Capítulo 5B
Equilibrio rotacional

Presentación PowerPoint de

Paul E. Tippens, Profesor de Física

Southern Polytechnic State University

El Puente Golden Gate proporciona un excelente ejemplo de fuerzas balanceadas y momentos de torsión. Los ingenieros deben diseñar tales estructuras de modo que se mantengan los equilibrios rotacional y traslacional.

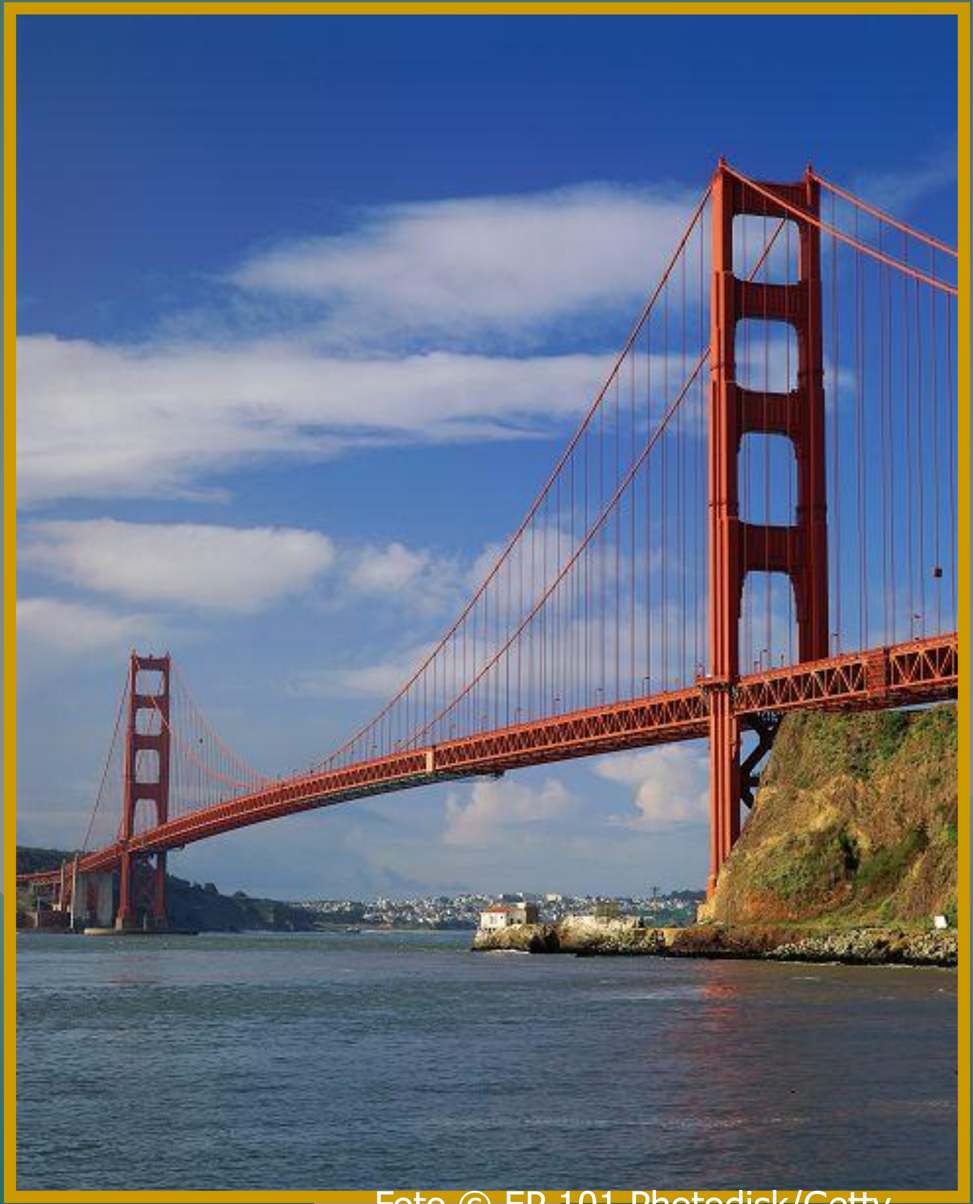
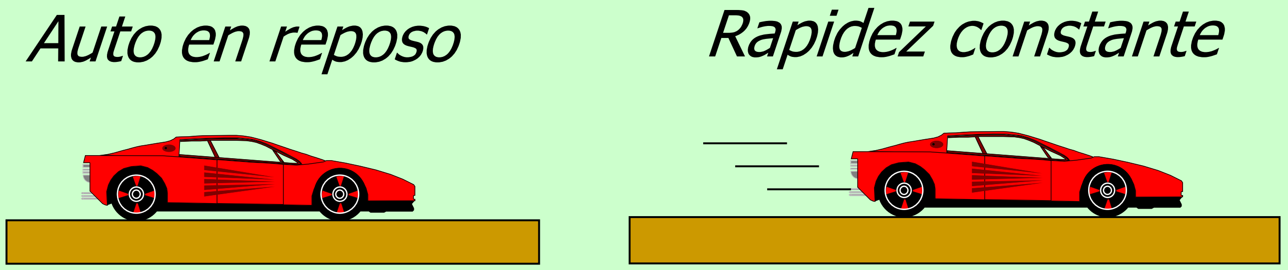


Foto © EP 101 Photodisk/Getty

Objetivos: Después de completar este módulo, deberá:

- Establecer y describir con ejemplos su comprensión de la primera y segunda condiciones para el equilibrio.
- Escribir y aplicar la primera y segunda condiciones para el equilibrio a la solución de problemas físicos similares a los de este módulo.

Equilibrio traslacional



$a = 0$; $\Sigma F = 0$; No hay cambio en v

*La rapidez lineal **no** cambia con el tiempo. No hay fuerza resultante y por tanto aceleración cero. Existe equilibrio traslacional.*

Equilibrio rotacional

$\Sigma\tau = 0$; no hay cambio en *rotación*

La rapidez angular no cambia con el tiempo. No hay momento de torsión resultante y, por tanto, cero cambio en velocidad rotacional. Existe equilibrio rotacional.

Equilibrio

- Se dice que un objeto está en equilibrio si y sólo si no hay fuerza resultante ni momento de torsión resultante.

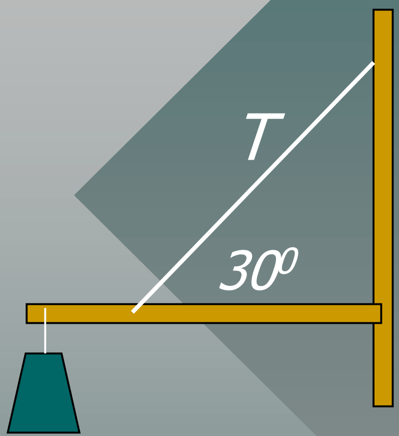
Primera condición:

$$\sum F_x = 0; \quad \sum F_y = 0$$

Segunda condición:

$$\sum \tau = 0$$

¿Existe equilibrio?



¿El sistema de la izquierda está en equilibrio tanto traslacional como rotacional?

¡SÍ! La observación muestra que ninguna parte del sistema cambia su estado de movimiento.

¿Un paracaidista momentos después de saltar? ¿Sí o No? No

¿Un paracaidista que alcanza rapidez terminal? Sí

¿Una polea fija que rota con rapidez constante? Sí

Estática o equilibrio total

La estática es la física que trata los objetos en reposo o en movimiento constante.

En este módulo se revisará la primera condición para el equilibrio (tratada en la Parte 5A de estos módulos); luego se extenderá el tratamiento al trabajar con la segunda condición para el equilibrio. Ambas condiciones se deben satisfacer para el verdadero equilibrio.

