



# Capítulo 10. Movimiento circular uniforme

Presentación PowerPoint de

Paul E. Tippens, Profesor de Física

Southern Polytechnic State University

© 2007

# Aceleración centrípeta

Fuerzas  
centrípetas  
mantienen la  
trayectoria  
circular de estos  
niños.

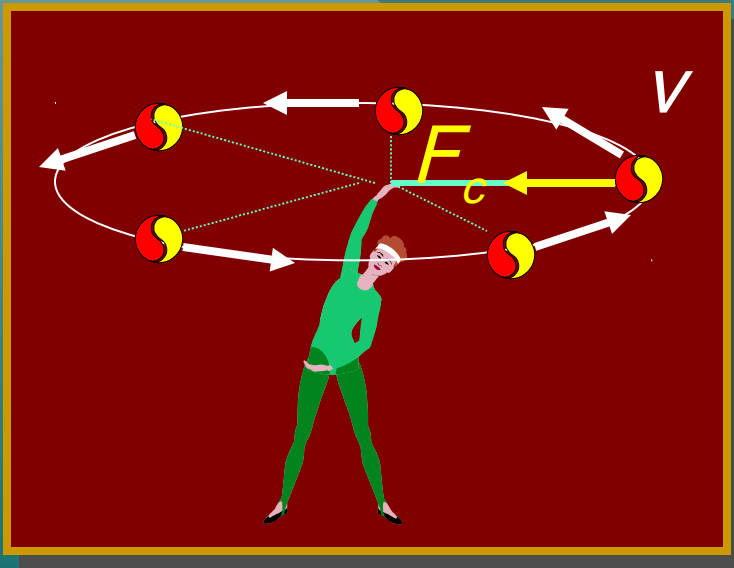


## Objetivos: Después de completar este módulo, deberá:

- Aplicar sus conocimientos sobre aceleración y fuerza centrípeta en la solución de problemas de movimiento circular.
- Definir y aplicar los conceptos de frecuencia y periodo, y relacionarlos con la velocidad lineal.
- Solucionar problemas de ángulos de peralte, péndulo cónico y círculo vertical.

# Movimiento circular uniforme

Movimiento circular uniforme *se realiza en trayectoria circular sin cambio en la **velocidad**, sólo cambia la **dirección**.*



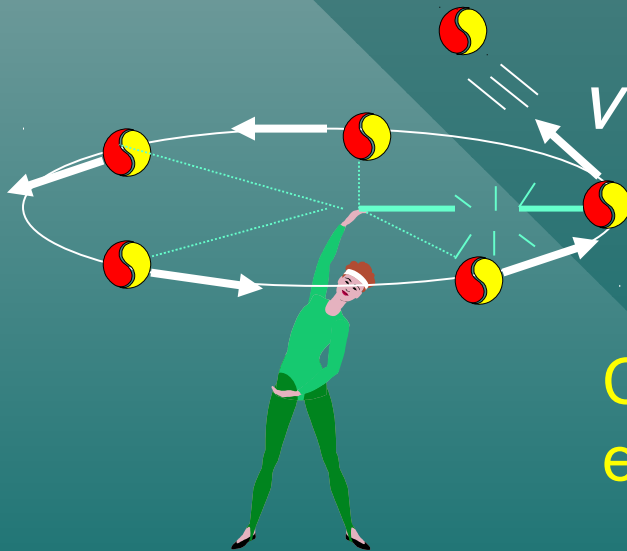
- *Velocidad constante **tangente** a la trayectoria*
- *Fuerza constante **hacia** el centro.*

***Pregunta:** ¿ alguna fuerza empuja **hacia afuera** al balón?*

# Movimiento circular uniforme (cont.)

La pregunta sobre la fuerza **hacia afuera** se resuelve al observar lo que sucede ¡cuando se rompe la cuerda!

El balón se mueve **tangente** a la trayectoria, **NO** hacia afuera, como se esperaba.



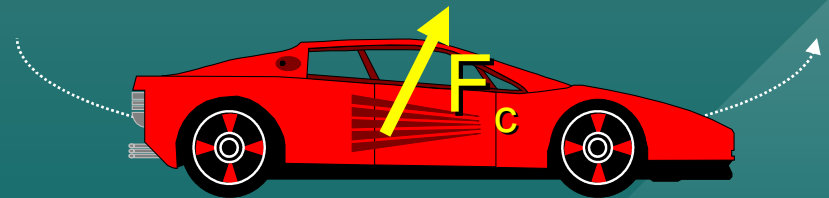
Cuando la fuerza central desaparece, el balón continúa en línea recta.

**La fuerza centrípeta** es necesaria para cambiar de dirección

# Ejemplos de fuerza centrípeta

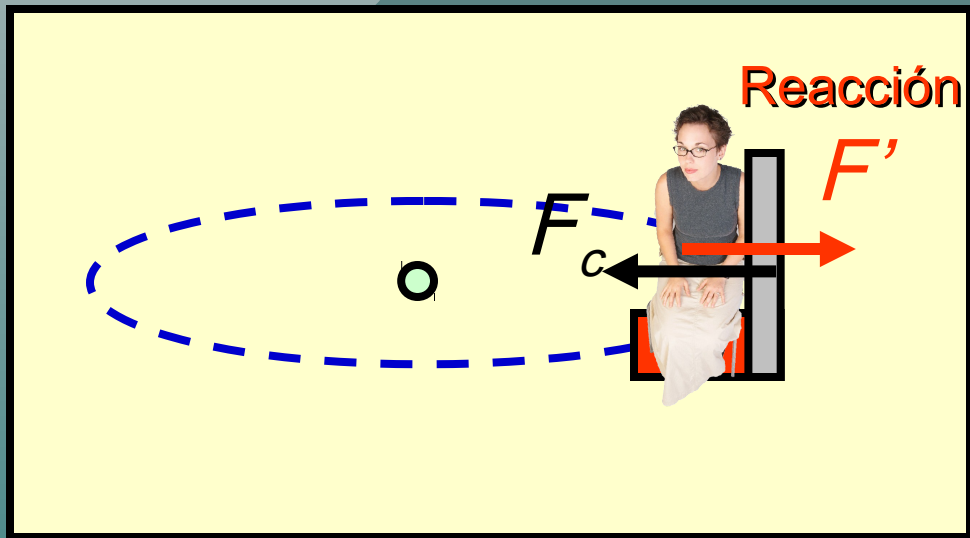
Usted se encuentra sentado cerca de la puerta. ¿Cuál es la dirección de las fuerzas resultantes sobre usted al virar? ¿Es alejado del centro o hacia el centro de la vuelta?

- El carro vira en una curva.



La fuerza **SOBRE** usted es **hacia** el centro.

# Continuación del ejemplo

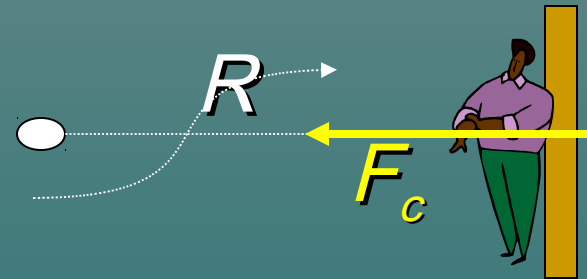


La fuerza centrípeta es ejercida **POR** la puerta **SOBRE** usted. (hacia el centro)

**Hay** una fuerza hacia el exterior, pero no actúa **SOBRE** usted. Es la fuerza de reacción ejercida **POR** usted **SOBRE** la puerta. Sólo afecta la puerta.

## Otro ejemplo

- Empuje sobre el muro.



¿Qué fuerzas centrípetas se ejercen en este ejemplo y sobre qué actúan?

La fuerza centrípeta es ejercida POR el muro SOBRE el hombre. Una fuerza de reacción es ejercida por el hombre sobre el muro, pero no determina el movimiento de éste.



# Ciclo de rotación en lavadora

¿Cuánta agua circula entre la ropa durante el ciclo de lavado?

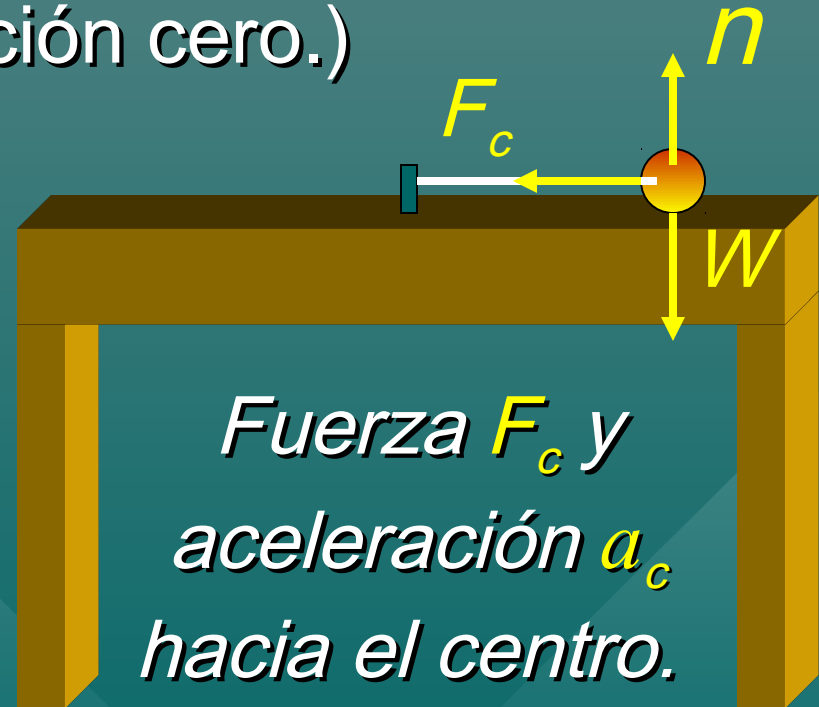
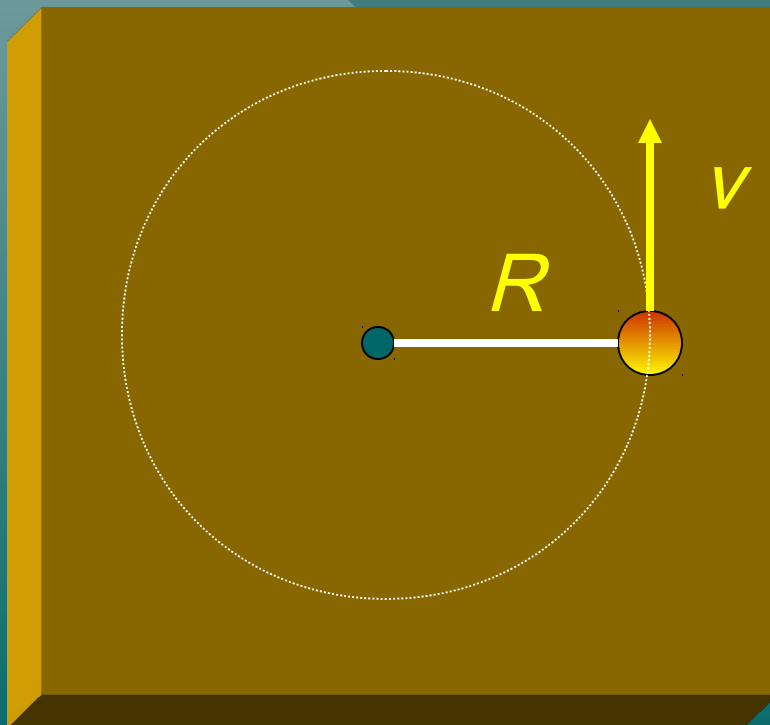


Piense antes de responder. . . ¿La fuerza centrípeta hace circular el agua entre la ropa?

**NO.** De hecho, es la **FALTA** de esta fuerza lo que lleva a la ropa hacia los hoyos de la pared circular de la lavadora.

# Aceleración centrípeta

Tiene una pelota en movimiento con velocidad constante  $v$  en un círculo horizontal de radio  $R$  atada con una cuerda a una pértiga al centro de una mesa. (Suponga fricción cero.)

