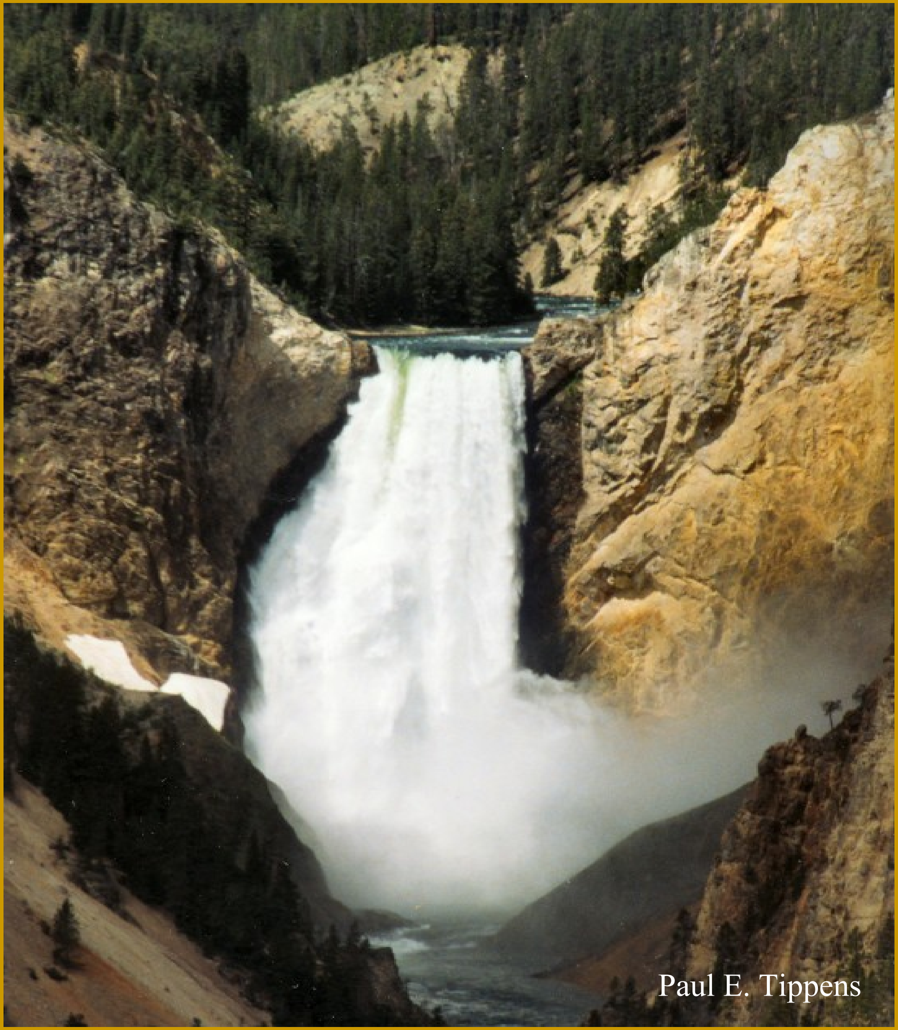
Capítulo 15B – Fluidos en movimiento

Presentación PowerPoint de

Paul E. Tippens, Profesor de Física

Southern Polytechnic State University



Movimiento de fluidos

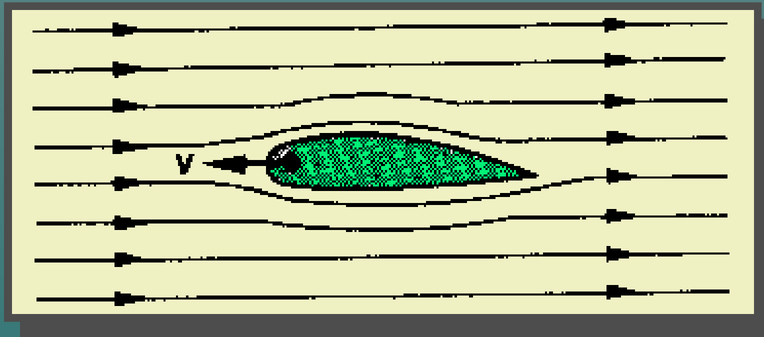
Cascadas en el Parque Nacional Yellowstone: el agua en lo alto de las cascadas pasan a través de una estrecha rendija, lo que hace que la velocidad aumente en dicho punto. En este capítulo se estudiará la física de los fluidos en movimiento.

Objetivos: Después de completar este módulo, deberá:

- Definir la tasa de flujo para un fluido y resolver problemas usando velocidad y sección transversal.
- Escribir y aplicar la ecuación de Bernoulli para el caso general y aplicarla para (a) un fluido en reposo, (b) un fluido a presión constante y (c) flujo a través de una tubería horizontal.

Fluidos en movimiento

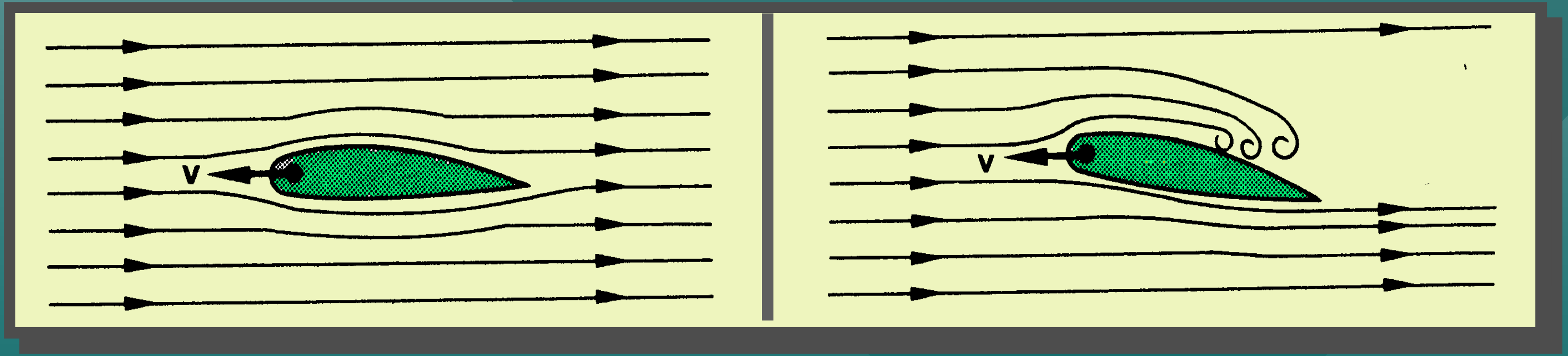
En este tratamiento, se supone que todos los fluidos muestran flujo laminar.



