12. Considere las siguientes funciones:

a) $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t)$, $t \geq 0$;

b) $\mathbf{r}(t) = (\cos(2t), \operatorname{sen}(2t))$, $t \geq 0$;

c) $\mathbf{r}(t) = (\cos(t - \frac{\pi}{2}), \operatorname{sen}(t - \frac{\pi}{2}))$, $t \geq 0$;

d) $\mathbf{r}(t) = (\cos t, -\operatorname{sen} t)$, $t \geq 0$;

e) $\mathbf{r}(t) = (\cos(t^2), \operatorname{sen}(t^2)$, $t \geq 0$;

Cada una de las ecuaciones anteriores describe el movimiento de una partícula sobre la circunferencia unitaria $x^2 + y^2 = 1$. Para cada caso responda las siguientes preguntas:

i) ¿Es constante la rapidez de la partícula?

ii) ¿Es la aceleración de la partícula ortogonal a su velocidad en todos los puntos?

iii) ¿El movimiento de la partícula es en sentido horario o contrario al movimiento de las agujas del reloj?

iv) ¿La partícula está inicialmente en el punto $(1, 0)$?

a)

$$r\acute{}_{(t)} = (-sen\, t, \cos t)$$
$$|r\acute{}_{(t)}| = 1$$
$$r\acute{}\acute{}_{(t)} = (-cos\ t, -sen\ t)$$
$$r\acute{}_{(t)}.r\acute{}\acute{}_{(t)} = (-sen\, t, \cos t)\,(-cos\ t, -sen\ t) = 0$$
$$r_{(0)} = (1{,}0)$$
$$r_{(\pi/2)} = (0{,}1)$$

Antihorario

b)

$$r\acute{}_{(t)} = (-2sen\ 2t, 2\cos 2t)$$
$$|r\acute{}_{(t)}| = 2$$
$$r\acute{}\acute{}_{(t)} = (-4cos\ 2t, -4sen\ 2t)$$
$$r\acute{}_{(t)}.r\acute{}\acute{}_{(t)} = 0$$
$$r_{(0)} = (1{,}0)$$
$$r_{(\pi/4)} = (0{,}1)$$

Antihorario

c)

$$r\acute{}_{(t)} = (-sen\ \left(t - \frac{\pi}{2}\right), cos\ \left(t - \frac{\pi}{2}\right))$$
$$|r\acute{}_{(t)}| = 1$$
$$r\acute{}\acute{}_{(t)} == (-cos\ \left(t - \frac{\pi}{2}\right), -sen\ \left(t - \frac{\pi}{2}\right))$$
$$r\acute{}_{(t)}.r\acute{}\acute{}_{(t)} = 0$$
$$r_{(0)} = (0, -1)$$
$$r_{(\pi/2)} = (1{,}0)$$

Antihorario

d)

$$r_{(t)} = (cos\ t, -\operatorname{sen} t)$$
$$r'_{(t)} = (-sen\ t, -\cos t)$$
$$|r'_{(t)}| = 1$$
$$r''_{(t)} = (-cos\ t, sen\ t)$$
$$r'_{(t)}.r''_{(t)} = 0$$

$$r_{(0)} = (1,0)$$
$$r_{(\pi/2)} = (0,-1)$$

Horario

e)

$$r_{(t)} = (cos\ t^2, sen\ t^2)$$
$$r'_{(t)} = (-2t\ sen\ t^2, 2t\ cos\ t^2)$$
$$|r'_{(t)}| = 2t$$
$$r''_{(t)} = (-2sen\ t^2 - 4t^2cos\ t^2, 2cos\ t^2 - 4t^2sen\ t^2)$$
$$r'_{(t)}.r''_{(t)} = 4t\ sen^2\ t^2 + 8t^3\ sen\ t^2cos\ t^2 + 4tcos^2\ t^2 - 8t^3\ sen\ t^2cos\ t^2$$
$$r'_{(t)}.r''_{(t)} = 4t$$

$$r_{(0)} = (1,0)$$
$$r_{(\sqrt{\pi/2})} = (0,1)$$

Antihorario