Sólo equilibrio traslacional

Si todas las fuerzas actúan sobre el mismo punto, entonces no hay momento de torsión a considerar y uno sólo necesita aplicar la primera condición para el equilibrio:

- *Construya diagrama de cuerpo libre.*
- *Sume fuerzas e iguale a cero:*

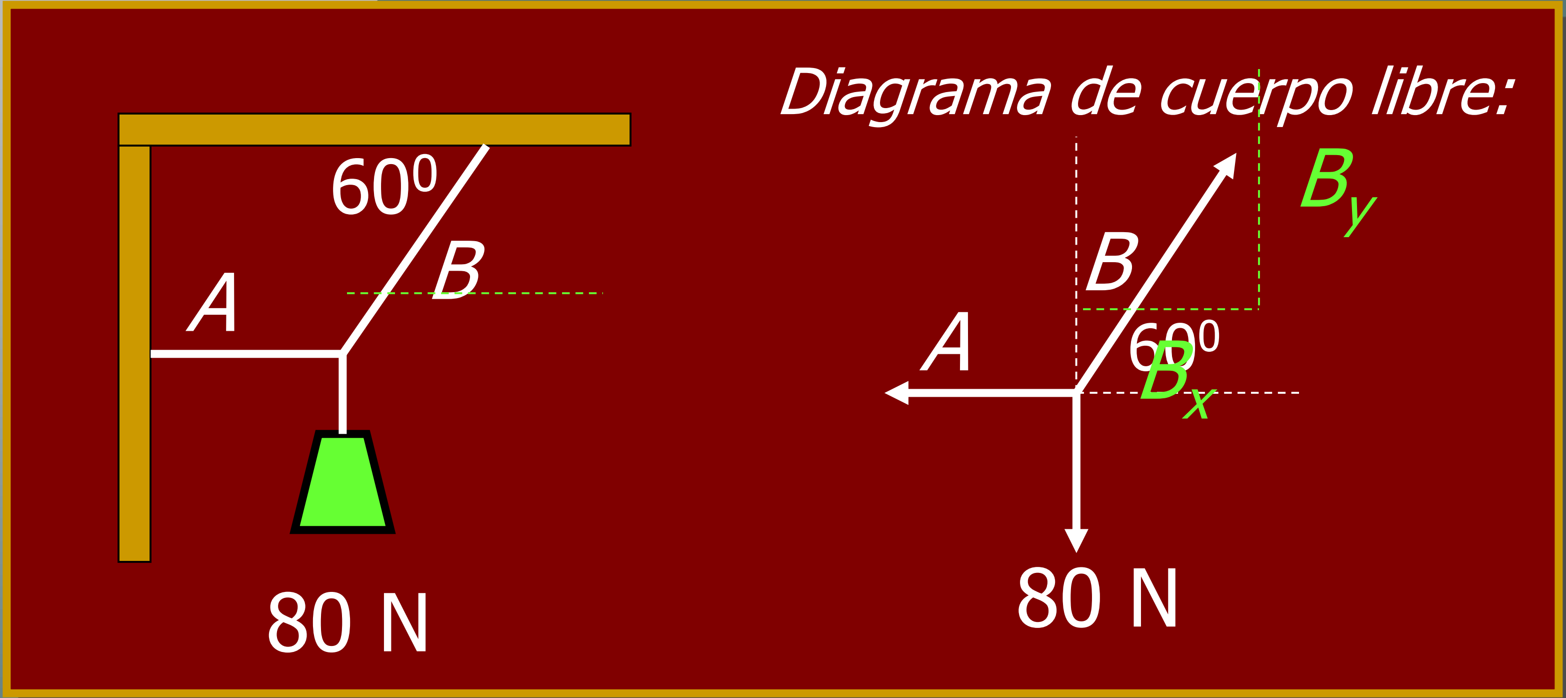
$$\Sigma F_x = 0; \qquad \Sigma F_y = 0$$

- *Resuelva para incógnitas.*

Repaso: Diagramas de cuerpo libre

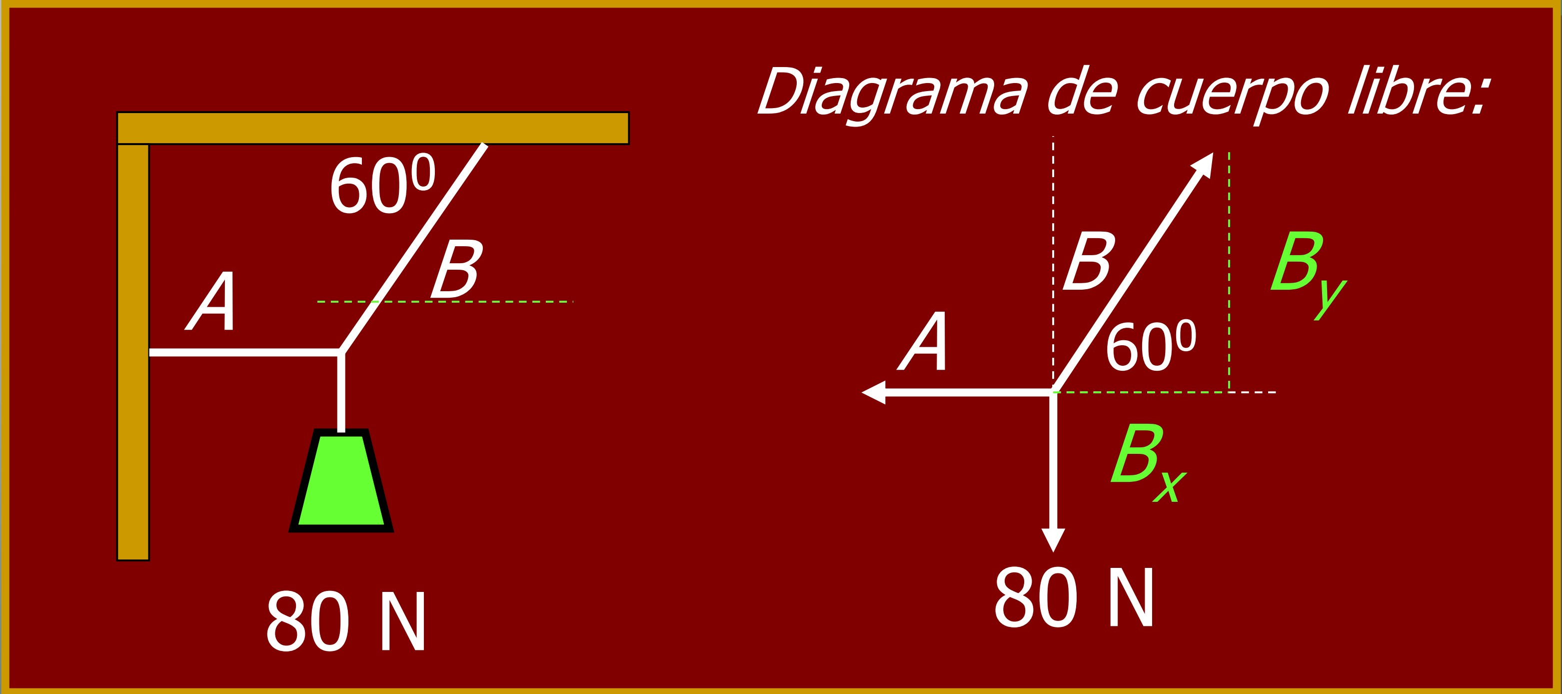
- Lea el problema; dibuje y etiquete bosquejo.
- Construya diagrama de fuerzas para cada objeto, vectores en el origen de ejes *x*, *y*.
- Puntee rectángulos y etiquete los componentes *x* y *y* opuesto y adyacente a los ángulos.
- Etiquete todos los componentes; elija dirección positiva.

Ejemplo 1. Encuentre la tensión en las cuerdas *A* y *B*.