- **<u>Flujo laminar</u>** es el movimiento de un fluido en el que cada partícula en el fluido sigue la misma trayectoria y pasa por un punto particular que siguieron las partículas anteriores.

Suposiciones para flujo de fluido:

- Todos los fluidos se mueven con flujo laminar.
- Los fluidos son incompresibles.
- No hay fricción interna.



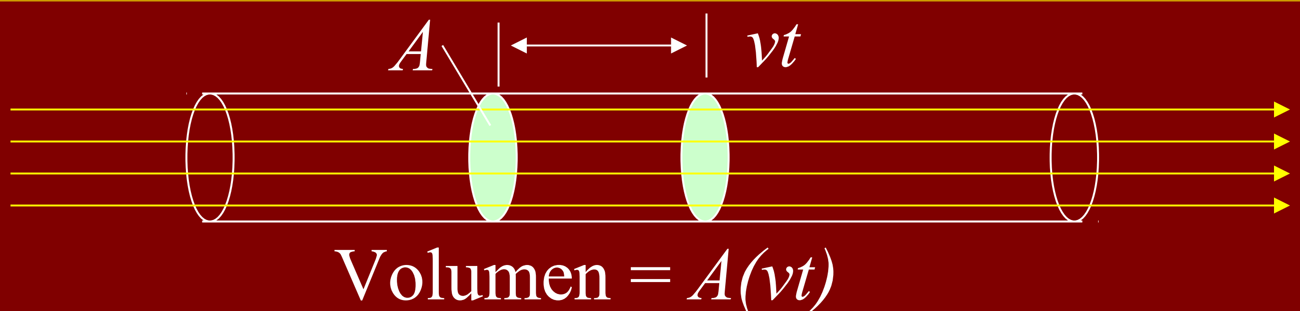
Flujo laminar Flujo turbulento

Tasa de flujo

La tasa de flujo R se define como el volumen V de un fluido que pasa cierta sección transversal A por unidad de tiempo t.

El volumen V de fluido está dado por el producto del área A y vt:

$$V = Avt$$



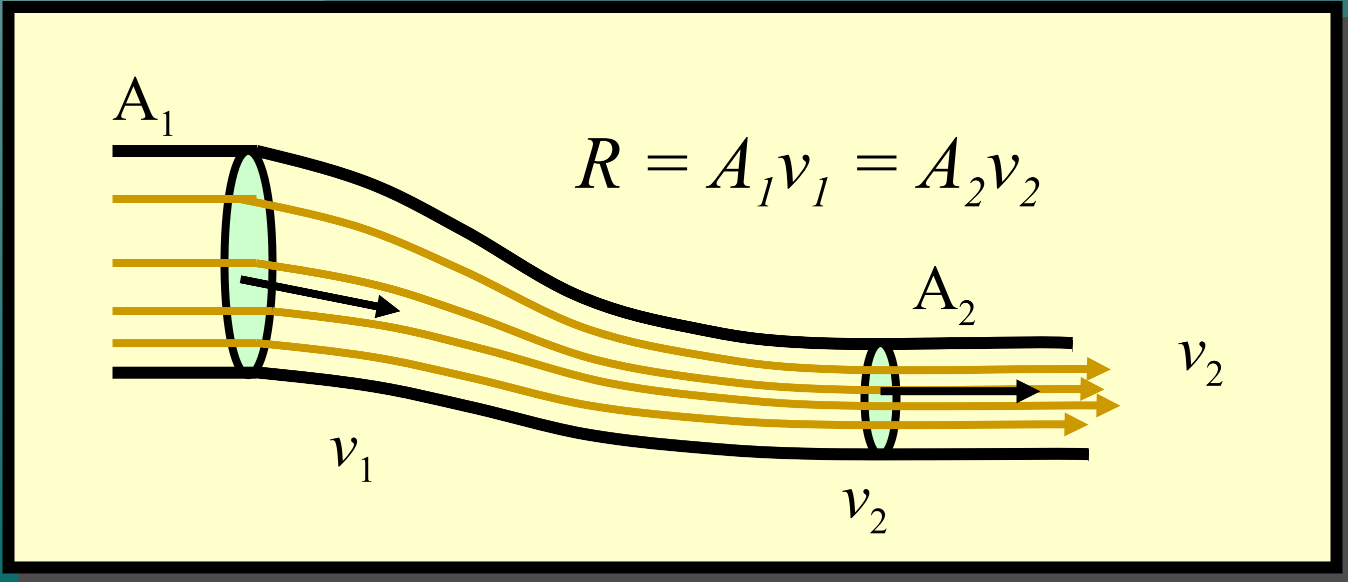
$$R = \frac{Avt}{t} = vA$$

Tasa de flujo = velocidad x *área*

Tasa de flujo constante

Para un fluido incompresible y sin fricción, la velocidad aumenta cuando la sección transversal disminuye:

$$R = v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad \Rightarrow \quad v_1 d_1^2 = v_2 d_2^2$$



Ejemplo 1: A través de una manguera de hule de 2 cm de diámetro fluye agua a una velocidad de 4 m/s. ¿Cuál debe ser el diámetro de la boquilla para que el agua salga a 16 m/s?