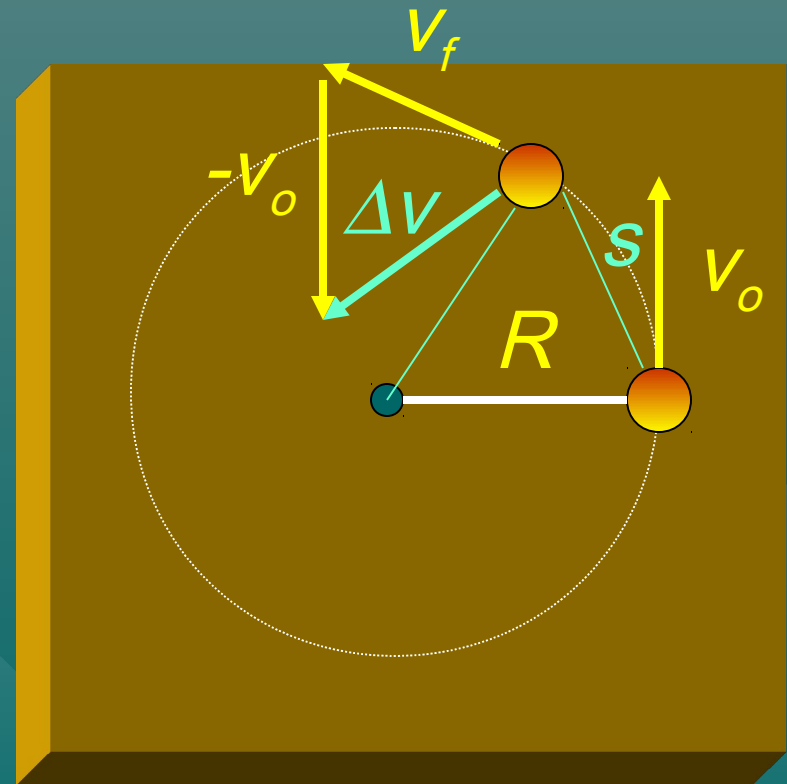
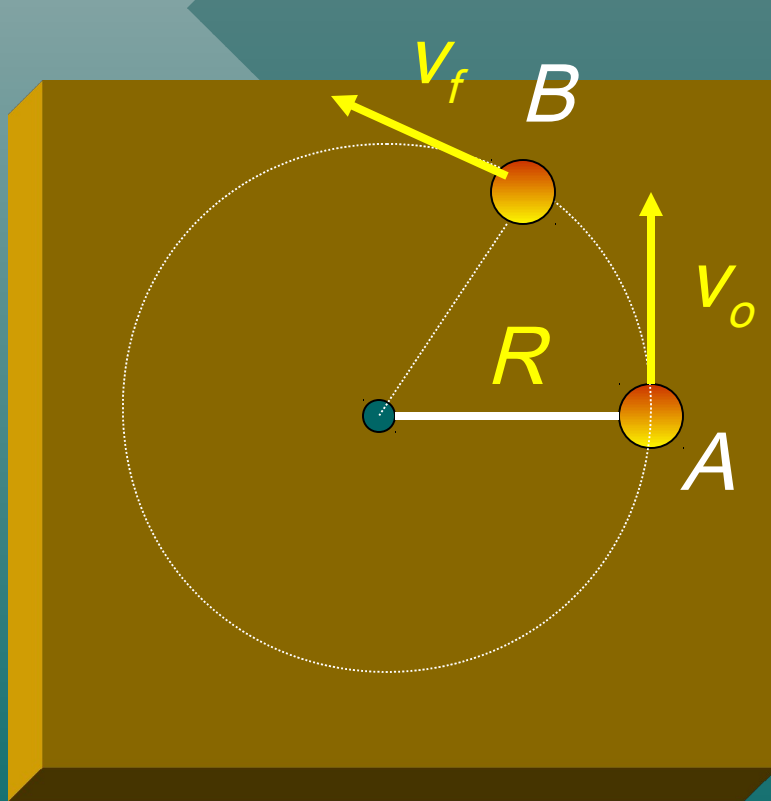


*Fuerza  $F_c$  y  
aceleración  $a_c$   
hacia el centro.*

$$W = n$$

# Aceleración central

*Considere la velocidad inicial en A y la velocidad final en B:*

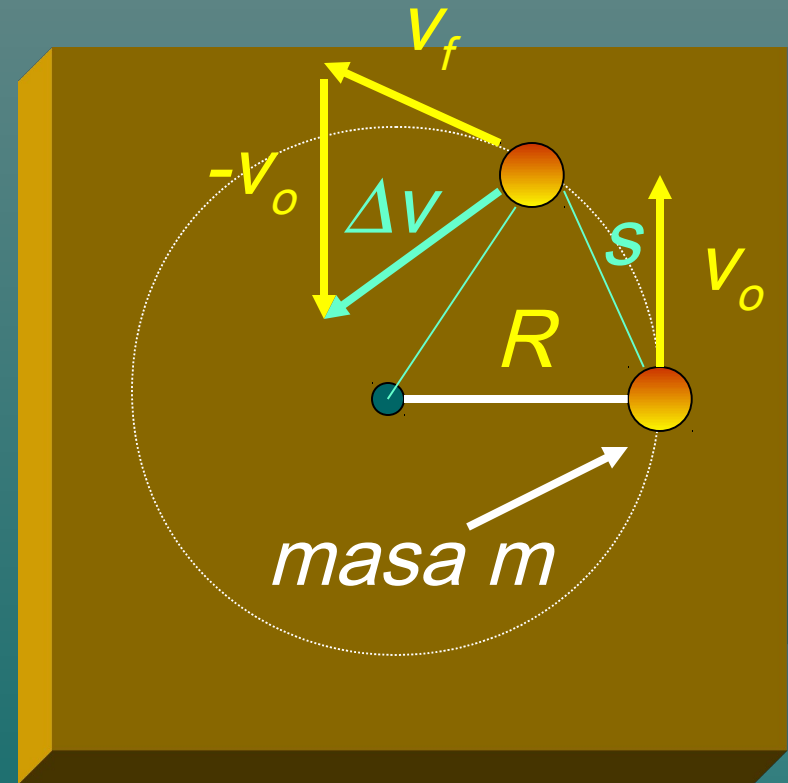


# Aceleración (cont.)

Definición:  $a_c = \frac{\Delta v}{t}$

Triángulos similares  $\frac{\Delta v}{v} = \frac{s}{R}$

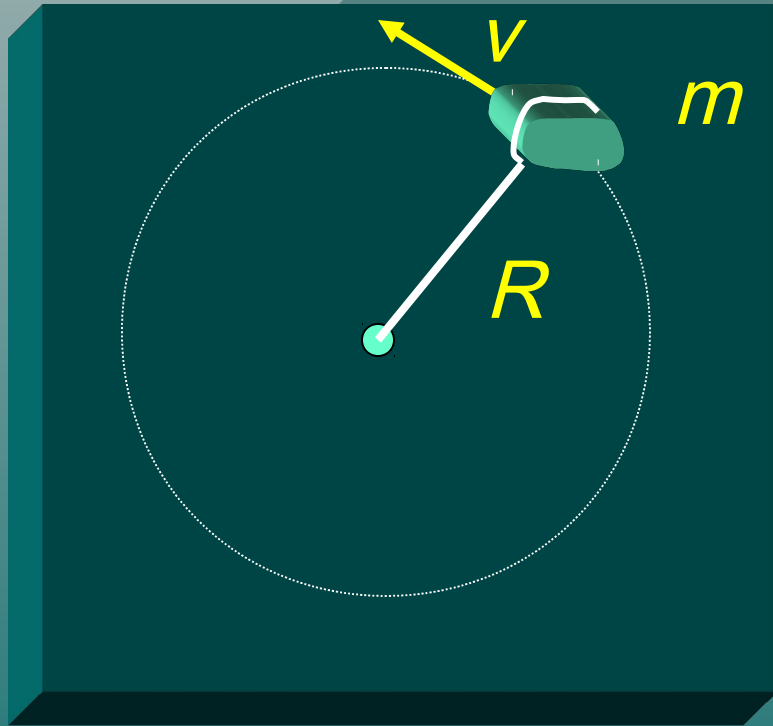
$$a_c = \frac{\Delta v}{t} = \frac{vs}{Rt} = \frac{v^2}{R}$$



**Aceleración  
centrípeta:**

$$a_c = \frac{v^2}{R}; \quad F_c = ma_c = \frac{mv^2}{R}$$

Ejemplo 1: Una piedra de **3-kg** gira en un círculo con radio de **5 m**. Si la velocidad constante es de **8 m/s**, ¿cuál es la aceleración centrípeta?



$$a_c = \frac{v^2}{R} \quad m = 3 \text{ kg}$$

$$R = 5 \text{ m}; v = 8 \text{ m/s}$$

$$a_c = \frac{(8 \text{ m/s})^2}{5 \text{ m}} = 12.8 \text{ m/s}^2$$

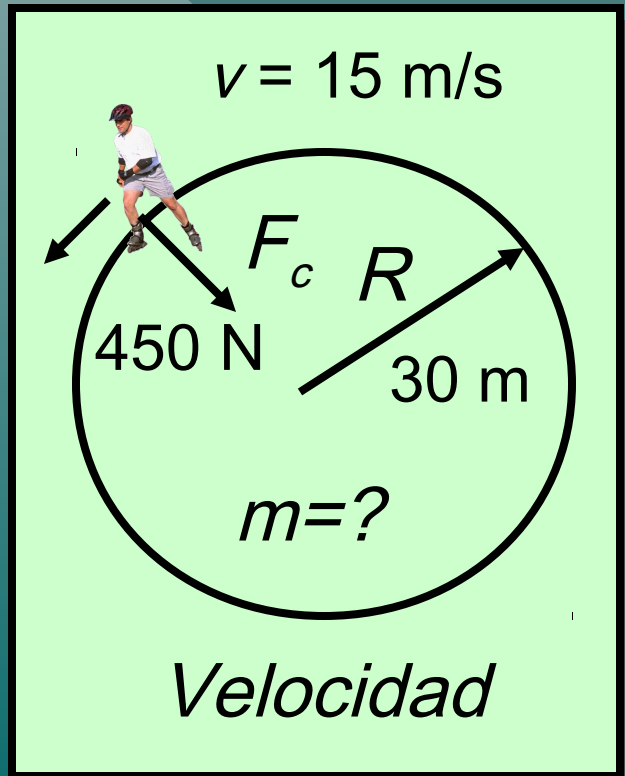
$$F = (3 \text{ kg})(12.8 \text{ m/s}^2)$$

$$F_c = ma_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$F_c = 38.4 \text{ N}$$

Ejemplo 2: Pedro patina a **15 m/s** en un círculo con radio de **30 m**. El hielo ejerce una fuerza central de **450 N**. ¿Cuál es la masa de Pedro?

*Dibuje el boceto*



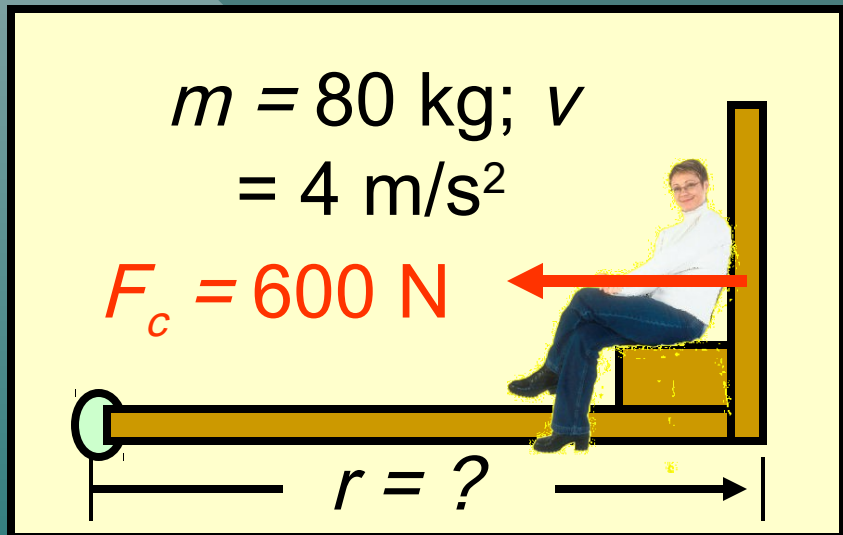
$$F_c = \frac{mv^2}{R}; \quad m = \frac{F_c R}{v^2}$$

$$m = \frac{(450 \text{ N})(30 \text{ m})}{(15 \text{ m/s})^2}$$

$$m = 60.0 \text{ kg}$$

Ejemplo 3. El muro ejerce **600 N** de fuerza en una persona de **80-kg** con movimiento de **4 m/s** en una plataforma circular. ¿Cuál es el radio de la trayectoria circular?

