TRABAJO PRÁCTICO 2 - EJERCICIO 6

$$f : D \to \mathbb{R} \ : \quad f(x,y) = \frac{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{\ln(x^2 + y^2 - 1)}$$

Para que un punto $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ pertenezca al dominio de f, debe cumplir:

1. $4 - x^2 - y^2 \geq 0$ para poder calcular la raíz cuadrada;
2. $x^2 + y^2 - 1 > 0$ para poder evaluar el logaritmo;
3. $\ln(x^2 + y^2 - 1) \neq 0$ para poder evaluar el cociente.

Así:

1. $4 - x^2 - y^2 \geq 0$, es decir, $4 \geq x^2 + y^2$;
2. $x^2 + y^2 - 1 > 0$, es decir, $x^2 + y^2 > 1$;
   y juntando estas dos desigualdades tenemos: $1 < x^2 + y^2 \leq 4$; hasta acá estamos hablando de los puntos (x,y) en una cierta corona circular: $1 < x^2 + y^2 \leq 4$.
3. $\ln(x^2 + y^2 - 1) \neq 0$ implica $x^2 + y^2 - 1 \neq 1$, es decir, $x^2 + y^2 \neq 2$.

Los puntos (x,y) de $\mathbb{R}^2$ que reúnen las tres condiciones son

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x^2 + y^2 \leq 4 \text{ y } x^2 + y^2 \neq 2\}.$$