El área es proporcional al cuadrado del diámetro, de modo que:

$$v_1 d_1^2 = v_2 d_2^2$$

$$d_2^2 = \frac{v_1 d_1^2}{v_2} = \frac{(4\text{ m/s})(2\text{ cm})^2}{(20\text{ cm})^2}$$

$$\boxed{d_2 = 0.894\text{ cm}}$$

Ejemplo 1 (Cont.): A través de una manguera de hule de 2 cm de diámetro fluye agua a una velocidad de 4 m/s. ¿Cuál es la tasa de flujo en m^3/min?

$$R = v_1 A_1 = v_2 A_2$$

$$R = v_1 A_1; \quad A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$$

$$R_1 = v_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{(4\text{ m/s})\pi(0.02\text{ m})^2}{4}$$

$$R_1 = 0.00126\text{ m}^3/\text{s}$$

$$R_1 = 0.00126 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}\left(\frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}\right)$$

$$\boxed{R_1 = 0.0754\text{ m}^3/\text{min}}$$

Estrategia para problemas de tasa de flujo:

- Lea, dibuje y etiquete la información dada.
- La tasa de flujo R es volumen por unidad de tiempo.
- Cuando cambia la sección transversal, R es constante.

$$R = v_1 A_1 = v_2 A_2$$

- Asegúrese de usar unidades consistentes para área y velocidad.

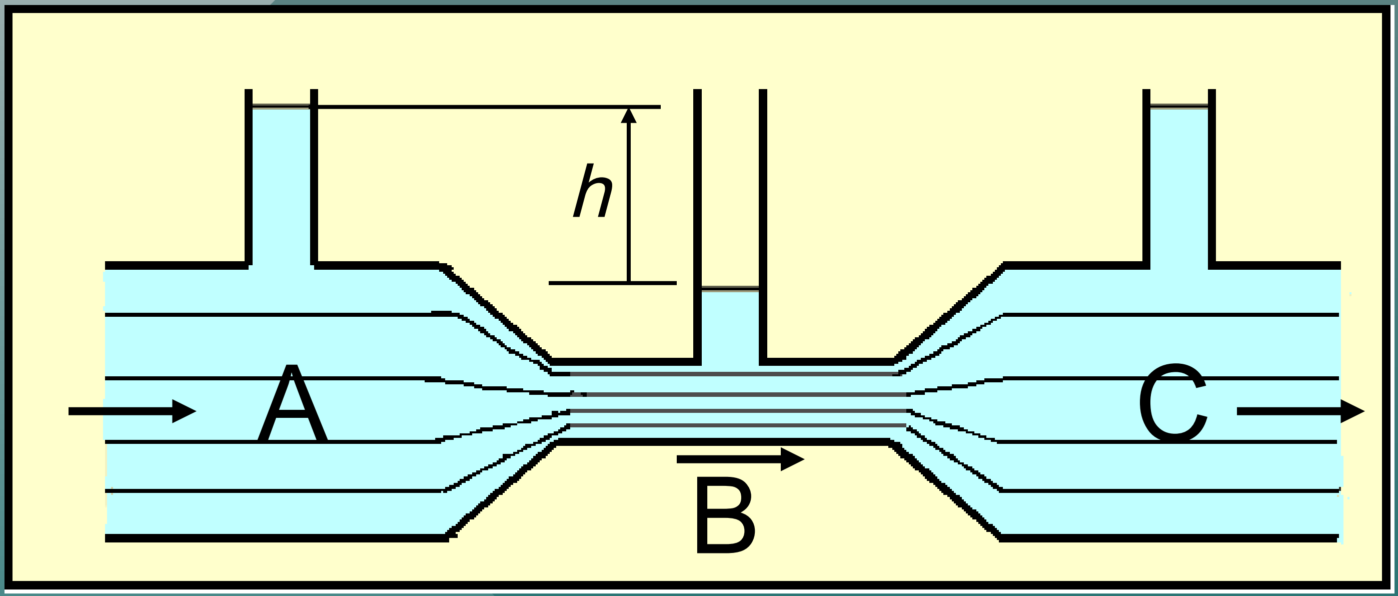
Estrategia para problemas (continúa):

- Como el área *A* de una tubería es proporcional a su diámetro *d*, una ecuación más útil es:

$$v_1 d_1^2 = v_2 d_2^2$$

- Las unidades de área, velocidad o diámetro elegidas para una sección de tubería deben ser consistentes con las usadas para cualquier otra sección de tubería.

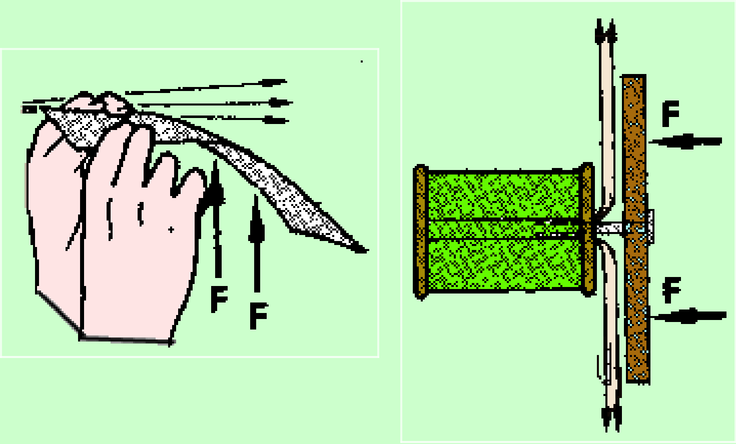
El medidor venturi



La mayor velocidad en el angostamiento B produce una diferencia de presión entre los puntos A y B.