*Dibuja un boceto*



Segunda ley de Newton para el movimiento circular:

$$F = \frac{mv^2}{r}; \quad r = \frac{mv^2}{F}$$

$$r = \frac{(80 \text{ kg})(4 \text{ m/s})^2}{600 \text{ N}}$$

$$r = 2.13 \text{ m}$$

# Un auto con giro suave



¿Cuál es la dirección de la fuerza **SOBRE** el carro?

**Resp. Hacia el centro**

Esta fuerza central es ejercida **POR** el camino **SOBRE** el auto.



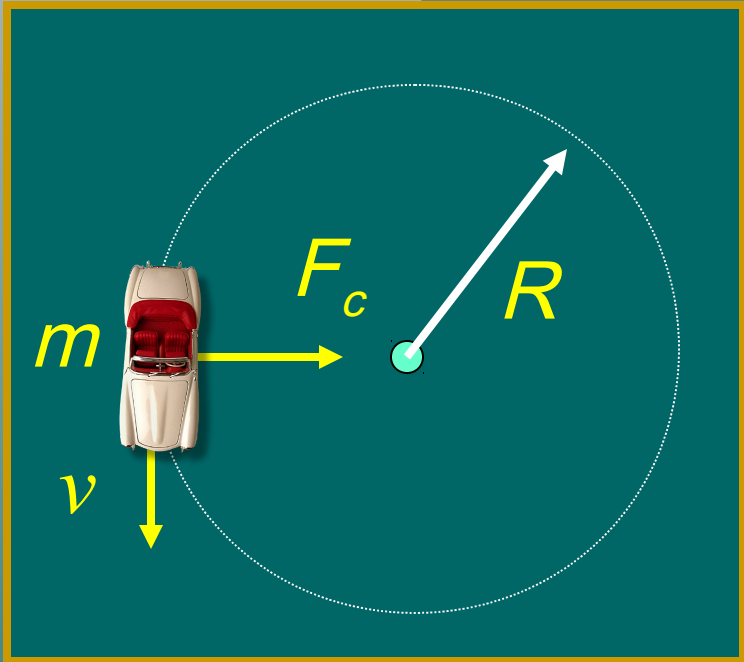
# Un auto con giro suave



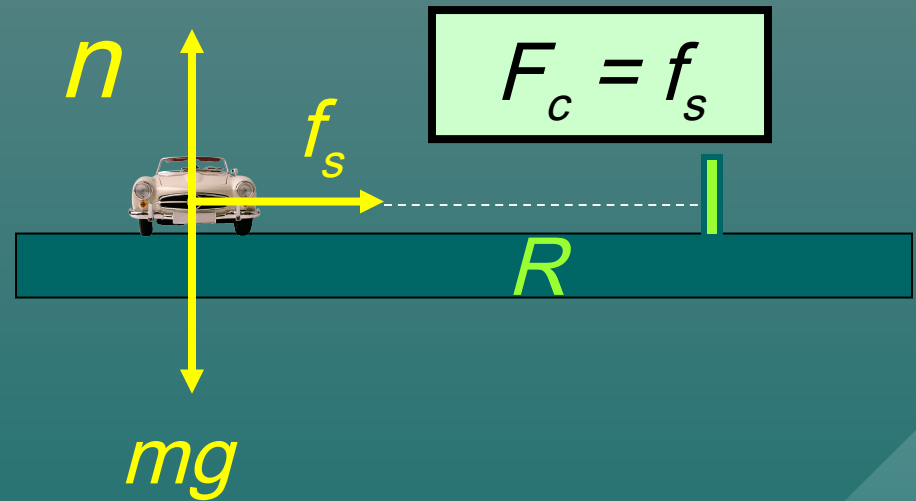
¿Hay alguna fuerza **hacia afuera SOBRE** el auto?

**Resp. No**, pero el auto no ejerce una fuerza de **reacción** hacia afuera **SOBRE** el camino.

# Un auto con giro suave

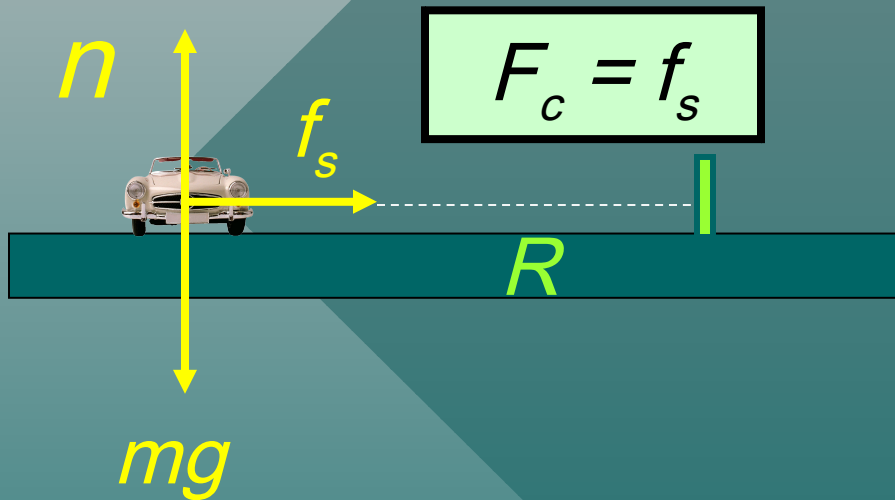


La fuerza centrípeta  $F_c$  se debe a la fricción estática  $f_s$ :

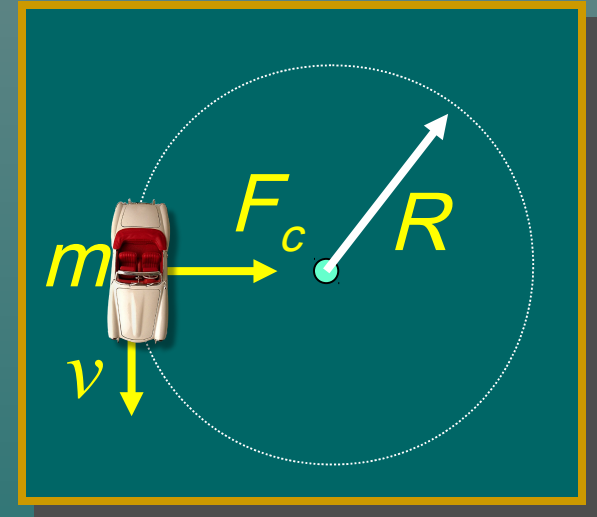


La fuerza centrípeta  $F_c$  y la fuerza de fricción  $f_s$  No son dos fuerzas distintas. Sólo hay **una** fuerza sobre el auto. La **naturaleza** de esta fuerza central es su fricción estática.

Encuentre la velocidad máxima para dar una vuelta sin derrapar.



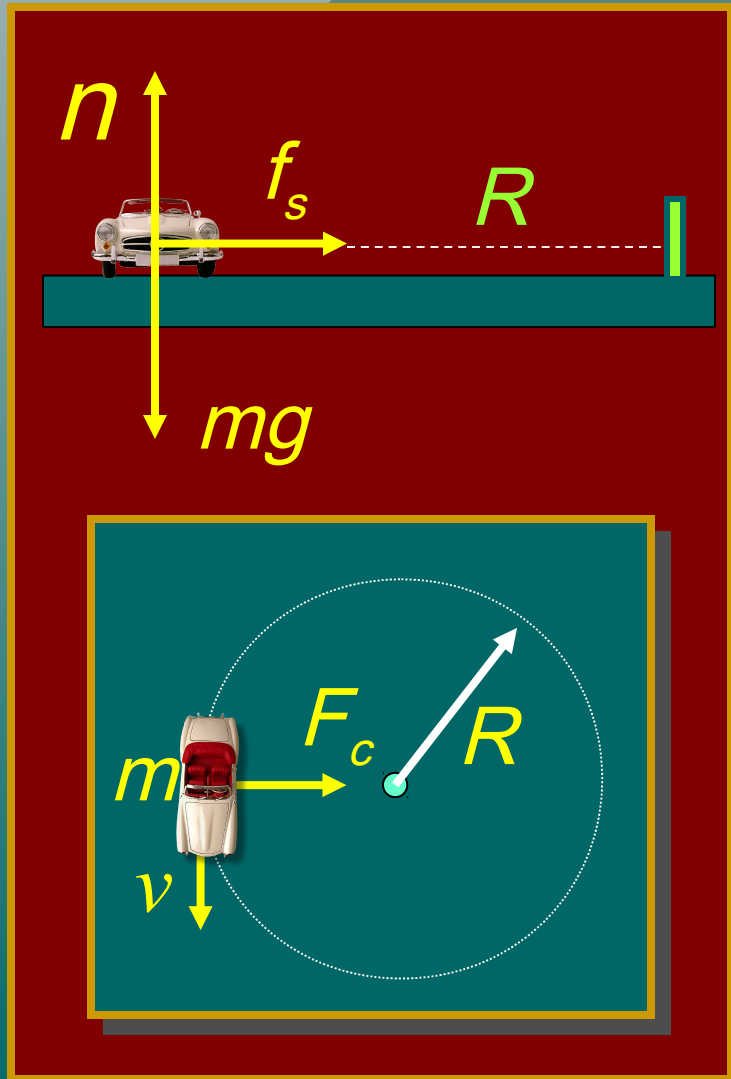
$$F_c = f_s$$



*El auto está a punto de derrapar cuando  $F_c$  es igual a la fuerza máxima de la fricción estática  $f_s$ .*

$$F_c = f_s \quad F_c = \frac{mv^2}{R} \quad f_s = \mu_s mg$$

# Velocidad máxima sin derrapar (cont.)



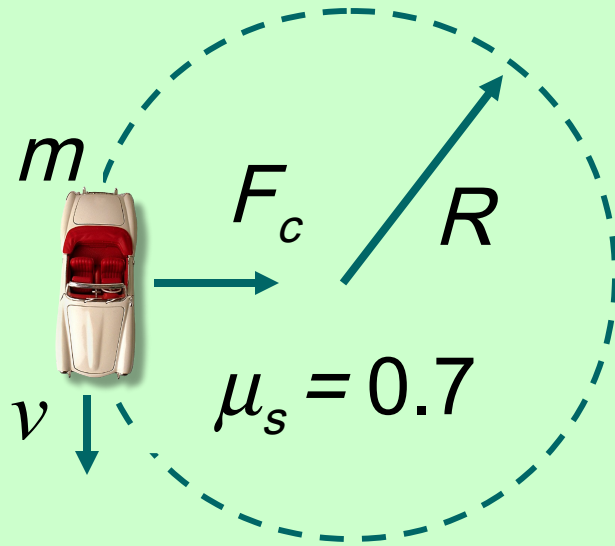
$$F_c = f_s$$

$$\frac{mv^2}{R} = \mu_s mg$$

$$v = \sqrt{\mu_s g R}$$

*La velocidad  $v$  es la aceleración máxima para no derrapar.*

Ejemplo 4: Un auto da vuelta con un radio de **70 m** si el coeficiente de la fricción estática es **0.7**. ¿Cuál es la aceleración máxima sin derrapar?



