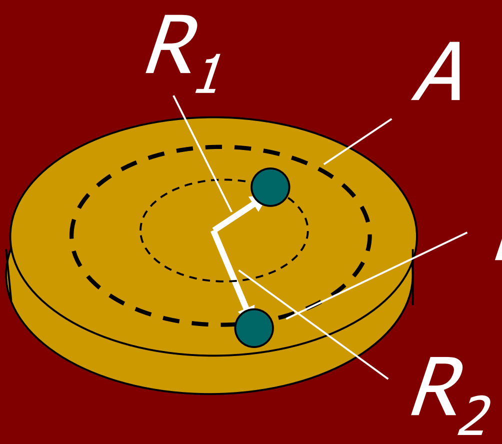
Acel. lineal = Acel. angular x radio

Ejemplo:

Considere disco rotatorio plano:

$\omega_o = 0; \quad \omega_f = 20$ rad/s

$t = 4$ s



$R_1 = 20$ cm

$R_2 = 40$ cm

¿Cuál es la rapidez lineal final en los puntos A y B?

$v_{Af} = \omega_{Af} R_1 = (20 \text{ rad/s})(0.2 \text{ m});\qquad v_{Af} = 4 \text{ m/s}$

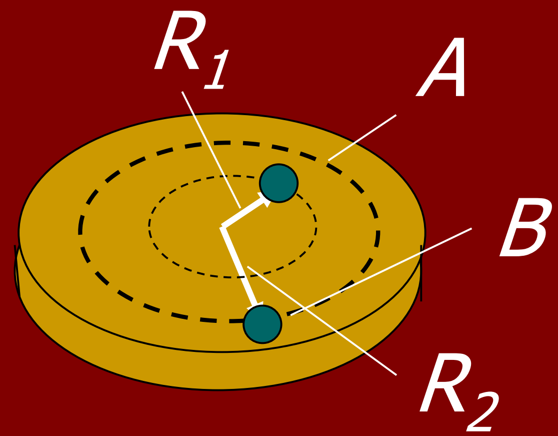
$v_{Af} = \omega_{Bf} R_1 = (20 \text{ rad/s})(0.4 \text{ m});\qquad v_{Bf} = 8 \text{ m/s}$

Ejemplo de aceleración

Considere disco rotatorio plano:

$\omega_o = 0; \quad \omega_f = 20 \text{ rad/s}$

$t = 4 \text{ s}$



$R_1 = 20$ cm

$R_2 = 40$ cm

¿Cuáles son las aceleraciones angular y lineal promedio en B?

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} = \frac{20 \text{ rad/s}}{4 \text{ s}}$$

$$\alpha = 5.00 \text{ rad/s}^2$$

$$a = \alpha R = (5 \text{ rad/s}^2)(0.4 \text{ m})$$

$$a = 2.00 \text{ m/s}^2$$

Parámetros angulares contra lineales

Recuerde la definición de aceleración lineal a de la cinemática.

$$a = \frac{v_f - v_0}{t}$$

Pero $a = \alpha R$ y $v = \omega R$, así que puede escribir:

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} \quad \text{se vuelve} \quad \alpha \cancel{R} = \frac{\cancel{R}\omega_f - \cancel{R}\omega_0}{t}$$

La aceleración angular es la tasa de cambio en el tiempo de la velocidad angular.

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

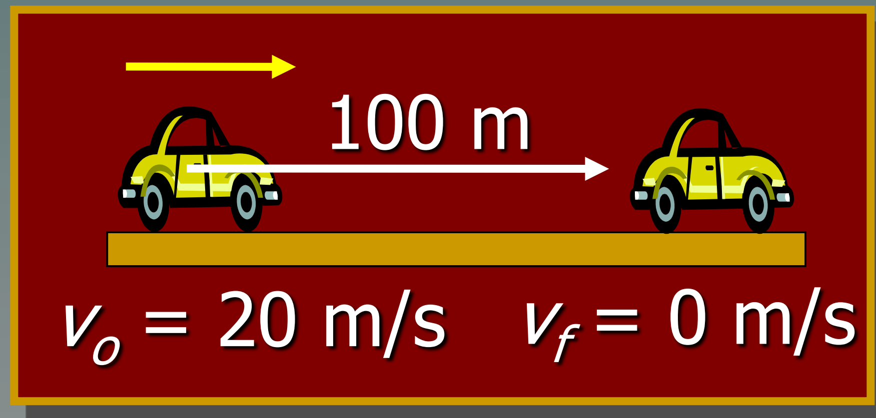
Comparación: lineal contra angular

$s = \bar{v}t = \left(\frac{v_0 + v_f}{2}\right)t$	$\theta = \bar{\omega}t = \left(\frac{\omega_0 + \omega_f}{2}\right)t$
$v_f = v_o + at$	$\omega_f = \omega_o + \alpha t$
$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$s = v_f t - \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_f t - \frac{1}{2}\alpha t^2$
$2as = v_f^2 - v_0^2$	$2\alpha\theta = \omega_f^2 - \omega_0^2$

Ejemplo lineal: Un automóvil que inicialmente viaja a 20 m/s llega a detenerse en una distancia de 100 m. ¿Cuál fue la aceleración?