$$P_A - P_B = \rho g h$$

Demostraciones del principio venturi

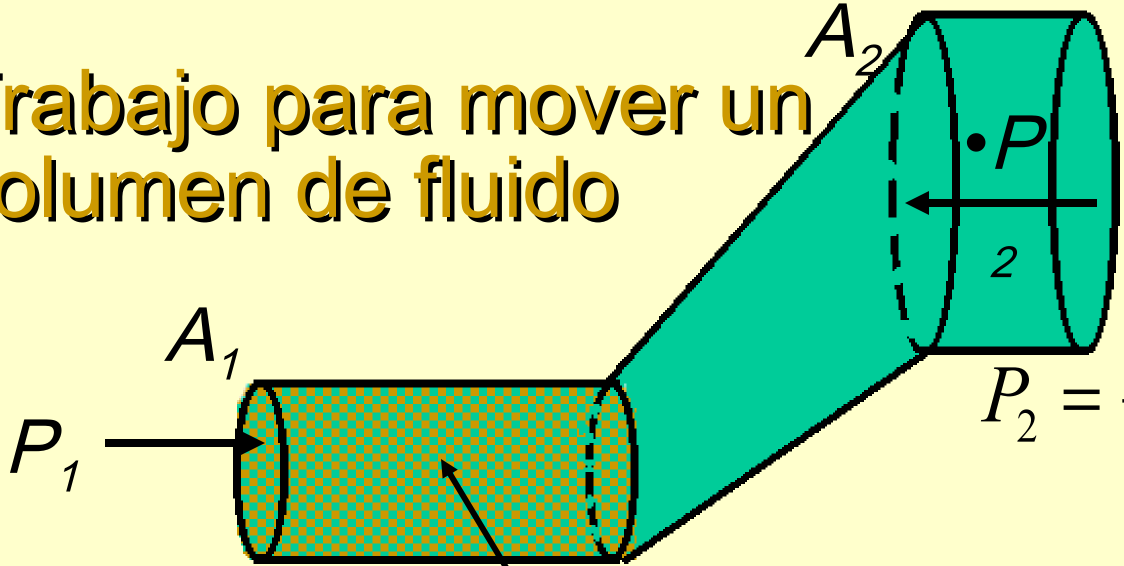


Ejemplos del efecto venturi

El aumento en la velocidad del aire produce una diferencia de presión que ejerce las fuerzas que se muestran.

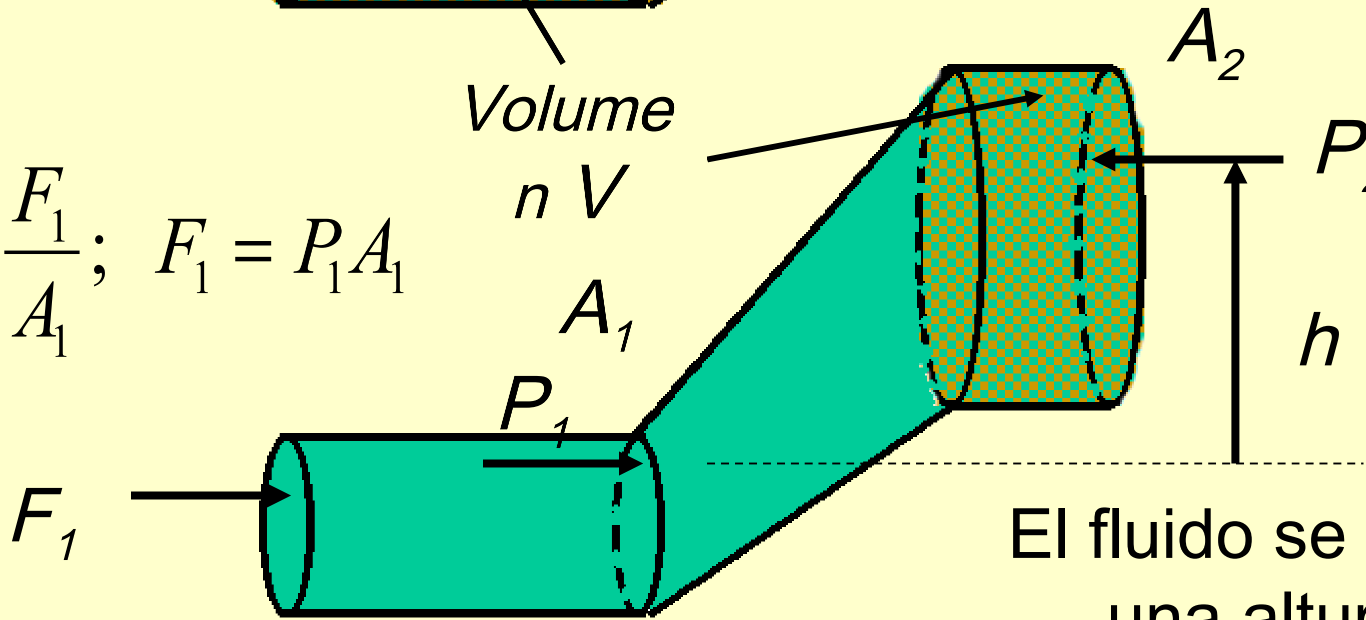
Trabajo para mover un volumen de fluido

Note las diferencias en presión ΔP y área ΔA



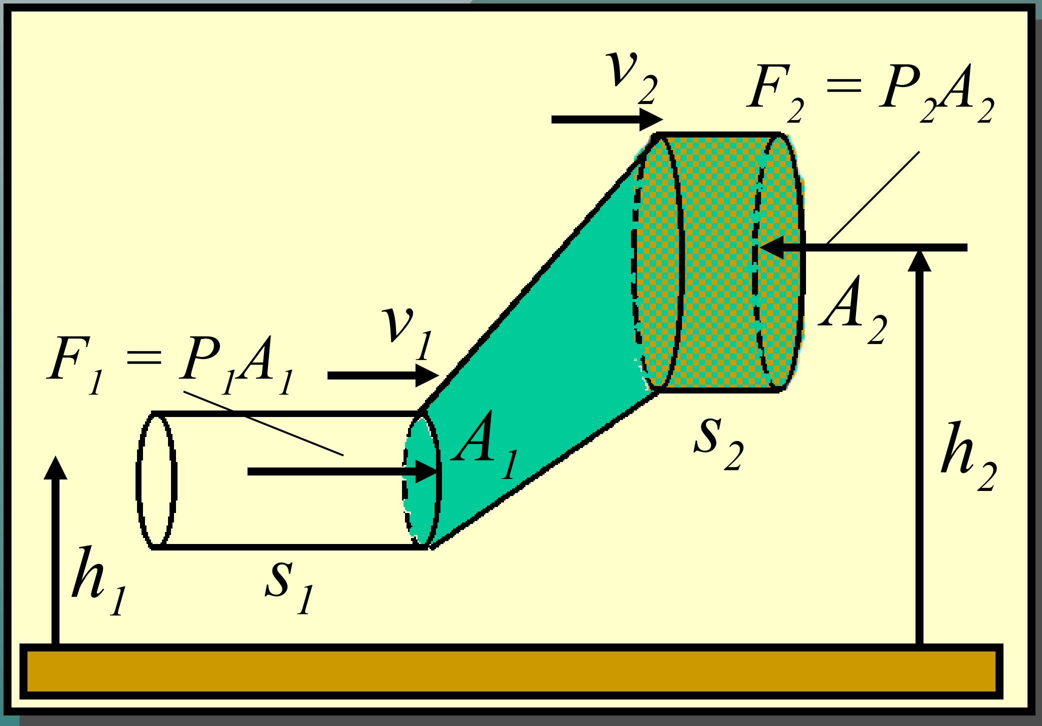
$$P_2 = \frac{F_2}{A_2}; \quad F_2 = P_2 A_2$$