- Lea el problema; dibuje bosquejo; construya diagrama de cuerpo libre e indique componentes.
- Elija el eje x horizontal y escoja la dirección derecha como positiva (+). No hay movimiento.

Ejemplo 1 (cont.). Encontrar *A* y *B*.

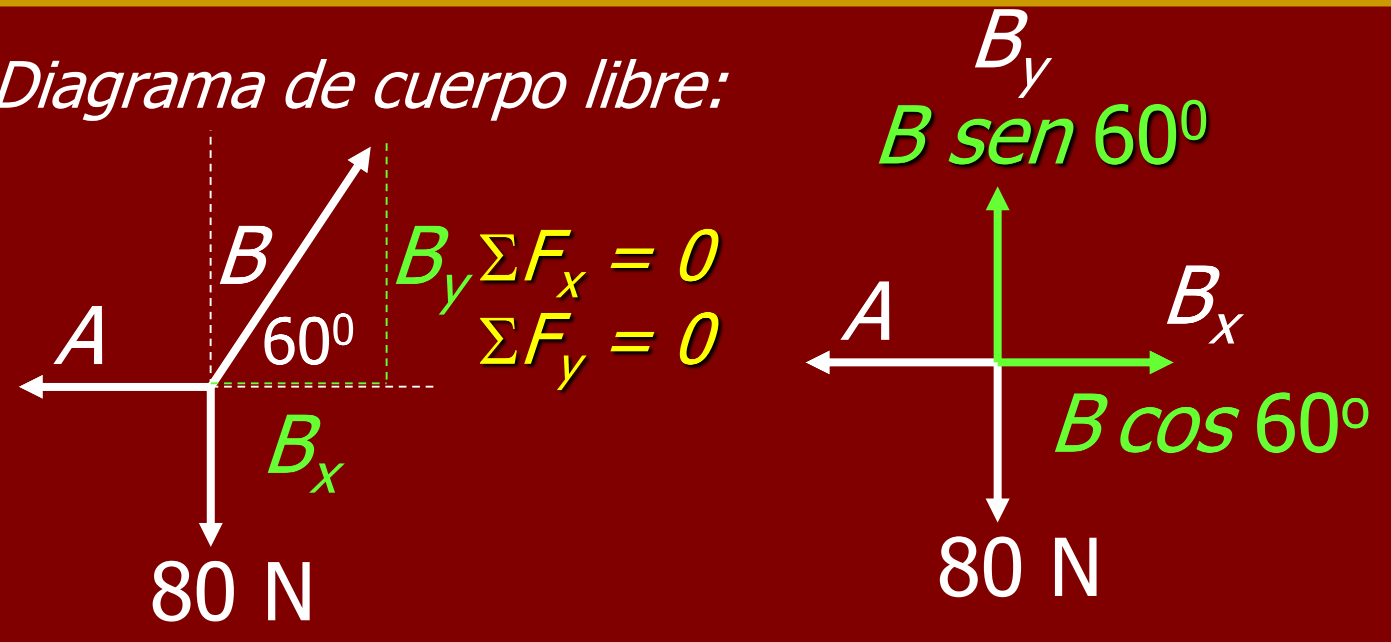


Nota: Los componentes B_x y B_y se pueden encontrar de la trigonometría del triángulo recto:

$$B_x = B \cos 60^0; \quad B_y = B \sin 60^0$$

Ejemplo 1 (cont.). Encontrar tensión en las cuerdas *A* y *B*.

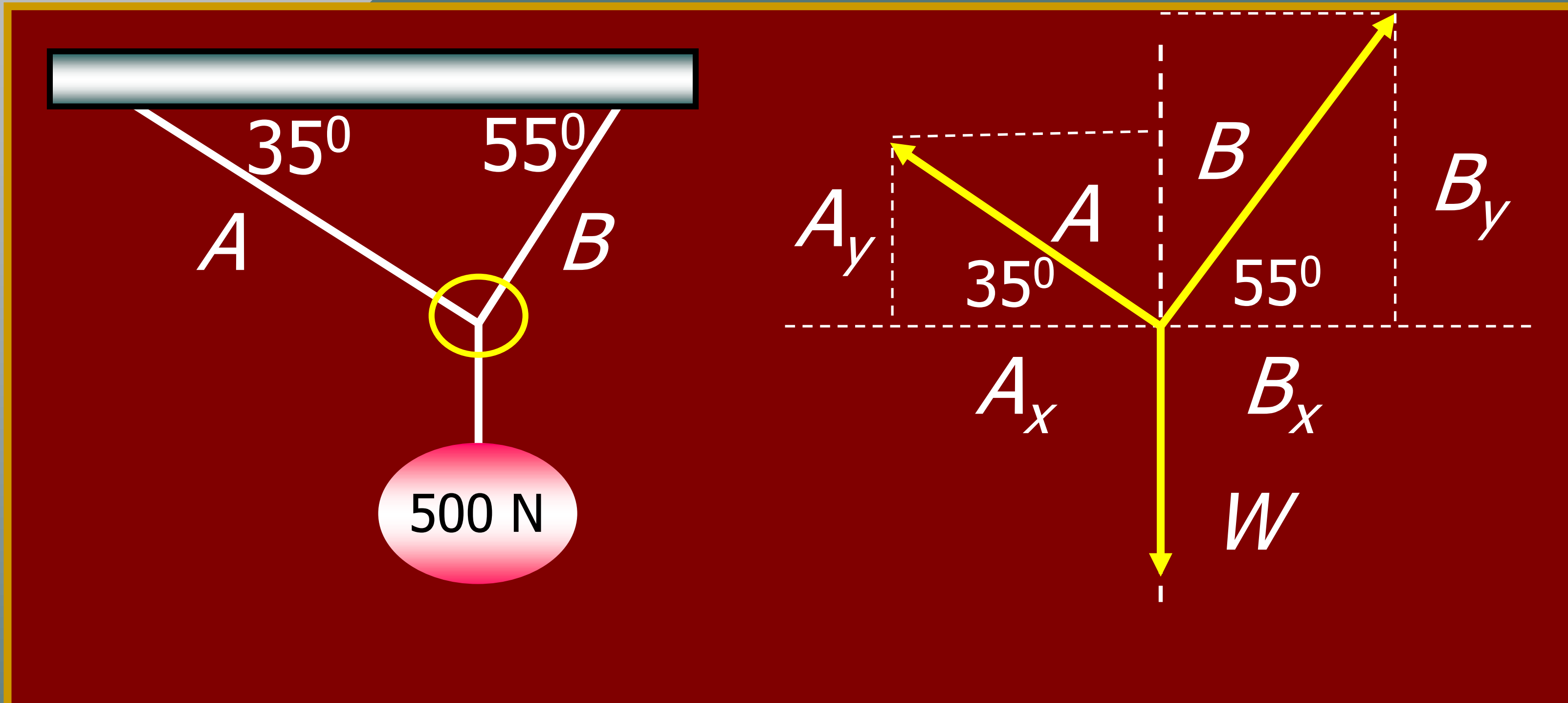
Diagrama de cuerpo libre:



- Aplique la primera condición para el equilibrio.