Seleccione ecuación:

$$2as = v_f^2 - v_0^2$$



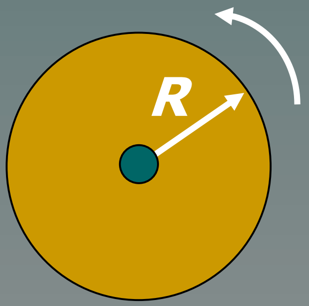
$$a = \frac{0 - v_o^2}{2s} = \frac{-(20\text{ m/s})^2}{2(100\text{ m})}$$

$$a = -2.00\text{ m/s}^2$$

Analogía angular: Un disco (R = 50 cm), que rota a 600 rev/min llega a detenerse después de dar 50 rev. ¿Cuál es la aceleración?

Seleccione ecuación:

$$\boxed{2\alpha\theta = \omega_f^2 - \omega_0^2}$$



$\omega_o = 600$ rpm

$\omega_f = 0$ rpm

$\theta = 50$ rev

$$600\,\frac{\text{rev}}{\text{min}}\left(\frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \text{rev}}\right)\left(\frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}}\right) = 62.8\ \text{rad/s}$$

50 rev = 314 rad

$$\alpha = \frac{0 - \omega_o^2}{2\theta} = \frac{-(62.8\ \text{rad/s})^2}{2(314\ \text{rad})}$$

$$\boxed{\alpha = -6.29\ \text{m/s}^2}$$

Estrategia para resolución de problemas:

- Dibuje y etiquete bosquejo de problema.
- Indique dirección + de rotación.
- Mencione lo dado y establezca lo que debe encontrar.

Dado: ____, _____, _____ $(\theta, \omega_o, \omega_f, \alpha, t)$

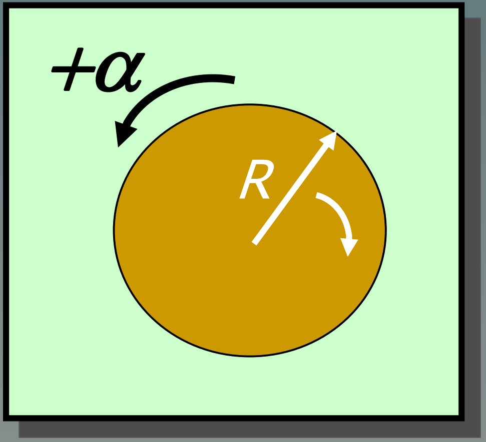
Encontrar: ____, _____

- Selecciones la ecuación que contenga una y no la otra de las cantidades desconocidas y resuelva para la incógnita.

Ejemplo 6: Un tambor rota en sentido de las manecillas del reloj inicialmente a 100 rpm y experimenta una aceleración constante en dirección contraria de 3 rad/s² durante 2 s. ¿Cuál es el desplazamiento angular?

Dado: ω_o = -100 rpm; t = 2 s

α = +2 rad/s²



$$100\,\frac{\text{rev}}{\text{min}}\left(\frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}\right)\left(\frac{2\pi\text{ rad}}{1\text{ rev}}\right)=10.5\text{ rad/s}$$

$$\theta=\omega_o t+\tfrac{1}{2}\alpha t^2=(-10.5)(2)+\tfrac{1}{2}(3)(2)^2$$

θ = -20.9 rad + 6 rad

$$\boxed{\theta = -14.9\text{ rad}}$$

El desplazamiento neto es en dirección de las manecilla del reloj (-)

Resumen de fórmulas para rotación

$$s = \bar{v}t = \left(\frac{v_0 + v_f}{2}\right)t$$

$$\theta = \bar{\omega}t = \left(\frac{\omega_0 + \omega_f}{2}\right)t$$

$$v_f = v_o + at$$

$$\omega_f = \omega_o + \alpha t$$

$$s = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$\theta = \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2$$

$$s = v_f t - \tfrac{1}{2}at^2$$

$$\theta = \omega_f t - \tfrac{1}{2}\alpha t^2$$

$$2as = v_f^2 - v_0^2$$

$$2\alpha\theta = \omega_f^2 - \omega_0^2$$

CONCLUSIÓN: Capítulo 11A Movimiento Angular