$$P_1 = \frac{F_1}{A_1}; \quad F_1 = P_1 A_1$$



El fluido se eleva a una altura *h*.

Trabajo sobre un fluido (Cont.)



El trabajo neto realizado sobre el fluido es la suma del trabajo realizado por la fuerza de entrada F_i menos el trabajo realizado por la fuerza resistiva F_2, como se muestra en la figura.

$$\text{Trabajo neto} = P_1V - P_2V = (P_1 - P_2)\,V$$

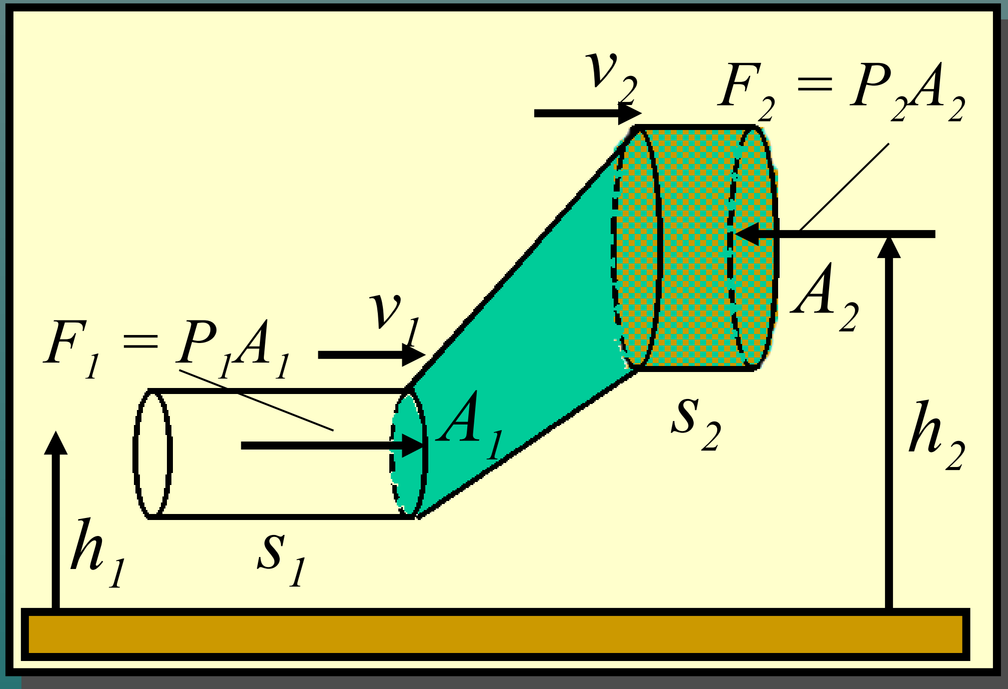
Conservación de energía

Energía cinética *K*:

$$\Delta K = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

Energía potencial *U*:

$$\Delta U = mgh_2 - mgh_1$$



Trabajo neto = ΔK + ΔU   además   Trabajo neto = $(P_1 - P_2)V$

$$(P_1 - P_2)V = (\tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2) + (mgh_2 - mgh_2)$$

Conservación de energía

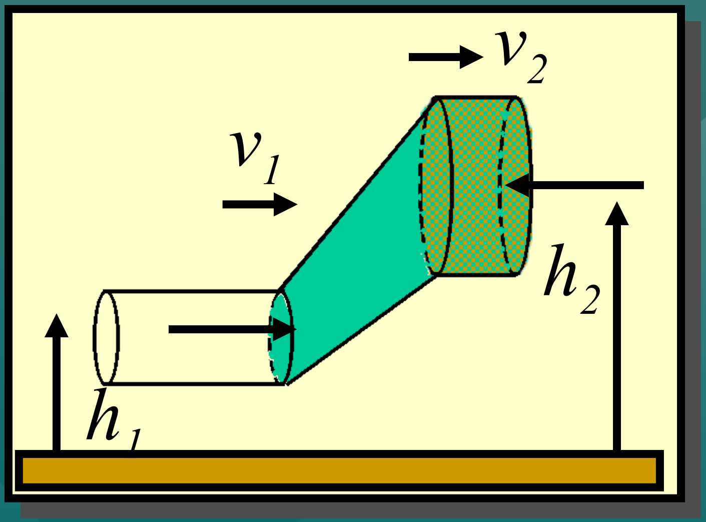
$$(P_1 - P_2)V = (\tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2) - (mgh_2 - mgh_2)$$