$$F_c = \frac{mv^2}{R} \quad f_s = \mu_s mg$$

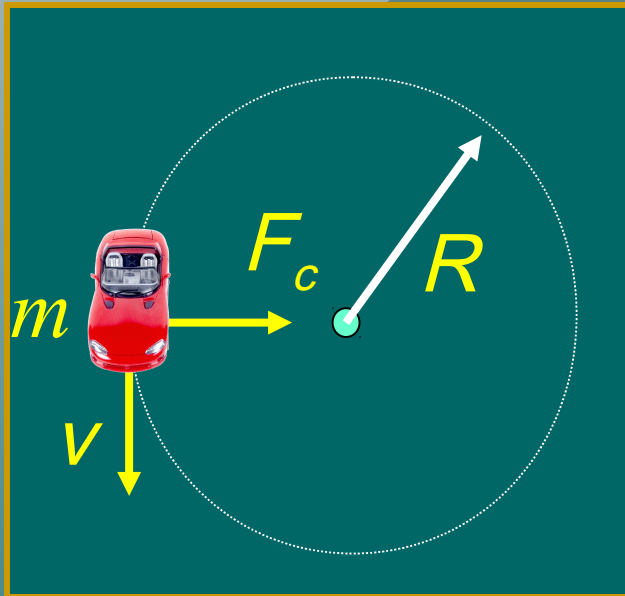
De donde:  $v = \sqrt{\mu_s g R}$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2; \quad R = 70 \text{ m}$$

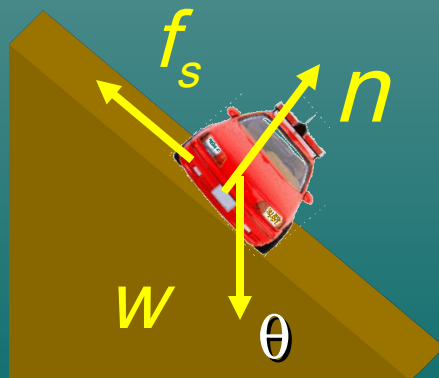
$$v = \sqrt{\mu_s g R} = \sqrt{(0.7)(9.8)(70 \text{ m})}$$

$$v = 21.9 \text{ m/s}$$

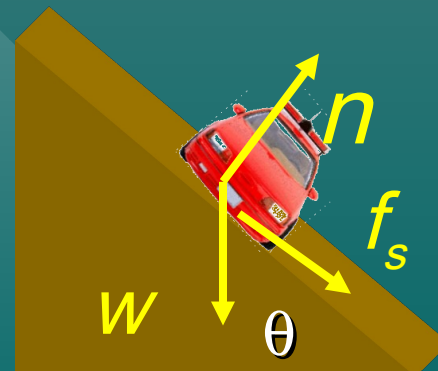
# Peralte óptimo



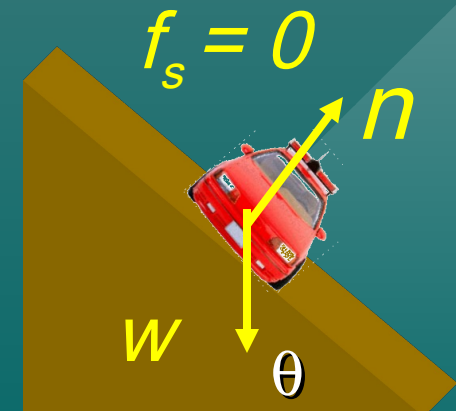
Para el peralte de una curva con ángulo óptimo, la fuerza normal  $n$  da la fuerza centrípeta necesaria para no requerir una fuerza de fricción.



*Aceleración  
lenta*

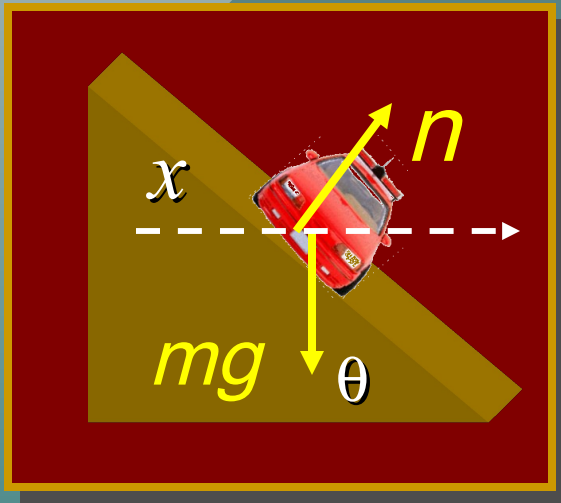


*Aceleración  
rápida*

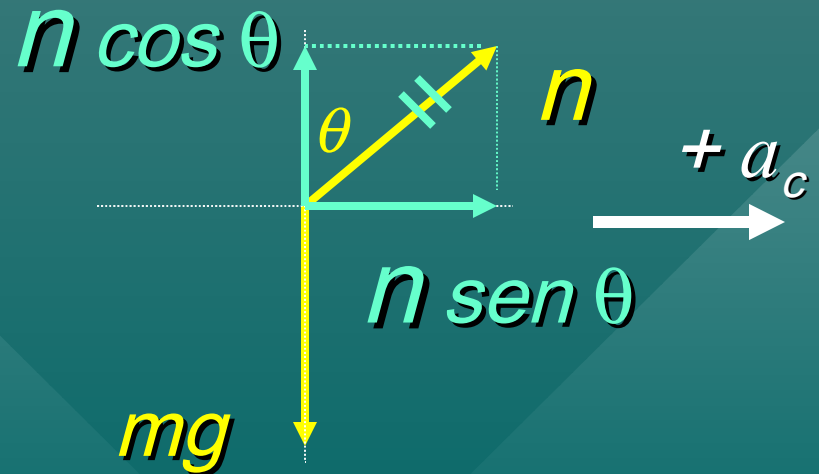
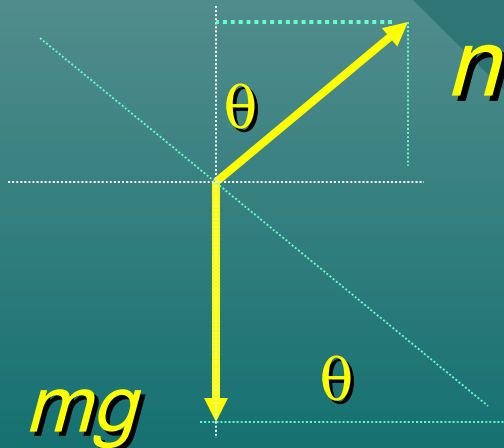


*Óptimo*

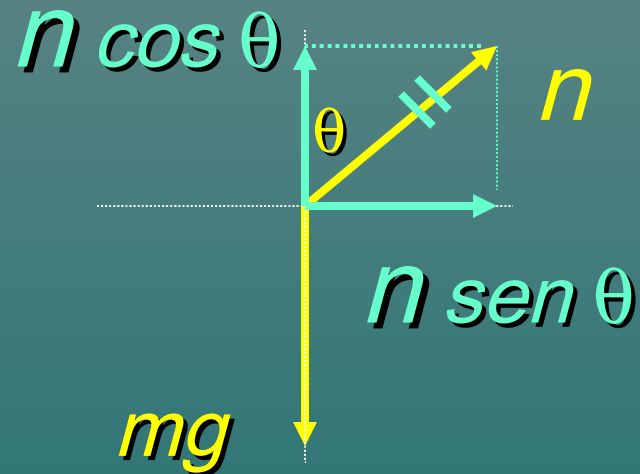
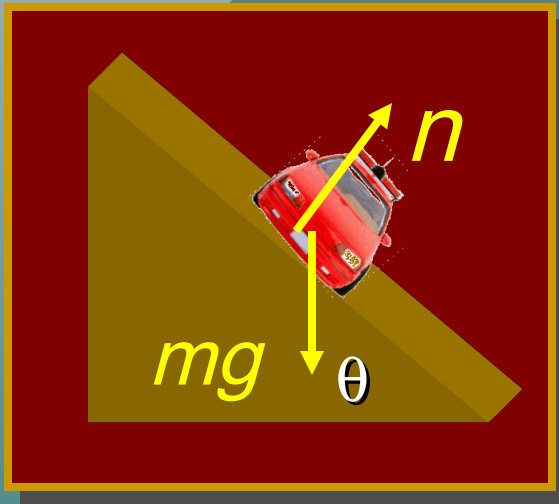
# Diagrama de un cuerpo libre



La aceleración  $a$  es hacia el centro. Sea  $x$  el eje a lo largo de la dirección de  $a_c$ , i. e., horizontal (izquierda a derecha).



# Peralte óptimo (cont.)



*Aplique la segunda ley de Newton a los ejes x y y.*

$$\Sigma F_x = ma_c$$

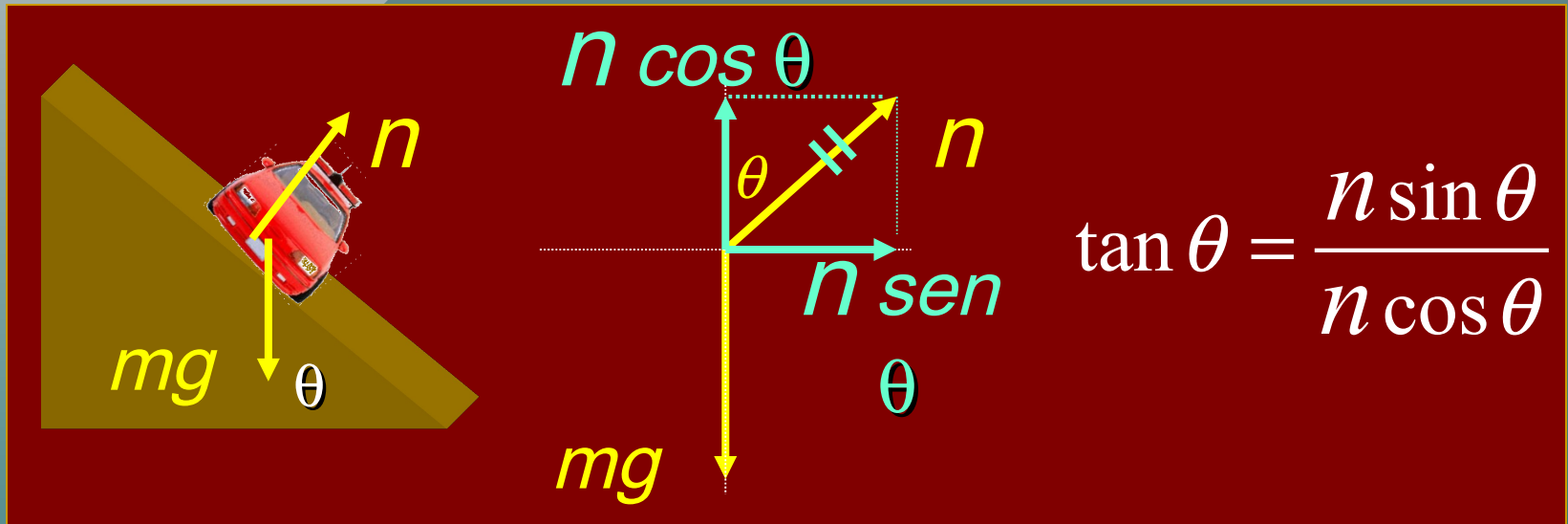
$$n \text{ sen } \theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$n \text{ cos } \theta = mg$$