$$\sum F_x = 0; \qquad \sum F_y = 0;$$

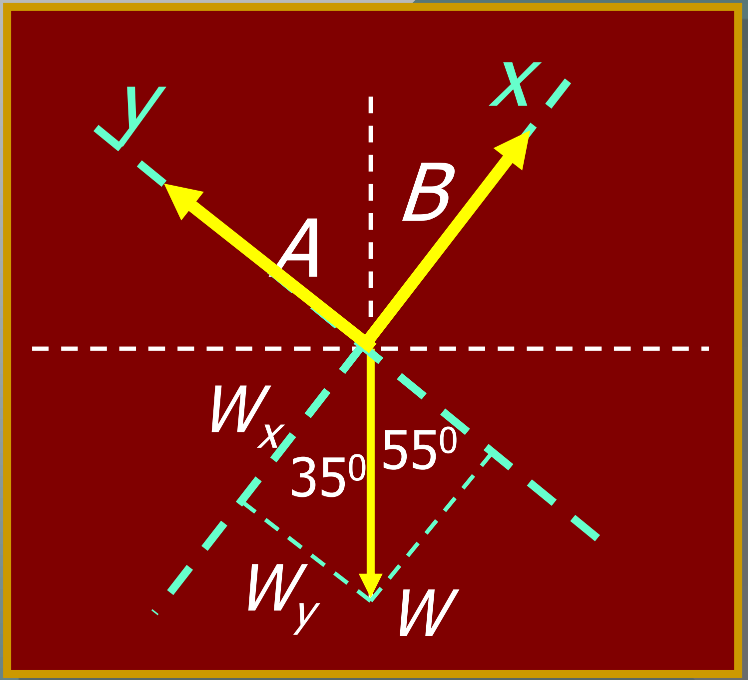
Ejemplo 2. Encontrar tensión en cuerdas *A* y *B*.



Recuerde: $\Sigma F_x = \Sigma F_y = 0$ $\Sigma F_x = B_x - A_x = 0$

$W = 500\text{ N}$ $\Sigma F_y = B_y + A_y - 500\text{ N} = 0$

Ejemplo 2 (cont.) Simplifique al rotar ejes:



$$\Sigma F_x = B - W_x = 0$$

$$B = W_x = (500\text{ N})\cos 35^0$$

$$\boxed{B = 410\text{ N}}$$

$$\Sigma F_y = A - W_y = 0$$

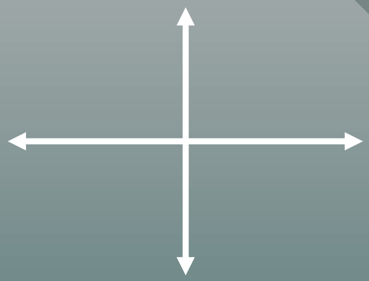
$$A = W_x = (500\text{ N})\text{ sen } 35^0$$

Recuerde que W = 500 N

$$\boxed{A = 287\text{ N}}$$

Equilibrio total

En general, hay seis grados de libertad (derecha, izquierda, arriba, abajo, cmr y mr):



$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

derecha = izquierda

arriba = abajo

cmr (+) *mr* (-)

$$\Sigma \tau = 0$$

$$\Sigma \tau(cmr) = \Sigma \tau(mr)$$

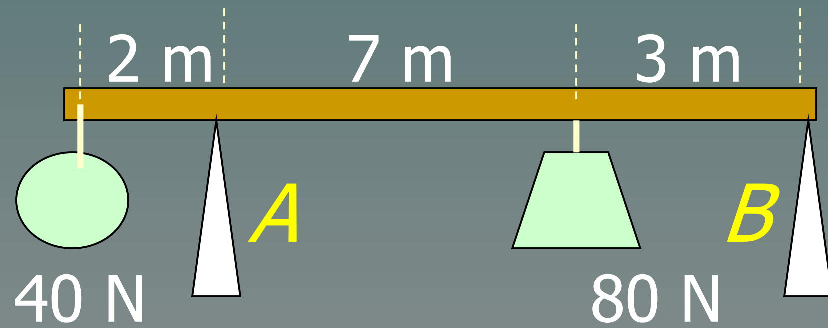
Procedimiento general:

- *Dibuje diagrama de cuerpo libre y etiquete.*
- *Elija el eje de rotación en el punto donde se da menos información.*
- *Extienda línea de acción para fuerzas, encuentre brazos de momento y sume momentos de torsión en torno al eje elegido:*

$$\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + ... = 0$$

- *Sume fuerzas e iguale a cero:* $\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = 0$
- *Resuelva para las incógnitas.*

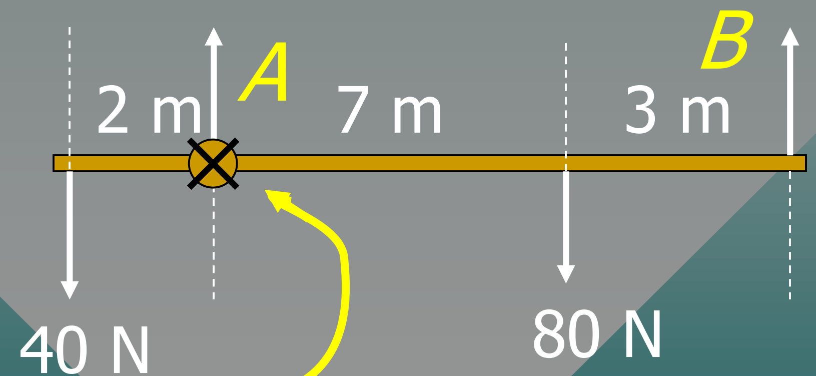
Ejemplo 3: Encuentre las fuerzas ejercidas por los soportes *A* y *B*. Desprecie el peso de la pluma de 10 m.



Dibuje diagrama de cuerpo libre

Equilibrio rotacional:

Elija eje en el punto de fuerza desconocida.



En A por ejemplo.

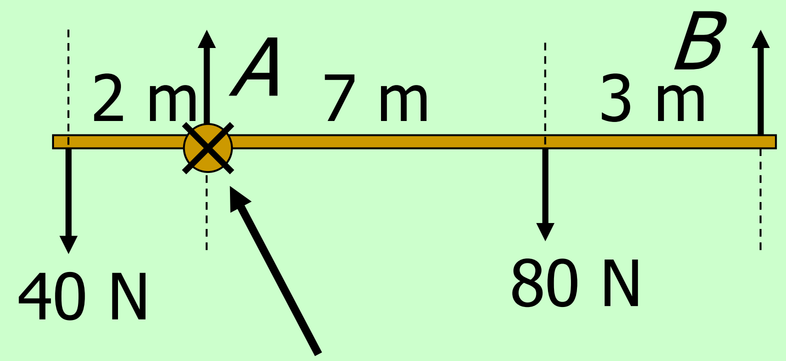
Ejemplo 3 (cont.)

Nota: Cuando aplique

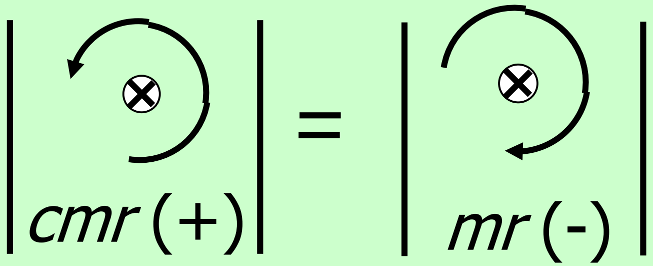
$$\Sigma\tau(cmr) = \Sigma\tau(mr)$$

sólo necesita las magnitudes absolutas (positivas) de cada momento de torsión.

$$\left|\tau\,(+)\right| = \left|\tau\,(-)\right|$$



Los momentos de torsión en torno al eje cmr son iguales a las de mr.



En esencia, se dice que los momentos de torsión están balanceados en torno a un eje elegido.