Dividir por V, recuerde que la densidad $\rho = m/V$, entonces simplifique:

$$P_1 + \rho g h_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

Teorema de Bernoulli:

$$P_1 + \rho g h_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = Const$$

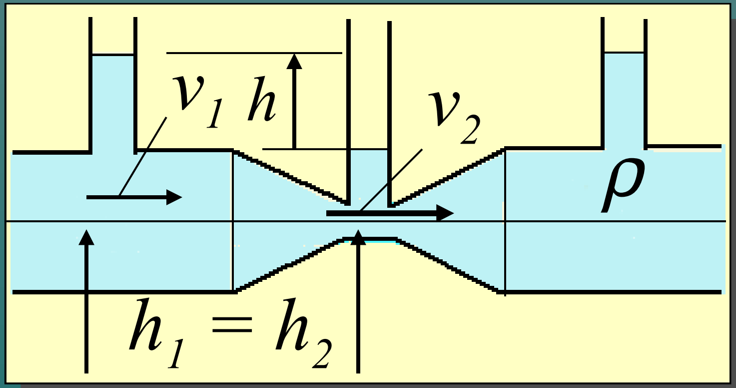


Teorema de Bernoulli (tubería horizontal):

$$P_1 + \cancel{\rho g h_1} + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \cancel{\rho g h_2} + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

Tubería horizontal ($h_1 = h_2$)

$$P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_1^2$$



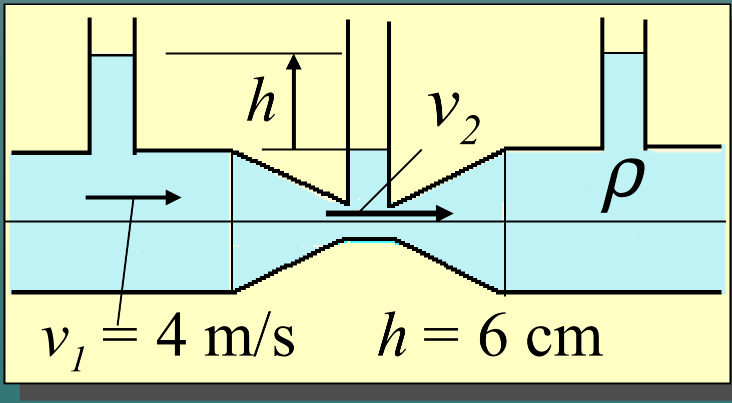
Ahora, como la diferencia en presión $\Delta P = \rho g h$,

Tubería horizontal

$$\Delta P = \rho g h = \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_1^2$$

Ejemplo 3: Agua que fluye a 4 m/s pasa a través de un tubo venturi como se muestra. Si h = 12 cm, ¿cuál es la velocidad del agua en el angostamiento?

Ecuación de Bernoulli ($h_1 = h_2$)



$$\Delta P = \cancel{\rho} gh = \tfrac{1}{2}\cancel{\rho} v_2^2 - \tfrac{1}{2}\cancel{\rho} v_1^2$$

Cancele ρ, luego despeje fracciones: $2gh = v_2^2 - v_1^2$

$$v_2 = \sqrt{2gh + v_1^2} = \sqrt{2(9.8\text{ m/s}^2)(0.12\text{ m}) + (4\text{ m/s})^2}$$

$$\boxed{v_2 = 4.28\text{ m/s}}$$

Note que la densidad no es un factor.

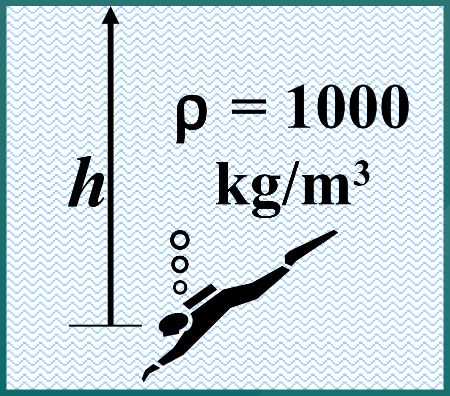
Teorema de Bernoulli para fluidos en reposo.

Para muchas situaciones, el fluido permanece en reposo de modo que v_1 y v_2 con cero. En tales casos se tiene:

$$\boxed{P_1 + \rho g h_1 + \cancel{\tfrac{1}{2}\rho v_1^2} = P_2 + \rho g h_2 + \cancel{\tfrac{1}{2}\rho v_2^2}}$$

$$P_1 - P_2 = \rho g h_2 - \rho g h_1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta P = \rho g (h_2 - h_1)}$$

Esta es la misma relación vista anteriormente para encontrar la presión P a una profundidad dada h = $(h_2 - h_1)$ en un fluido.



Teorema de Torricelli

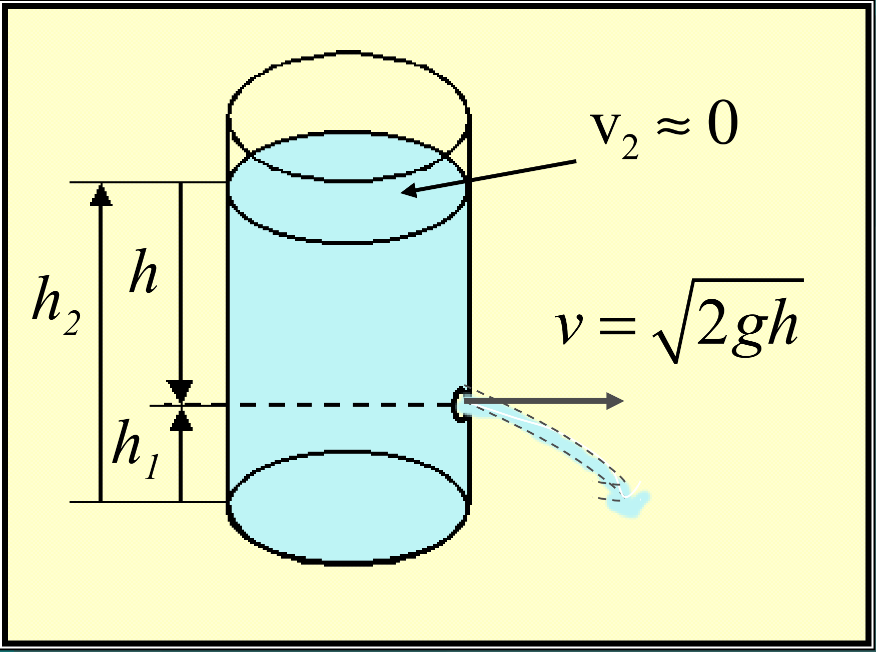
Cuando no hay cambio de presión, $P_1 = P_2$.