# Peralte óptimo (cont.)



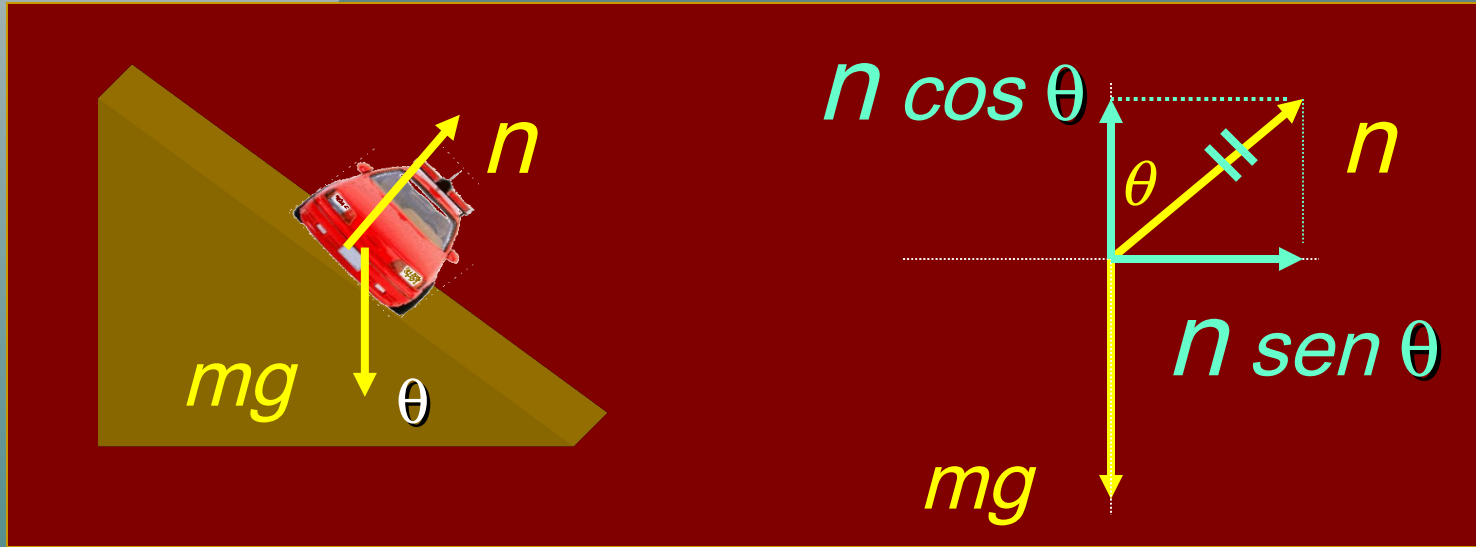
$$\tan \theta = \frac{n \sin \theta}{n \cos \theta}$$

$$n \sin \theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$n \cos \theta = mg$$

$$\tan \theta = \frac{\cancel{mv^2}}{\cancel{mg}} = \frac{v^2}{gR}$$

# Peralte óptimo (cont.)

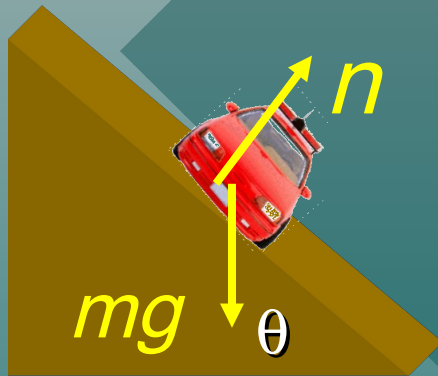


$$\tan \theta = \frac{n \sin \theta}{n \cos \theta}$$

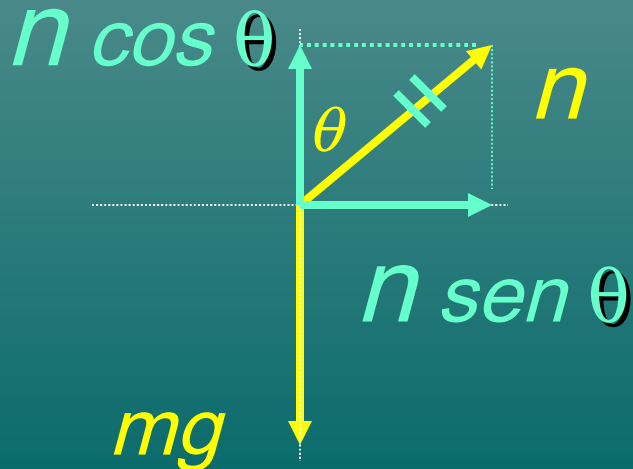
*Peralte óptimo  $\theta$*

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR}$$

Ejemplo 5: Un auto da una vuelta con radio de 80 m. ¿Cuál es el peralte óptimo para esta curva si la velocidad es igual a 12 m/s?



$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR} = \frac{(12 \text{ m/s})^2}{(9.8 \text{ m/s}^2)(80 \text{ m})}$$



$$\tan \theta = 0.184$$

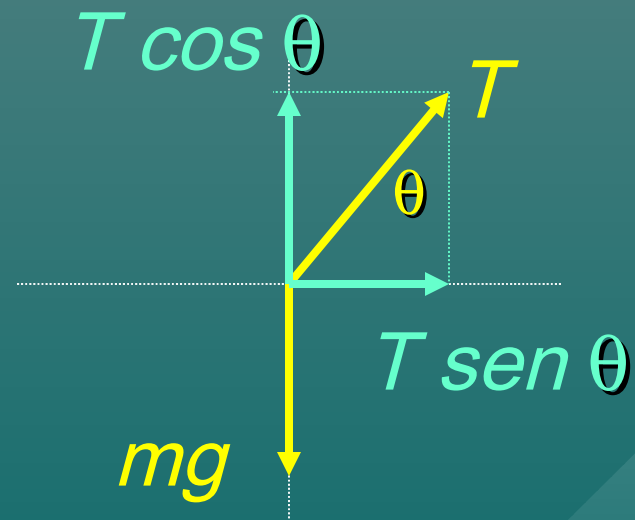
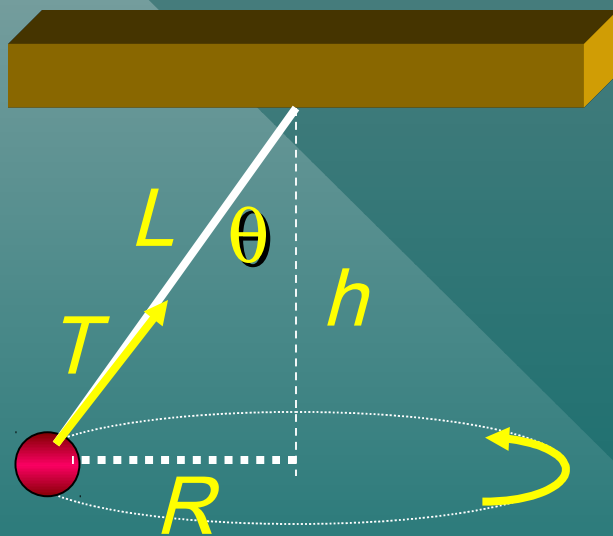
$$\theta = 10.40$$

¿Cómo encuentra la fuerza centrípeta<sup>2</sup> sobre el carro, conociendo su masa?

$$F_c = \frac{mv^2}{R}$$

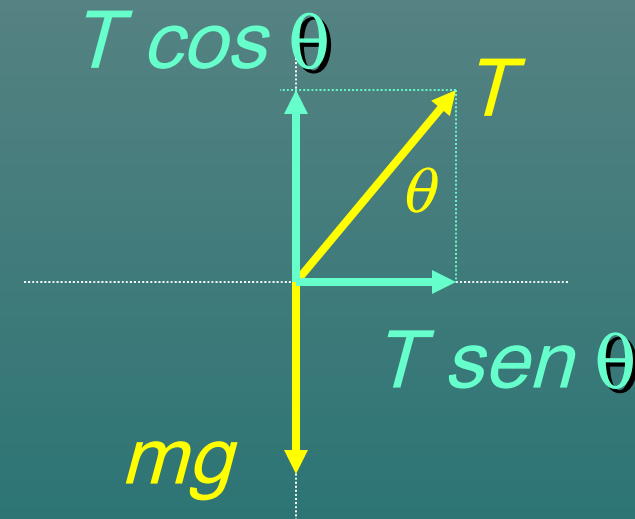
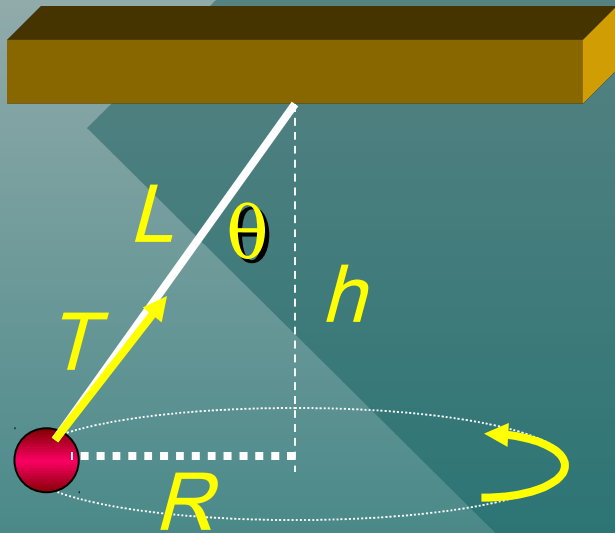
# El péndulo cónico

Un *péndulo cónico* consiste de una masa  $m$  giratoria en un círculo horizontal de radio  $R$  al extremo de una cuerda de largo  $L$ .



*Nota: El componente interior de la tensión  $T \sin \theta$  requiere una fuerza central.*

# Ángulo $\theta$ y velocidad $v$ :



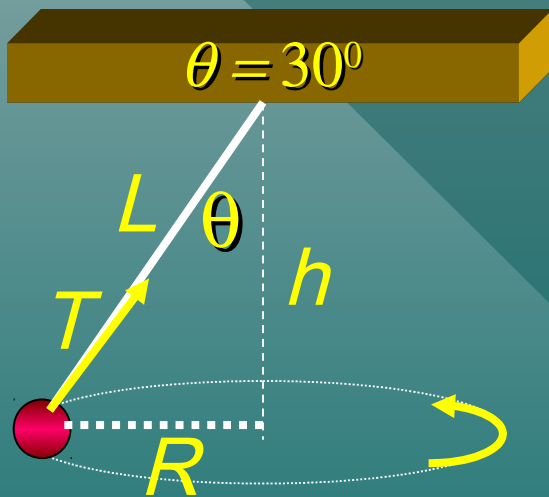
Resuelva  
las dos  
ecuaciones  
para  
encontrar  
el ángulo  $\theta$

$$T \text{ sen } \theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$T \text{ cos } \theta = mg$$

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR}$$

Ejemplo 6: Una masa de **2-kg** gira en un círculo horizontal atada al extremo de una cuerda de **10 m** de largo. ¿Cuál es la velocidad constante de la masa si la cuerda hace un ángulo de **30°** con la vertical?



1. *Dibuje y trace un boceto.*
2. *Recuerde la fórmula del péndulo.*

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR} \quad \text{Halle: } v = ?$$

3. *Para esta fórmula, debe encontrar  $R = ?$*

$$R = L \sin 30^\circ = (10 \text{ m})(0.5)$$

$$R = 5 \text{ m}$$

Ejemplo 6 (cont.): Halle  $v$  para  $\theta = 30^\circ$

4. Use los datos para encontrar la velocidad a  $30^\circ$ .

$$R = 5 \text{ m} \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

Encuentre  
 $v = ?$

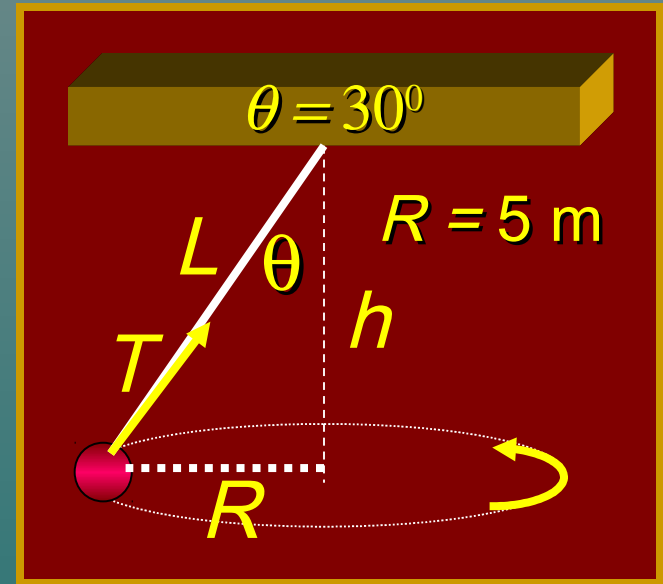
$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR}$$