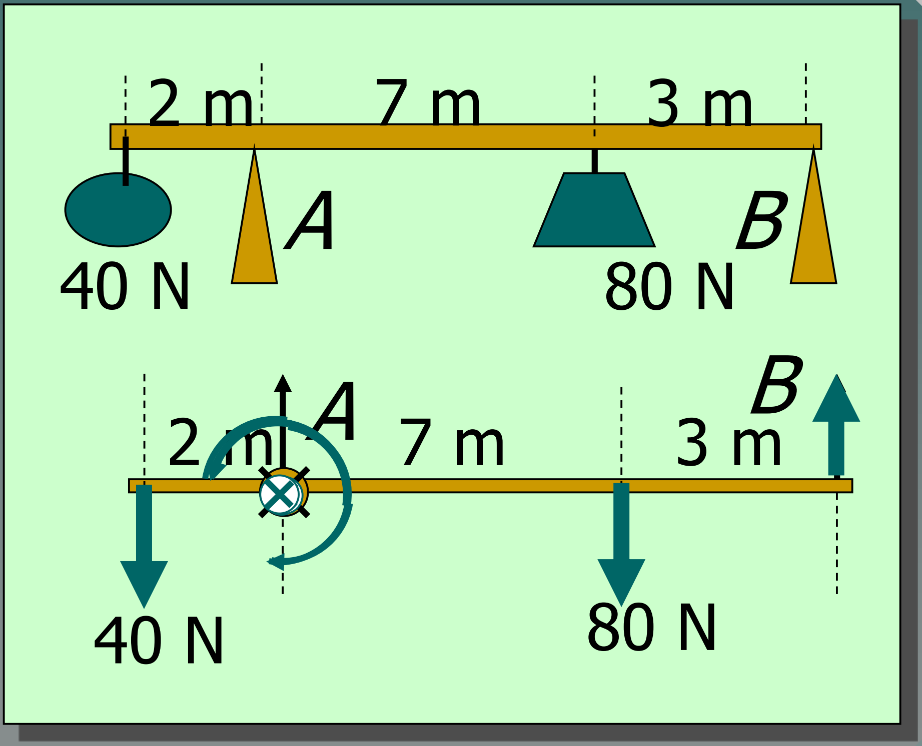
Ejemplo 3 (cont.)

Equilibrio rotacional:

$$\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 = 0$$

o

$$\Sigma\tau(cmr) = \Sigma\tau(mr)$$



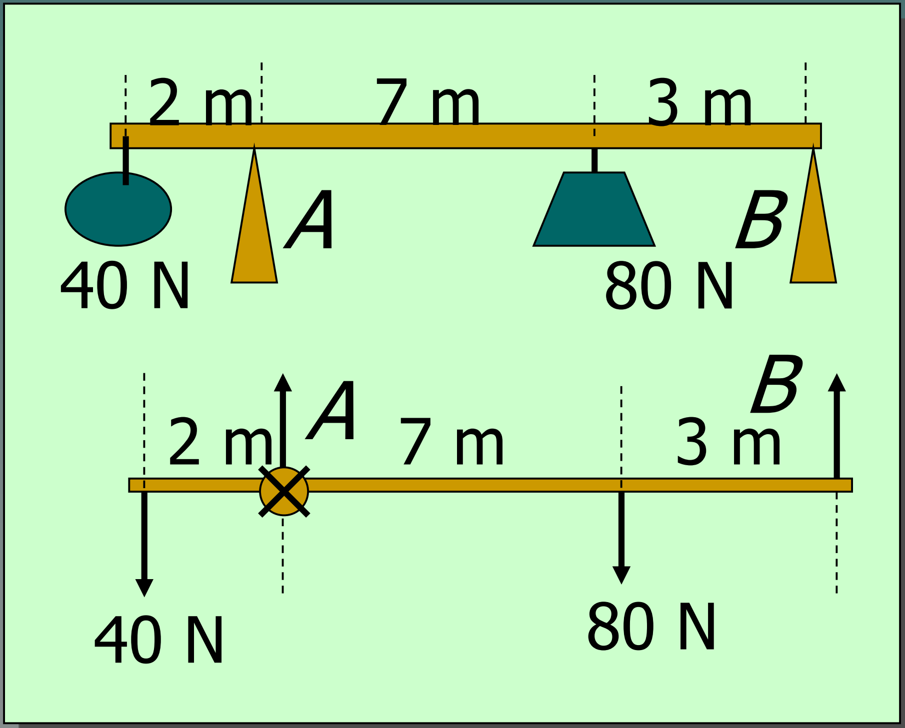
Con respecto al eje A:

Momentos de torsión CMR: fuerzas B y 40 N.

Momentos de torsión MR: fuerza de 80 N.

Se ignora la fuerza A : ni cmr ni mr

Ejemplo 3 (cont.)



Primero: $\Sigma\tau(cmr)$

$\tau_1 = B\,(10\text{ m})$

$\tau_2 = (40\text{ N})\,(2\text{ m})$
$= 80\text{ N}\cdot\text{m}$

A continuación: $\Sigma\tau(mr)$

$\tau_3 = (80\text{ N})\,(7\text{ m})$
$= 560\text{ N}\cdot\text{m}$

$\Sigma\tau(cmr) = \Sigma\tau(mr)$

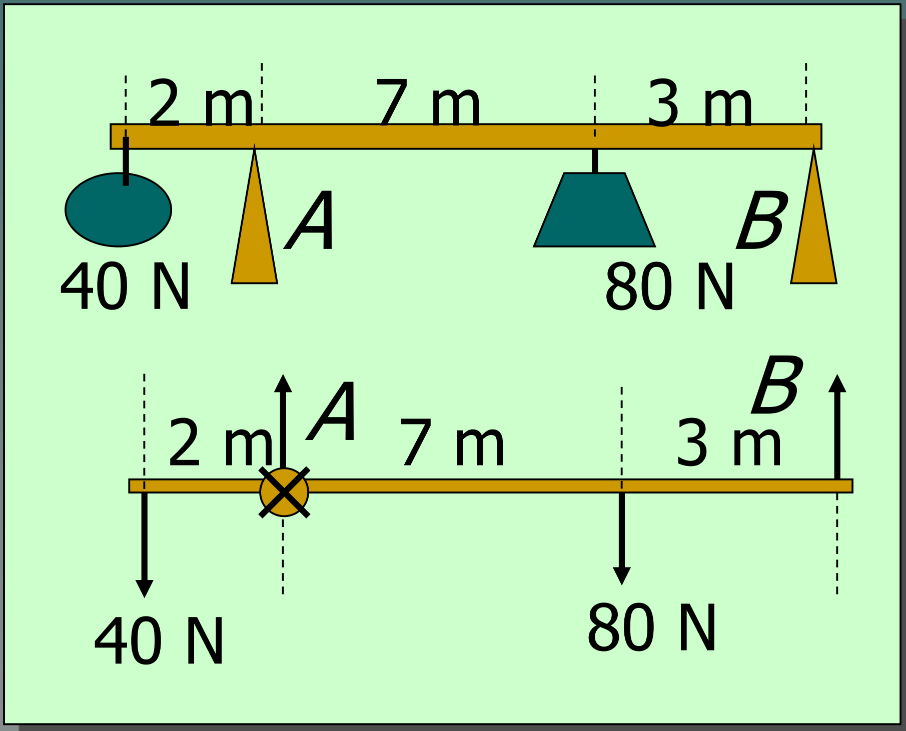
$B\,(10\text{ m}) + 80\text{ N}\cdot\text{m} = 560\text{ N}\cdot\text{m}$

$\boxed{B = 48.0\text{ N}}$

Ejemplo 3 (cont.)