$$P_1 + \rho g h_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

Considere la figura. Si la superficie $v_2 \approx 0$ y $P_1 = P_2$ y $v_1 = v$ se tiene:

Teorema de Torricelli:

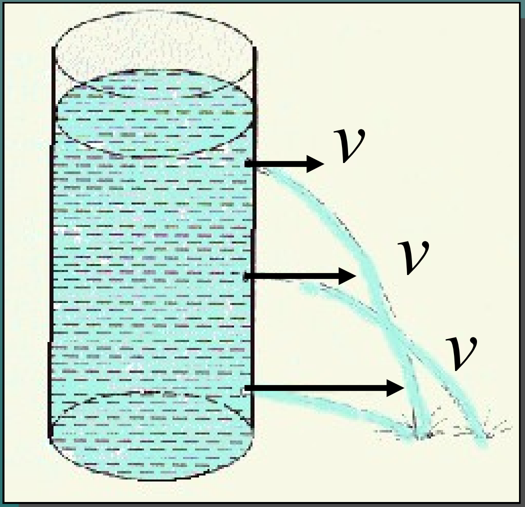
$$v = \sqrt{2gh}$$



Un interesante ejemplo del teorema de Torricelli:

Teorema de Torricelli:

$$v = \sqrt{2gh}$$

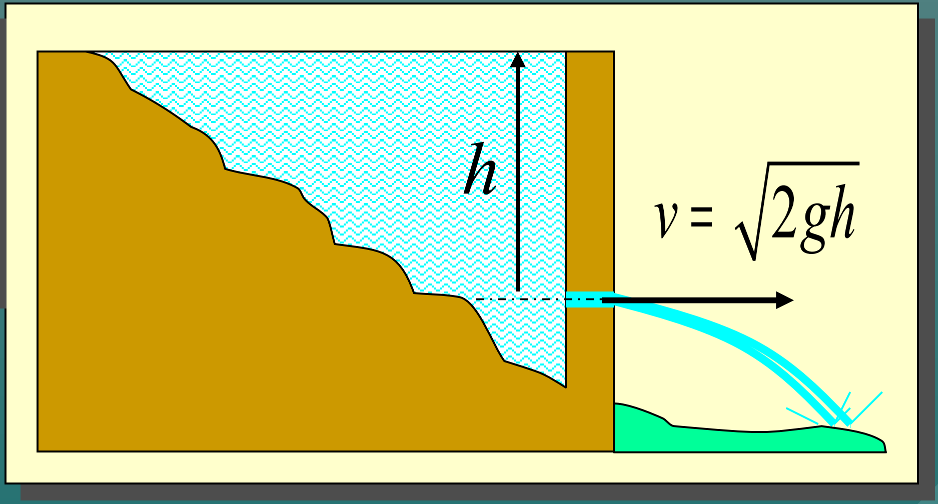


- La velocidad de descarga aumenta con la profundidad.
- El rango máximo está en medio.
- Los hoyos equidistantes arriba y abajo del punto medio tendrán el mismo rango horizontal.

Ejemplo 4: Un dique tiene una fuga en un punto 20 m bajo la superficie. ¿Cuál es la velocidad de salida?

Teorema de Torricelli:

$$v = \sqrt{2gh}$$



Dado: $h = 20$ m

$g = 9.8$ m/s^2

$$v = \sqrt{2(9.8 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m})}$$

$$\boxed{v = 19.8 \text{ m/s}^2}$$

Estrategias para la ecuación de Bernoulli:

- Lea, dibuje y etiquete un bosquejo burdo con lo dado.
- La altura *h* de un fluido es desde un punto de referencia común al centro de masa del fluido.
- En la ecuación de Bernoulli, la densidad ρ es densidad de masa y las unidades adecuadas son kg/m^3.
- Escriba la ecuación de Bernoulli para el problema y simplifique al eliminar aquellos factores que no cambian.

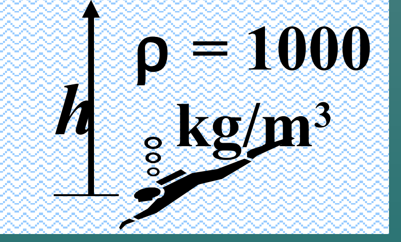
$$P_1 + \rho g h_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

Estrategias (continúa)

$$P_1 + \cancel{\rho g h_1} + \cancel{\tfrac{1}{2}\rho v_1^2} = P_2 + \cancel{\rho g h_2} + \cancel{\tfrac{1}{2}\rho v_2^2}$$

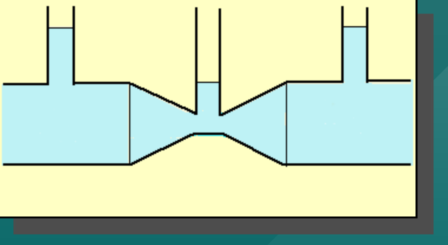
- Para fluido estacionario, $v_1 = v_2$ y se tiene:

$$\Delta P = \rho g(h_2 - h_1)$$



- Para tubería horizontal, $h_1 = h_2$ y se obtiene:

$$P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_1^2$$



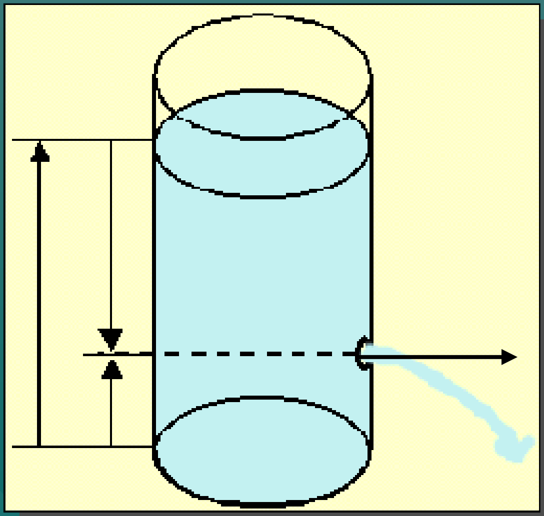
Estrategias (continúa)

$$\cancel{P_1} + \rho g h_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = \cancel{P_2} + \rho g h_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