$$v^2 = gR \tan \theta$$

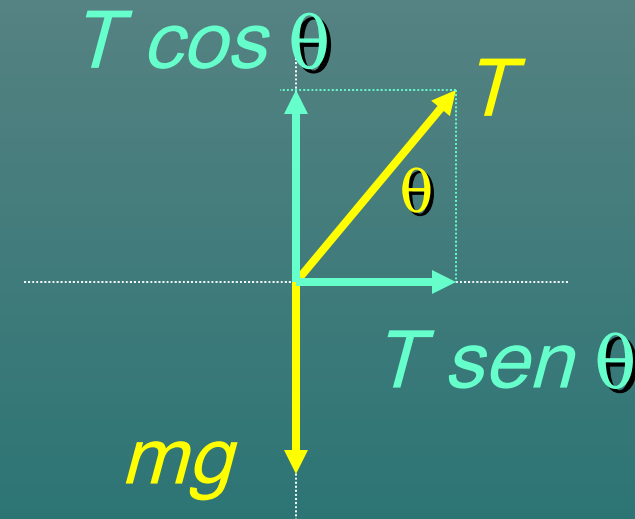
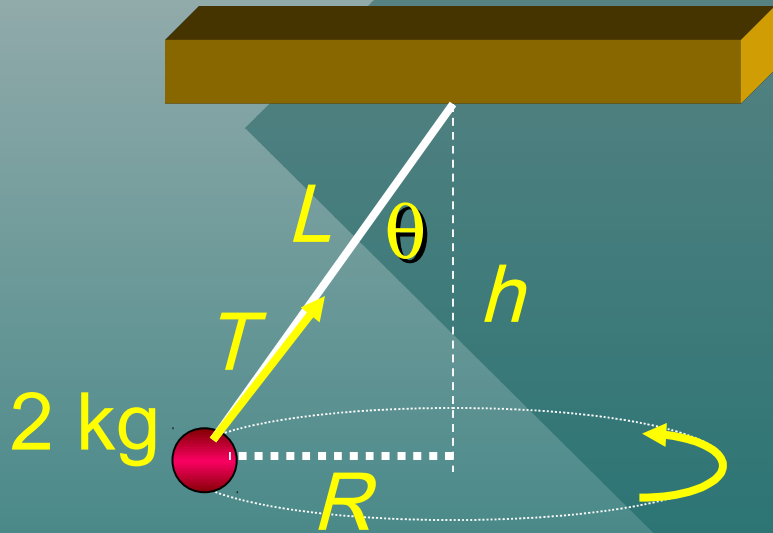
$$v = \sqrt{gR \tan \theta}$$

$$v = \sqrt{(9.8 \text{ m/s}^2)(5 \text{ m}) \tan 30^\circ}$$

$$v = 5.32 \text{ m/s}$$



Ejemplo 7: Ahora halle la tensión  $T$  en la cuerda si  $m = 2 \text{ kg}$ ,  $\theta = 30^\circ$ , y  $L = 10 \text{ m}$ .



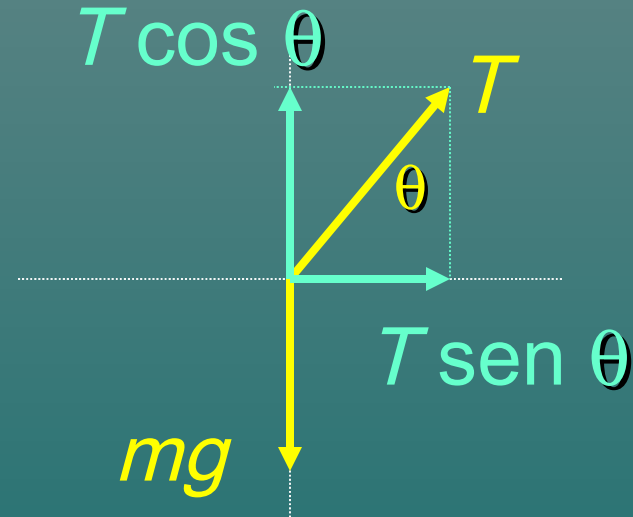
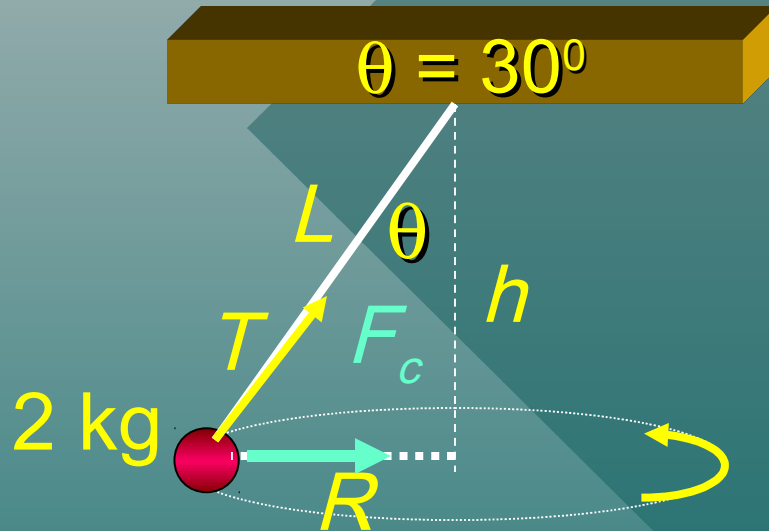
$$\Sigma F_y = 0: \quad T \cos \theta - mg = 0; \quad T \cos \theta = mg$$

$$T = \frac{mg}{\cos \theta} = \frac{(2 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{\cos 30^\circ}$$

$$T = 22.6 \text{ N}$$



Ejemplo 8: Halle la fuerza centrípeta  $F_c$  para el ejemplo.



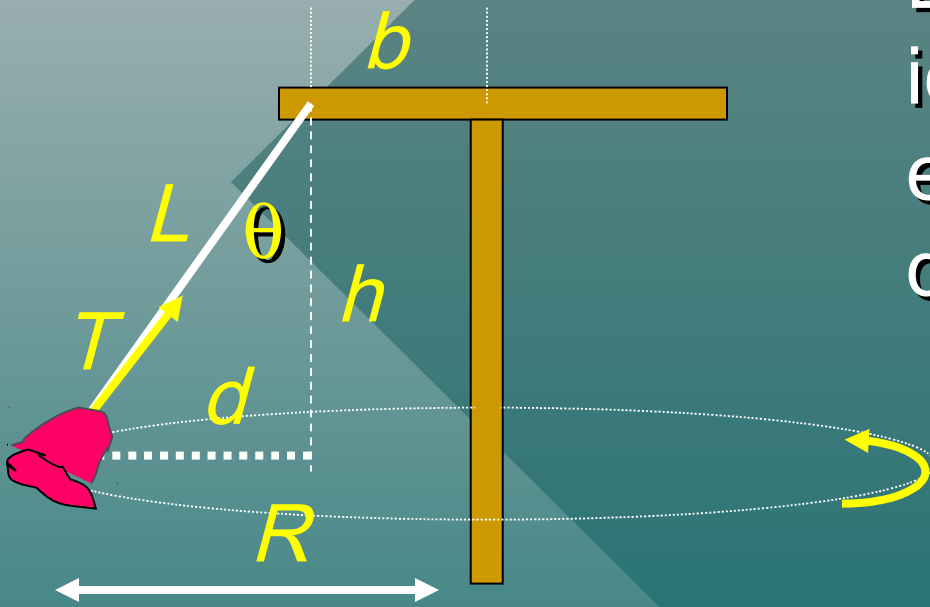
$$m = 2 \text{ kg}; v = 5.32 \text{ m/s}; R = 5 \text{ m}; T = 22.6 \text{ N}$$

$$F_c = \frac{mv^2}{R} \text{ or } F_c = T \sin 30^\circ$$

$$F_c = 11.3 \text{ N}$$

# Sillas giratorias

Este problema es idéntico a los otros ejemplos, excepto que debe hallar  $R$ .



$$R = d + b$$

$$R = L \sin \theta + b$$

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR}$$

y

$$v = \sqrt{gR \tan \theta}$$

Ejemplo 9. Si  $b = 5 \text{ m}$  y  $L = 10 \text{ m}$ , ¿cuál será la velocidad si el ángulo es  $\theta = 26^\circ$ ?

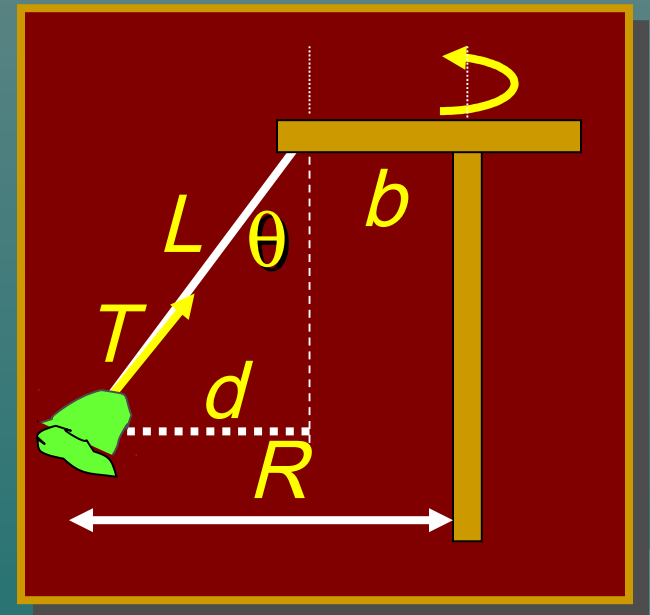
$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR} \quad R = d + b$$

$$d = (10 \text{ m}) \sin 26^\circ = 4.38 \text{ m}$$

$$R = 4.38 \text{ m} + 5 \text{ m} = 9.38 \text{ m}$$

$$v^2 = gR \tan \theta \quad v = \sqrt{gR \tan \theta}$$

$$v = \sqrt{(9.8 \text{ m/s}^2)(9.38 \text{ m}) \tan 26^\circ}$$



$$v = 6.70 \text{ m/s}$$

# Movimiento en círculo vertical

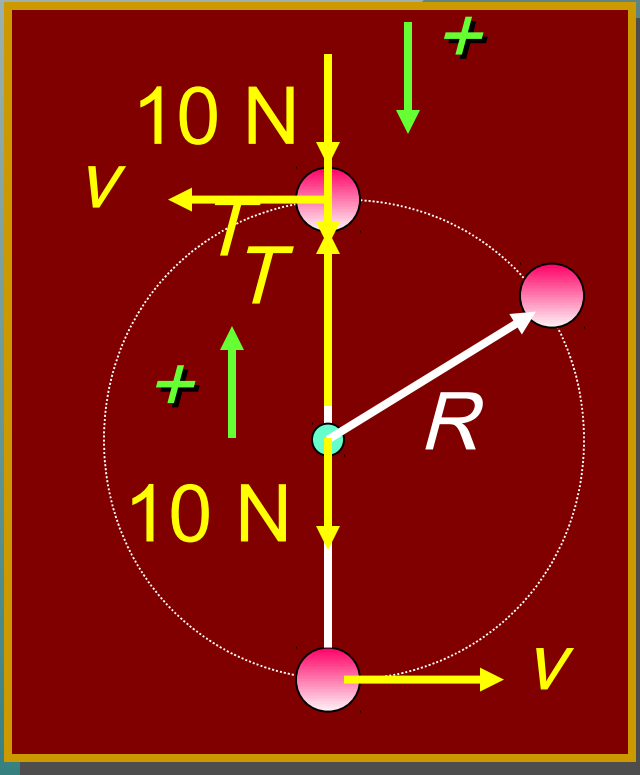
Considere las fuerzas en una pelota sujeta a una cuerda que da una vuelta vertical.

Note que la dirección *positiva* siempre es de aceleración, i.e., *hacia el centro* del círculo.



Dé click en el mouse para ver las nuevas posiciones.

Como ejercicio, suponga que la fuerza central de  $F_c = 40 \text{ N}$  es requerida para mantener el movimiento circular de la pelota y  $W = 10 \text{ N}$ .



La tensión  $T$  ajusta, así que el resultante central es  $40 \text{ N}$ .