Equilibrio traslacional

$$\Sigma F_x = 0; \quad \Sigma F_y = 0$$



$$\Sigma F\ (arriba) = \Sigma F\ (abajo)$$

$A + B =$ 40 N + 80 N

$A + B =$ 120 N

Recuerde que B = 48.0 N

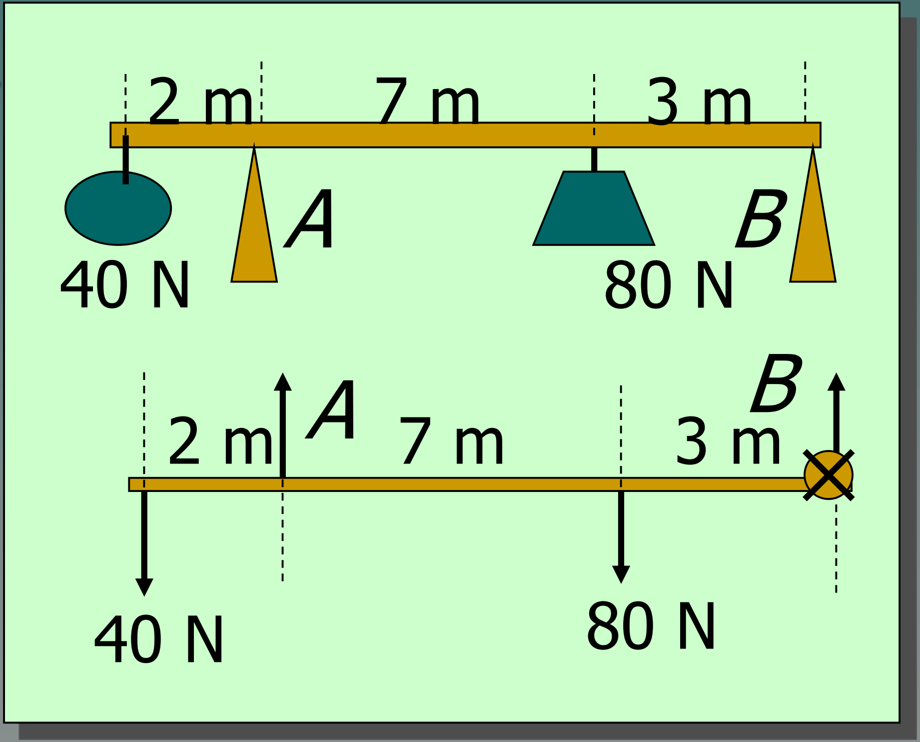
A + 48 N = 120 N

$$\boxed{A = 72.0\text{ N}}$$

Ejemplo 3 (cont.)

Compruebe la respuesta al sumar los momentos de torsión en torno al extremo derecho para verificar $A = 72.0$ N

$$\Sigma\tau(cmr) = \Sigma\tau(mr)$$



$$(40\text{ N})(12\text{ m}) + (80\text{ N})(3\text{ m}) = A\,(10\text{ m})$$

$$480\text{ N}\cdot\text{m} + 240\text{ N}\cdot\text{m} = A\,(10\text{ m})$$

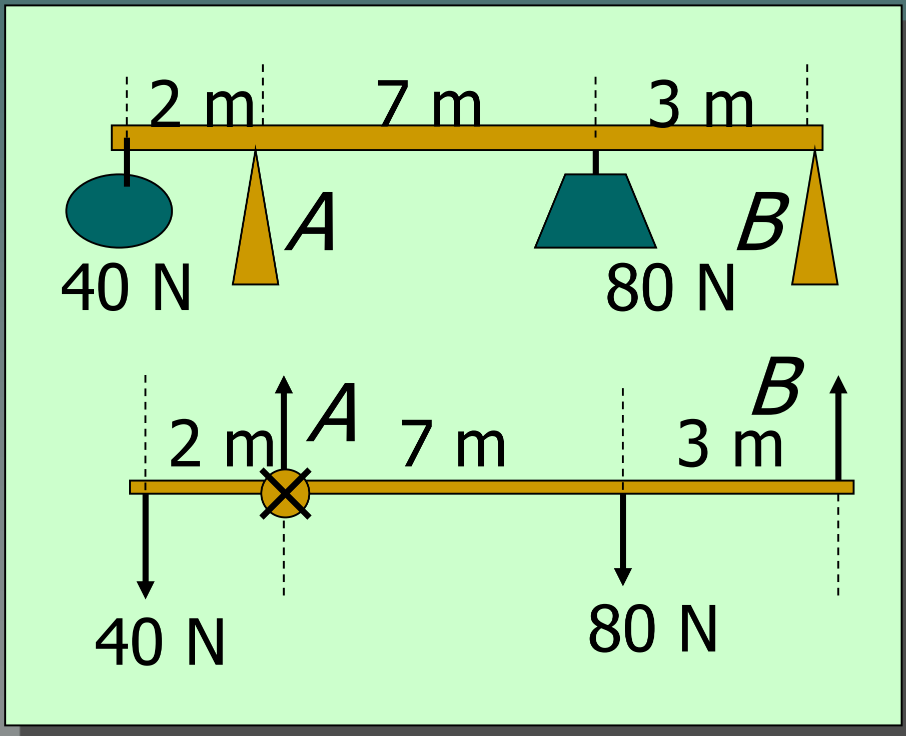
$$\boxed{A = 72.0\text{ N}}$$

Recuerde los signos:

Los valores absolutos se aplican para:

$$\Sigma F(arriba) = \Sigma F(abajo)$$

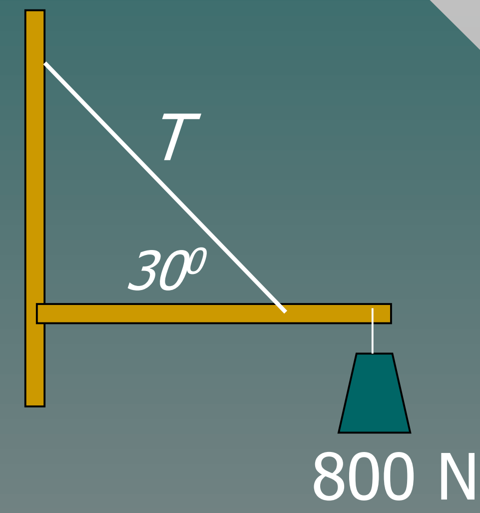
Se usaron valores absolutos (+) tanto para los términos ARRIBA como ABAJO.



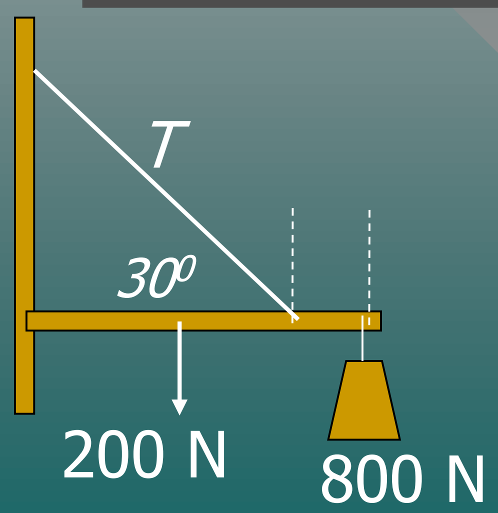
En lugar de: $\Sigma F_y = A + B - 40\text{ N} - 80\text{ N} = 0$

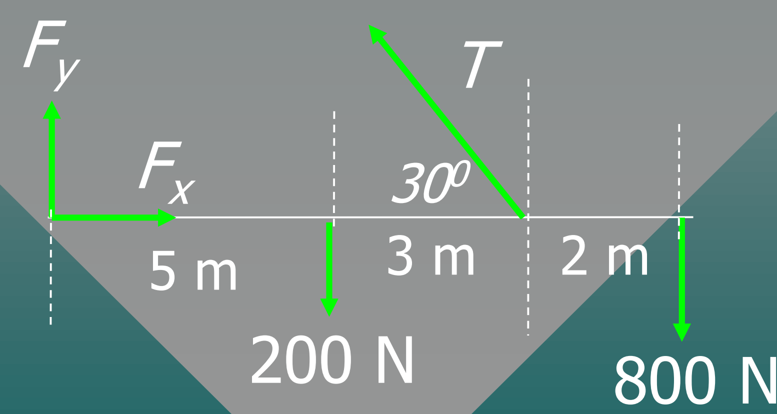
Escriba: $A + B = 40\text{ N} + 90\text{ N}$

Ejemplo 4: Encuentre la tensión en la cuerda y la fuerza de la pared sobre la pluma. La pluma de 10 m pesa 200 N. La cuerda mide 2 m desde el extremo derecho.