- Para no cambio en presión, $P_1 = P_2$ y se tiene:

Teorema de Torricelli

$$v = \sqrt{2gh}$$



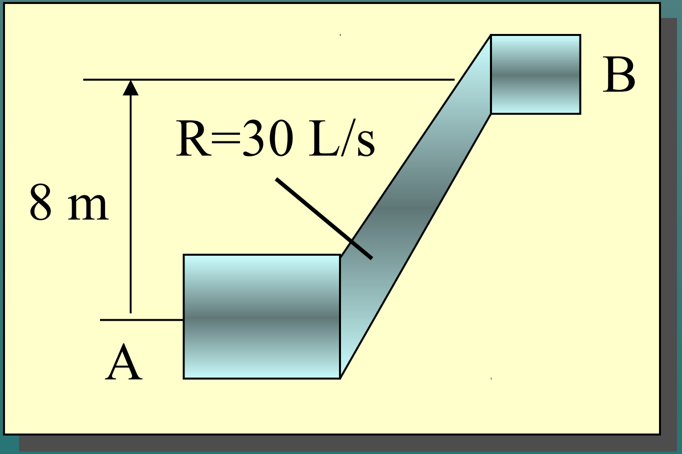
Ejemplo general: A través de la tubería fluye agua a la tasa de 30 L/s. La presión absoluta en el punto *A* es 200 kPa, y el punto *B* está 8 m más alto que el punto *A*. La sección inferior de la tubería tiene un diámetro de 16 cm y la sección superior se estrecha a un diámetro de 10 cm. Encuentre las velocidades de la corriente en los puntos *A* y *B*.

$$R = 30 \text{ L/s} = 0.030 \text{ m}^3\text{/s}$$

$$A = \pi R^2; \quad R = \frac{D}{2}$$

$$A_A = \pi(0.08 \text{ m})^2 = 0.0201 \text{ m}^3$$

$$A_B = \pi(0.05 \text{ m})^2 = 0.00785 \text{ m}^3$$



$$v_A = \frac{R}{A_A} = \frac{0.030 \text{ m}^3\text{/s}}{0.0201 \text{ m}^2} = 1.49 \text{ m/s}; \qquad v_2 = \frac{R}{A_2} = \frac{0.030 \text{ m}^3\text{/s}}{0.00785 \text{ m}^2} = 3.82 \text{ m/s}$$

$$\boxed{v_A = 1.49 \text{ m/s}} \qquad \boxed{v_B = 3.82 \text{ m/s}}$$

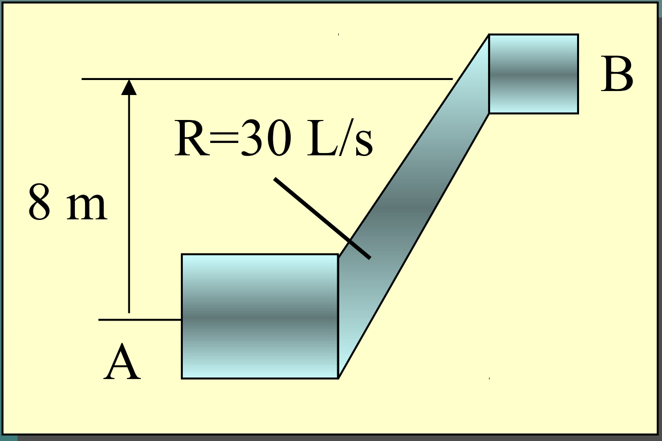
Ejemplo general (Cont.): A continuación encuentre la presión absoluta en el punto B.

Dado: $v_A = 1.49$ m/s

$v_B = 3.82$ m/s

$P_A = 200$ kPa

$h_B - h_A = 8$ m



Considere la altura $h_A = 0$ para propósitos de referencia.

$$P_A + \cancelto{0}{\rho g h_A} + \tfrac{1}{2}\rho v_A^2 = P_B + \rho g h_B + \tfrac{1}{2}\rho v_B^2$$

$$P_B = P_A + \tfrac{1}{2}\rho v_A^2 - \rho g h_B - \tfrac{1}{2}\rho v_B^2$$

$$P_B = 200{,}000 \text{ Pa} + 1113 \text{ Pa} - 78{,}400 \text{ Pa} - 7296 \text{ Pa}$$

$$P_B = 200{,}000 \text{ Pa} + \tfrac{1}{2}(1000 \text{ kg/m}^3)(1.49 \text{ m/s})^2 - (1000 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(8 \text{ m}) - \tfrac{1}{2}(1000 \text{ kg/m}^3)(3.82 \text{ m/s})^2$$

$$\boxed{P_B = 115 \text{ kPa}}$$

Resumen

Flujo de fluido laminar en tubería:

$$R = v_1 A_1 = v_2 A_2 \qquad v_1 d_1^2 = v_2 d_2^2$$

Fluido en reposo:

$$P_A - P_B = \rho g h$$

Tubería horizontal ($h_1 = h_2$)

$$P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_1^2$$

Teorema de Bernoulli:

$$P_1 + \rho g h_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = constante$$

Teorema de Torricelli:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Resumen: teorema de Bernoulli

- Lea, dibuje y etiquete un bosquejo burdo con lo dado.
- La altura *h* de un fluido es desde un punto de referencia común al centro de masa del fluido.
- En la ecuación de Bernoulli, la densidad ρ es densidad de masa y las unidades adecuadas son kg/m^3.
- Escriba la ecuación de Bernoulli para el problema y simplifique al eliminar aquellos factores que no cambian.

$$P_1 + \rho g h_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

CONCLUSIÓN: Capítulo 15B Fluidos en movimiento