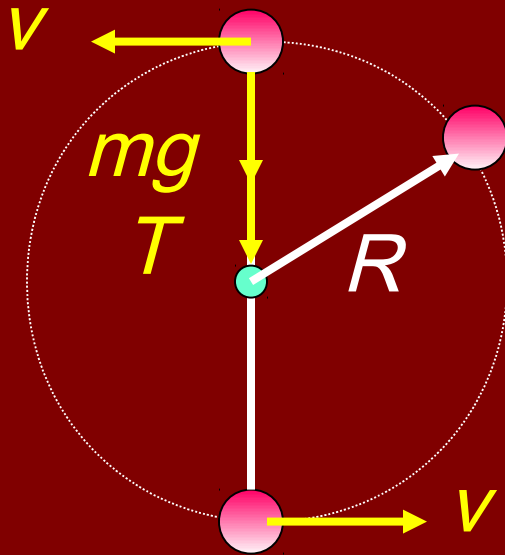
Arriba:  $10 \text{ N} + T = 40 \text{ N}$

$T = \underline{30 \text{ N}}$

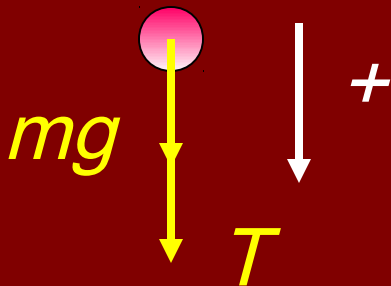
Abajo:  $T - 10 \text{ N} = 40 \text{ N}$

$T = \underline{50 \text{ N}}$

# Movimiento en círculo vertical



**ARRIBA:**



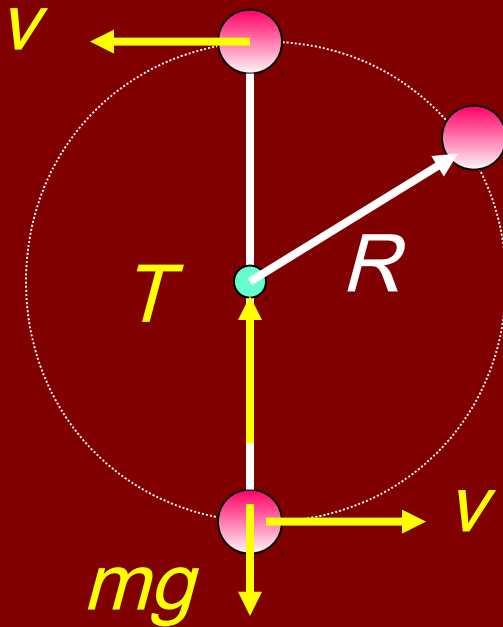
Fuerza  
resultante hacia el centro  $F_c = \frac{mv^2}{R}$

Considere ARRIBA del círculo:

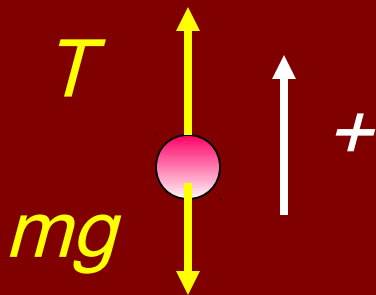
$$mg + T = \frac{mv^2}{R}$$

$$T = \frac{mv^2}{R} - mg$$

# Círculo vertical; Masa hacia abajo



Hacia arriba:



Fuerza  
resultante hacia  
el centro  $F_c = \frac{mv^2}{R}$

Considere ABAJO del  
círculo:

$$T - mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$T = \frac{mv^2}{R} + mg$$

Ayuda visual: Suponga que la fuerza centrípeta para mantener el movimiento circular es de **20 N**. Con un peso de **5 N**.



$$F_C = \frac{mv^2}{R} = 20 \text{ N}$$

*Fuerza central resultante  $F_C$  para todo punto de la trayectoria!*

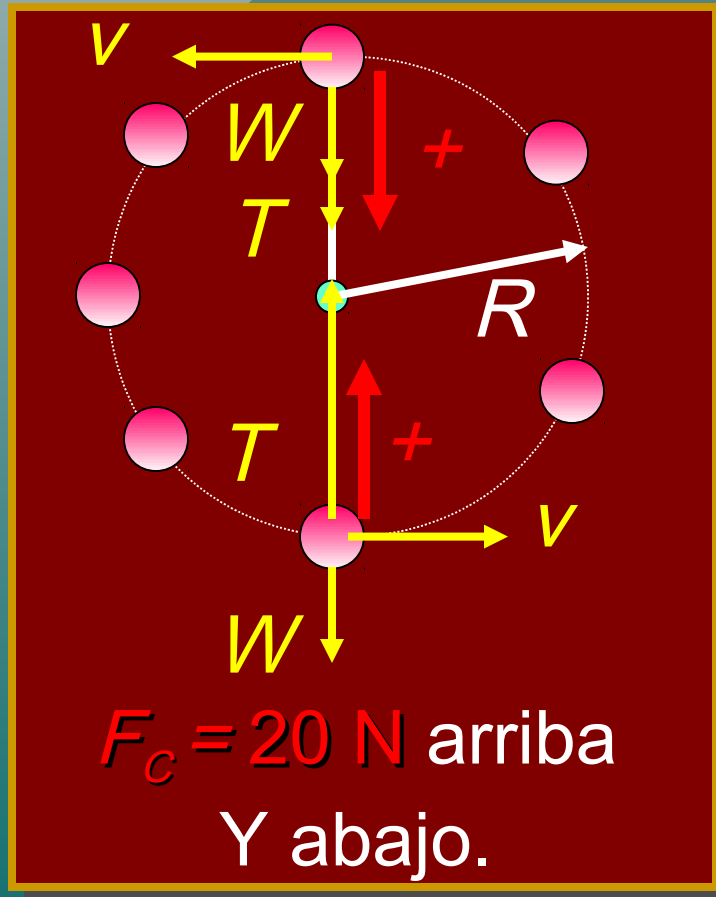
$F_C = 20 \text{ N}$

*El vector peso  $W$  descende a cualquier punto.*

$W = 5 \text{ N}$ , abajo



Ayuda visual: La fuerza resultante (**20 N**) es la suma del vector de  $T$  y  $W$  para todo punto de la trayectoria.



Arriba:  $T + W = F_c$

$$T + 5 \text{ N} = 20 \text{ N}$$

$$T = 20 \text{ N} - 5 \text{ N} = 15 \text{ N}$$


---

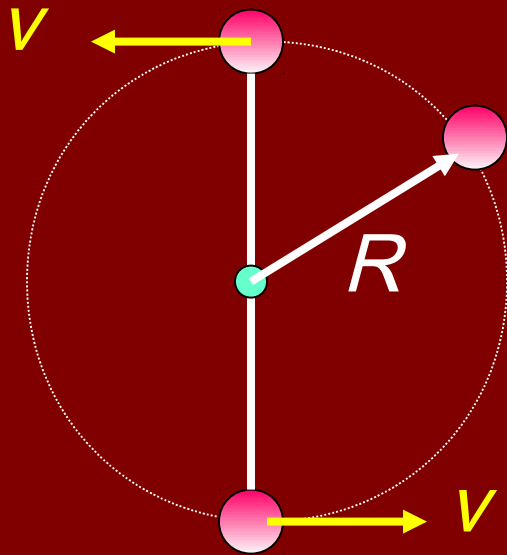
Abajo:

$$T - W = F_c$$

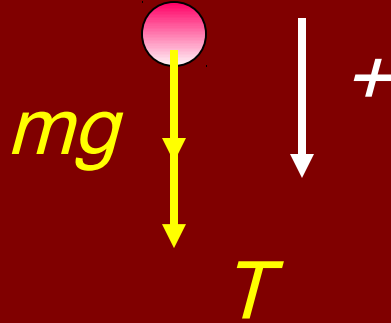
$$T - 5 \text{ N} = 20 \text{ N}$$

$$T = 20 \text{ N} + 5 \text{ N} = 25 \text{ N}$$

# Movimiento en círculo

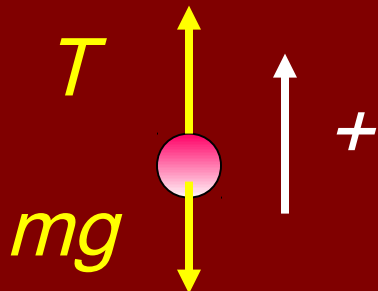


*Hacia arriba:*



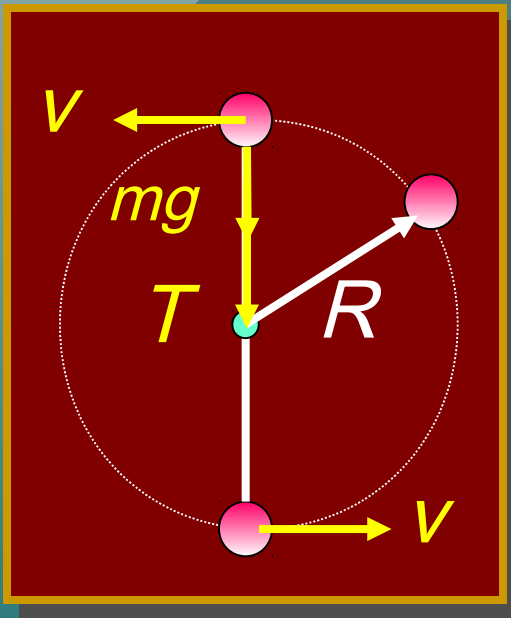
$$T = \frac{mv^2}{R} - mg$$

*Hacia abajo:*



$$T = \frac{mv^2}{R} + mg$$

Ejemplo 10: Una piedra de **2-kg** gira en un círculo vertical de **8 m** de radio. La velocidad de la piedra en el punto **más alto** es de **10 m/s**.  
¿Cuál es la tensión  $T$  en la cuerda?



*Más alto:*  $mg + T = \frac{mv^2}{R}$

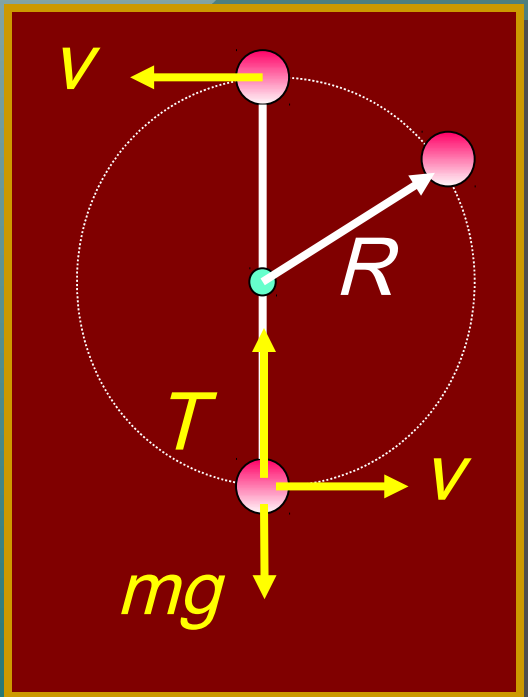
$$T = \frac{mv^2}{R} - mg$$

$$T = \frac{(2 \text{ kg})(10 \text{ m/s})^2}{8 \text{ m}} + 2 \text{ kg}(9.8 \text{ m/s}^2)$$

$$T = 25 \text{ N} - 19.6 \text{ N}$$

$$T = 5.40 \text{ N}$$

Ejemplo 11: Una piedra de **2-kg** gira en un círculo vertical de **8 m** de radio. La velocidad de la piedra en el punto **más bajo** es de **10 m/s**.  
¿Cuál es la tensión  $T$  en la cuerda?



*Más bajo:*  $T - mg = \frac{mv^2}{R}$

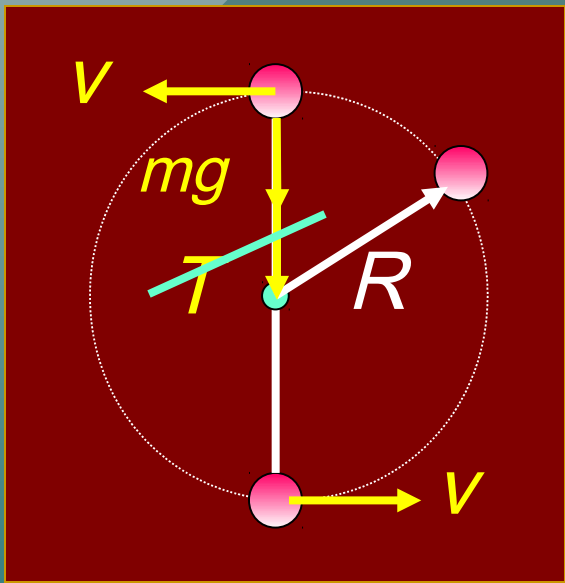
$$T = \frac{mv^2}{R} + mg$$

$$T = \frac{(2 \text{ kg})(10 \text{ m/s})^2}{8 \text{ m}} + 2 \text{ kg}(9.8 \text{ m/s}^2)$$

$$T = 25 \text{ N} + 19.6 \text{ N}$$

$$T = 44.6 \text{ N}$$

Ejemplo 12: ¿Cuál es la velocidad crítica  $v$  hacia arriba, si la masa de **2-kg** continúa en un círculo de radio de **8 m**?