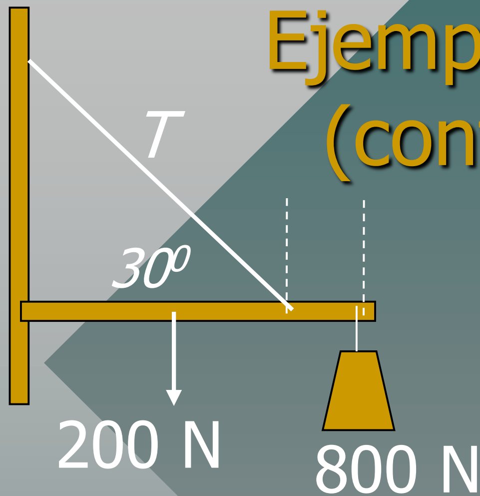


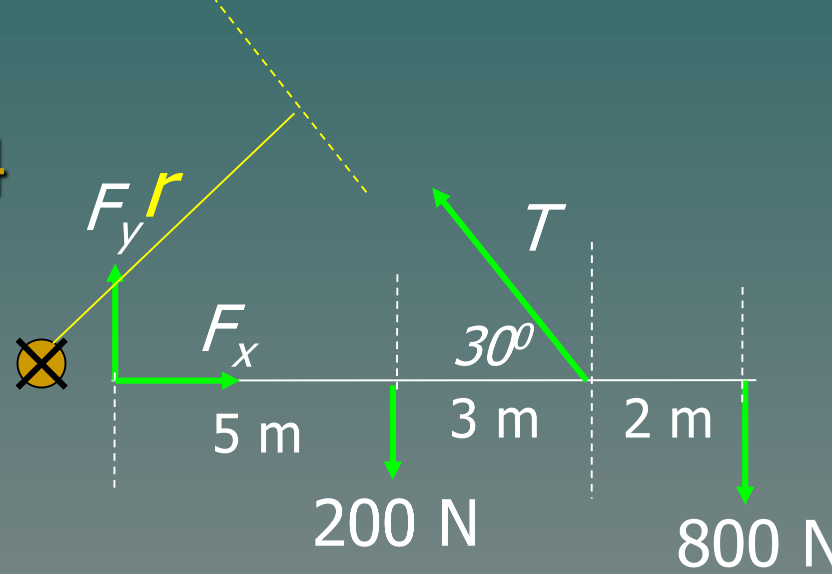
Para propósitos de sumar momentos de torsión, considere que todo el peso actúa en el centro de la tabla.





Ejemplo 4 (cont.)





Elija el eje de rotación en la pared (menos información)

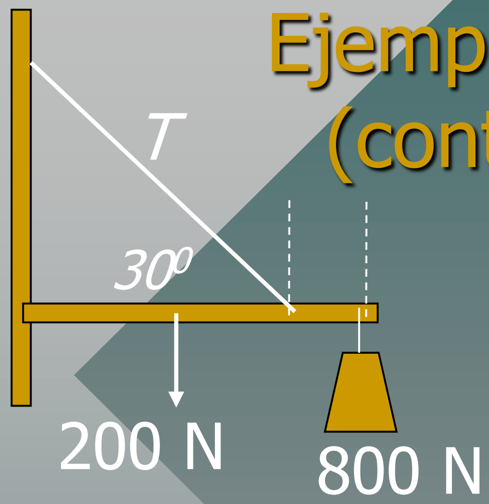
$\Sigma\tau(cmr)$: $Tr = T(8\text{ m})\text{ sen }30^0 = (4\text{ m})T$

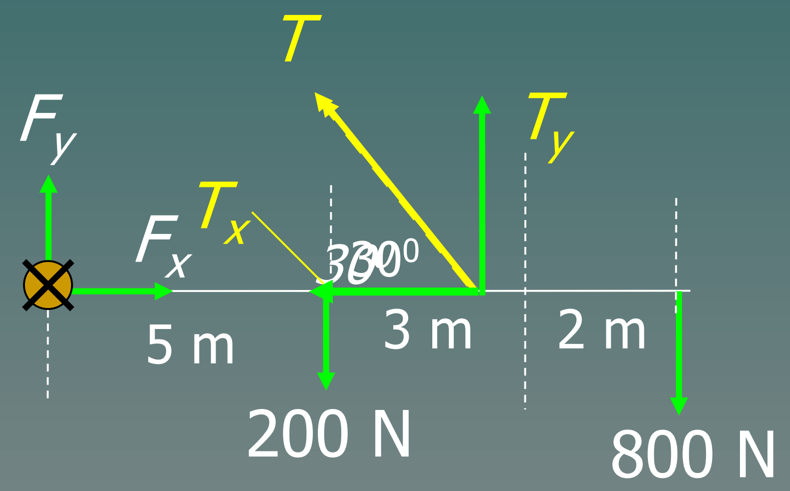
$\Sigma\tau(mr)$: $(200\text{ N})(5\text{ m}) + (800\text{ N})(10\text{ m}) = 9000\text{ Nm}$

$(4\text{ m})\ T = 9000\text{ N}\cdot\text{m}$

$\boxed{T = 2250\text{ N}}$

Ejemplo 4 (cont.)





ΣF(arriba) = ΣF(abajo): $T_y + F_y = 200\text{ N} + 800\text{ N}$

$F_y = 200\text{ N} + 800\text{ N} - T_y\,;\qquad F_y = 1000\text{ N} - T\text{ sen }30^0$

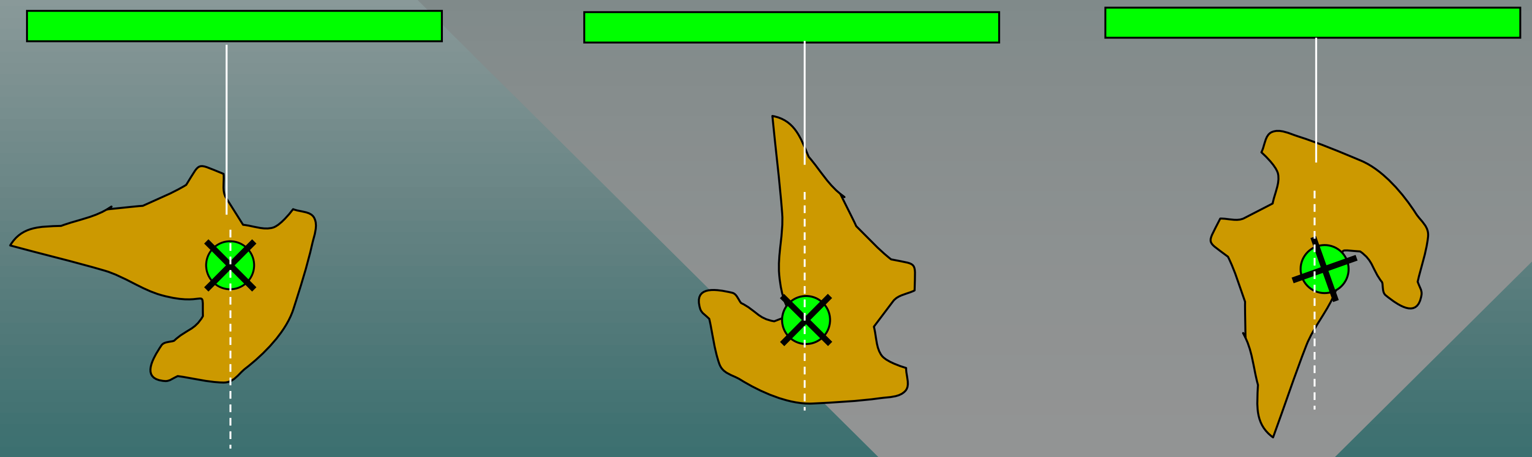
$F_y = 1000\text{ N} - (2250\text{ N})\text{ sen }30^0 \qquad F_y = -125\text{ N}$

ΣF(derecha) = ΣF(izquierda): $F_x = T_y = (2250\text{ N})\cos 30^0$

$F_x = 1950\text{ N}$ o $\boxed{F = 1954\text{ N},\ 356.3^0}$

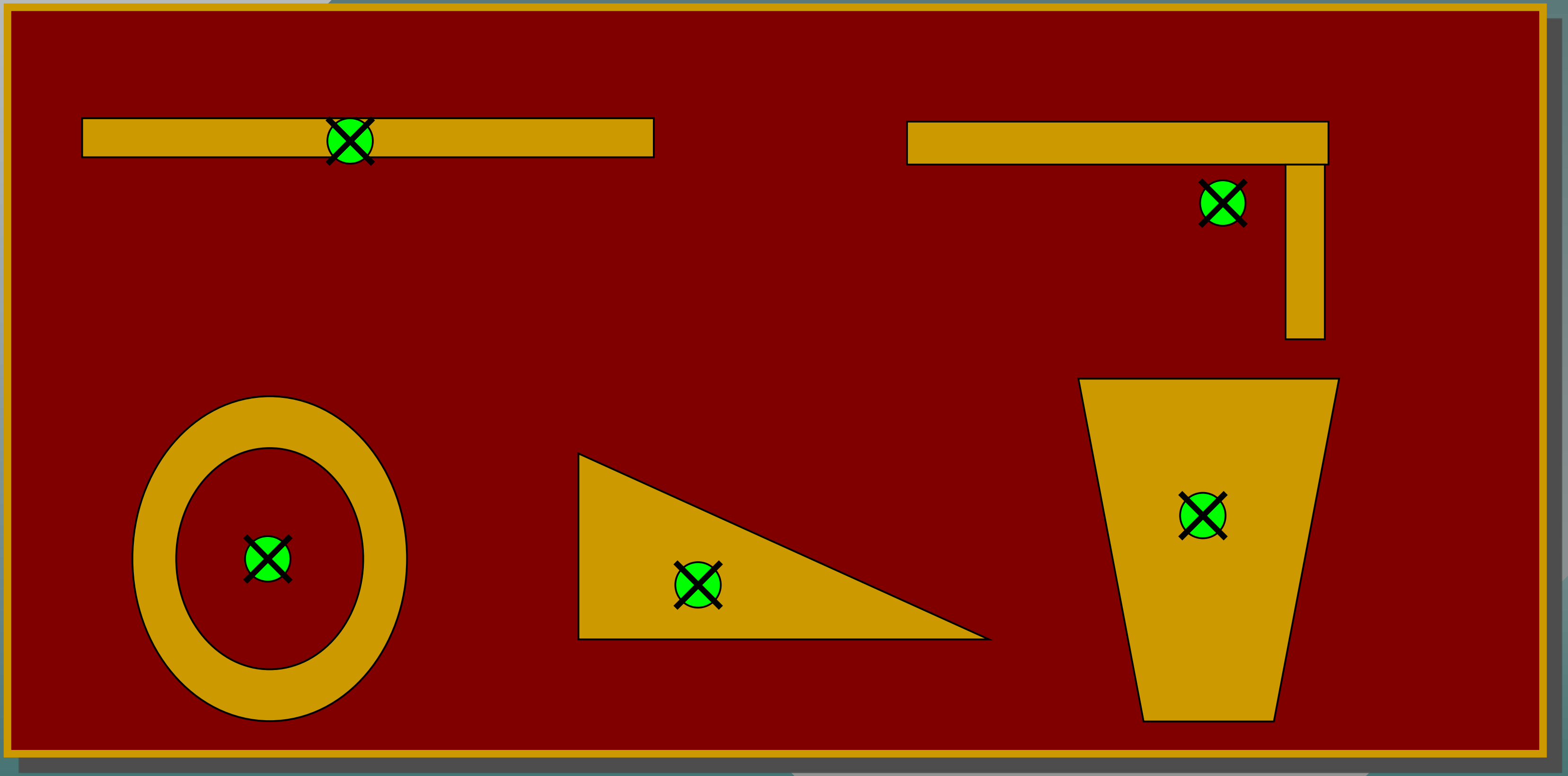
Centro de gravedad

El centro de gravedad de un objeto es el punto donde se puede considerar que actúa todo el peso de un objeto con el propósito de tratar las fuerzas y momentos de torsión que afectan al objeto.



La fuerza de soporte única tiene línea de acción que pasa a través del c. g. en cualquier orientación.

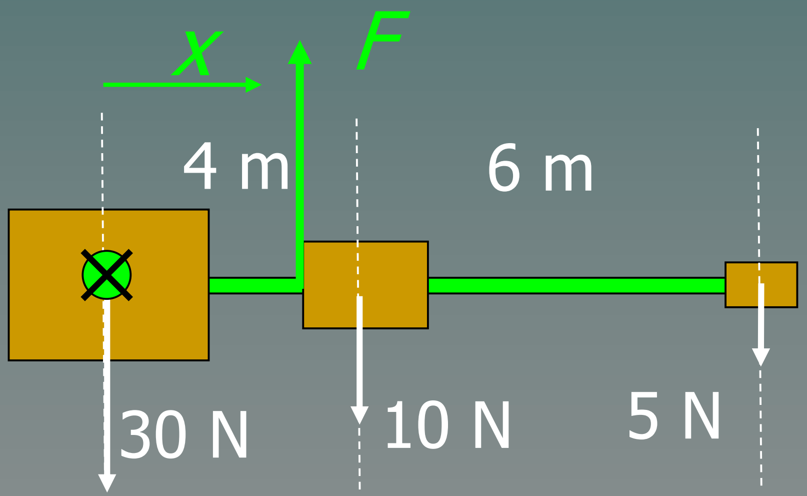
Ejemplos de centro de gravedad



Nota: El centro de gravedad no siempre está adentro del material.

Ejemplo 5: Encuentre el centro de gravedad del aparato que se muestra abajo. Desprecie el peso de las barras conectoras.

El centro de gravedad es el punto donde una sola fuerza F hacia arriba balanceará el sistema.



Elija el eje a la izquierda, luego sume los momentos de torsión:

$$\Sigma \tau(cmr) = \Sigma \tau(mr)$$

$Fx =$ (10 N)(4 m) + (5 N)(10 m)

$Fx =$ 90.0 Nm

$\Sigma F(arriba) = \Sigma F(abajo)$:

$F =$ 30 N + 10 N + 5 N

(45 N) x = 90 N

$$\boxed{x = 2.00\text{ m}}$$

Resumen

Condiciones para el equilibrio:

Se dice que un objeto está en equilibrio si y sólo si no hay fuerza resultante ni momento de torsión resultante.

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma \tau = 0$$

Resumen: Procedimiento

- *Dibuje diagrama de cuerpo libre y etiquete.*
- *Elija el eje de rotación en el punto donde se da menos información.*
- *Extienda la línea de acción para fuerzas, encuentre brazos de momento y sume los momentos de torsión en torno al eje elegido:*

$$\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \ldots = 0$$

- *Sume fuerzas e iguale a cero:* $\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = 0$
- *Resuelva para las incógnitas.*

Conclusión: Capítulo 5B
Equilibrio rotacional