Hacia arriba:  $mg + \cancel{T} = \frac{mv^2}{R}$

$v_c$  cuando  $T = 0$

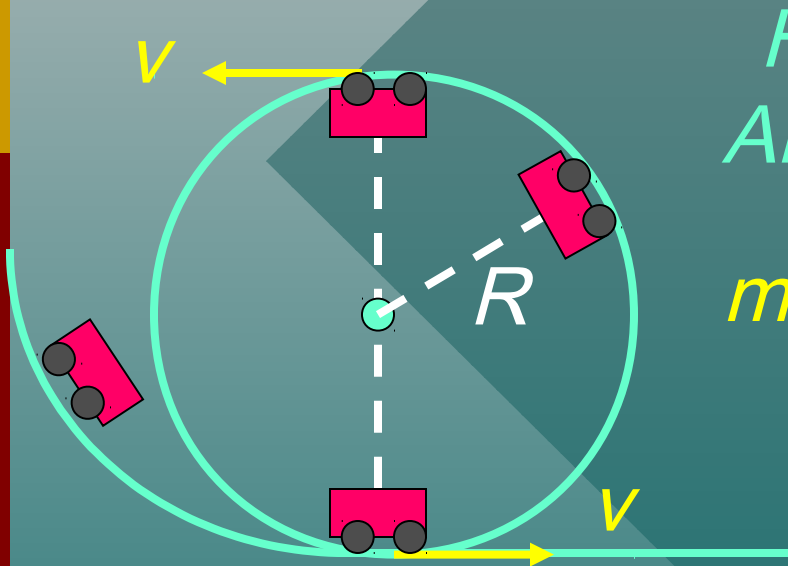
$\cancel{mg} = \frac{\cancel{mv^2}}{R}$        $v_c = \sqrt{gR}$

$v = \sqrt{gR} = \sqrt{(9.8 \text{ m/s}^2)(8 \text{ m})}$

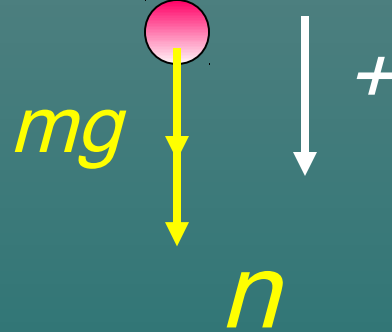
$v_c = 8.85 \text{ m/s}$

# Dar vueltas

Misma cuerda,  $n$  reemplaza a  $T$

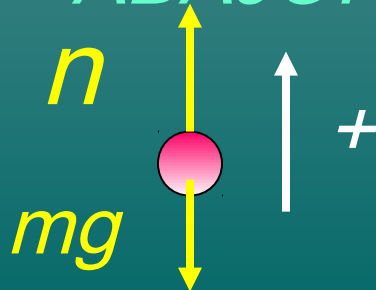


HACIA  
ARRIBA:



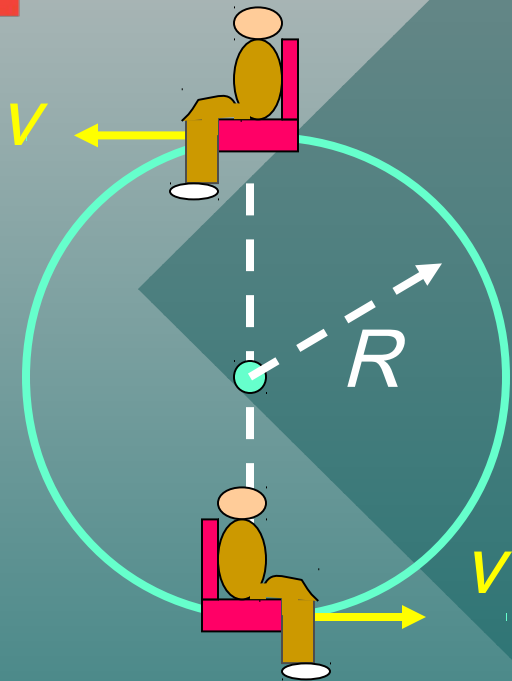
$$n = \frac{mv^2}{R} - mg$$

HACIA  
ABAJO:

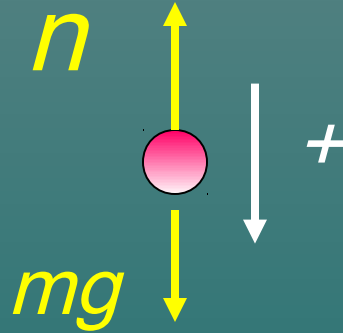


$$n = \frac{mv^2}{R} + mg$$

# Sillas giratorias



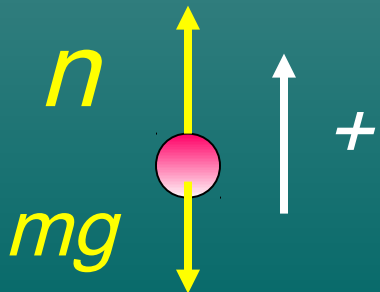
Hacia arriba:



$$mg - n = \frac{mv^2}{R}$$

$$n = mg - \frac{mv^2}{R}$$

Hacia abajo



$$n = \frac{mv^2}{R} + mg$$

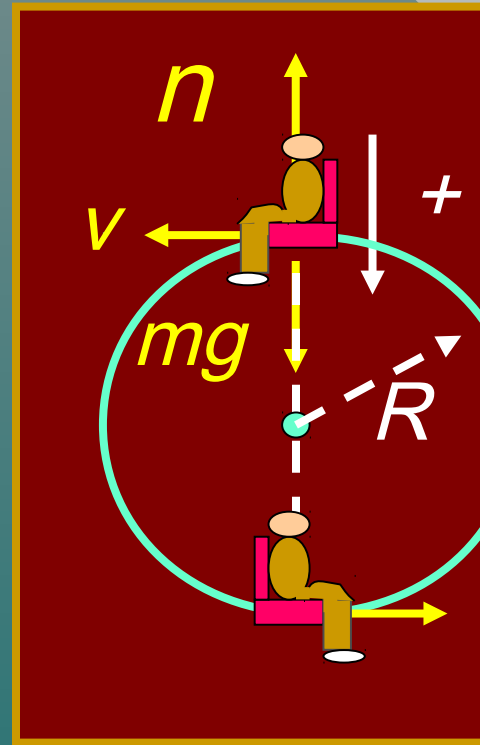
Ejemplo 13: ¿Cuál es el peso aparente de una persona de **60-kg** al pasar por el punto más alto cuando  **$R = 45 \text{ m}$**  y la velocidad en ese punto es de **6 m/s**?

*El peso aparente será la fuerza normal hacia arriba:*

$$mg - n = \frac{mv^2}{R} \quad n = mg - \frac{mv^2}{R}$$

$$n = 60 \text{ kg}(9.8 \text{ m/s}^2) - \frac{(60 \text{ kg})(6 \text{ m/s})^2}{45 \text{ m}}$$

$$n = 540 \text{ N}$$





# RESUMEN

*Aceleración  
centrípeta:*

$$a_c = \frac{v^2}{R}; \quad F_c = ma_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$v = \sqrt{\mu_s g R}$$

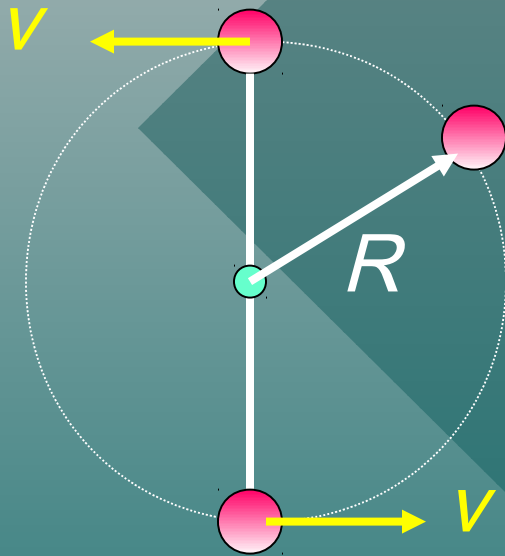
$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR}$$

*Péndulo  
cónico:*

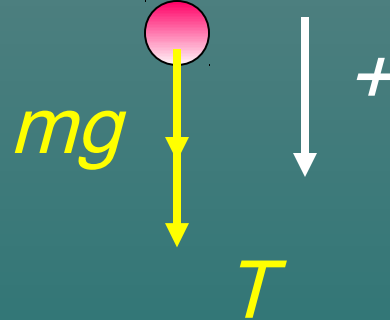
$$v = \sqrt{gR \tan \theta}$$

# Resumen:

## movimiento en círculo

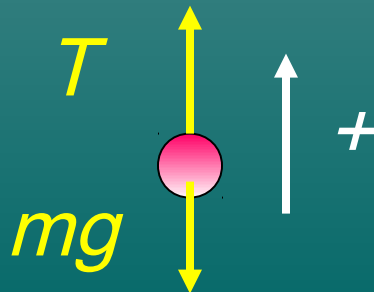


HACIA  
ARRIBA:



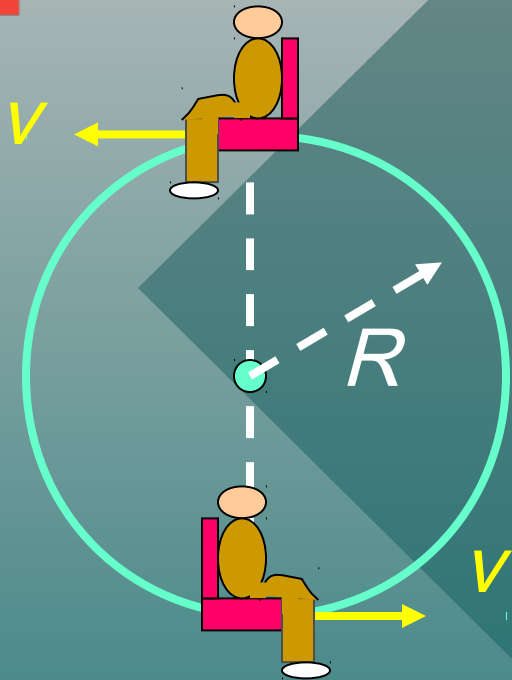
$$T = \frac{mv^2}{R} - mg$$

HACI ABAJO:

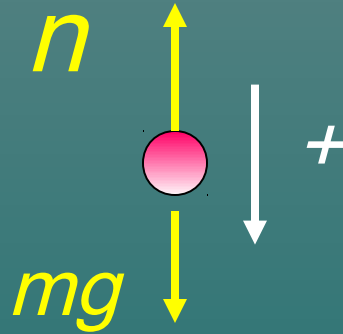


$$T = \frac{mv^2}{R} + mg$$

# Resumen: Sillas giratorias



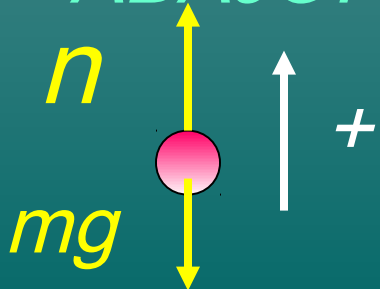
HACIA  
ARRIBA:



$$mg - n = \frac{mv^2}{R}$$

$$n = mg - \frac{mv^2}{R}$$

HACIA  
ABAJO:



$$n = \frac{mv^2}{R} + mg$$

# CONCLUSIÓN: Capítulo 10

## Uniform Circular Motion

