<u>Análisis Matemático II</u>

<u>TP2:</u> Ejercicio 68

Dada la función

$$f(x,y) = x^2 + 2y^2$$

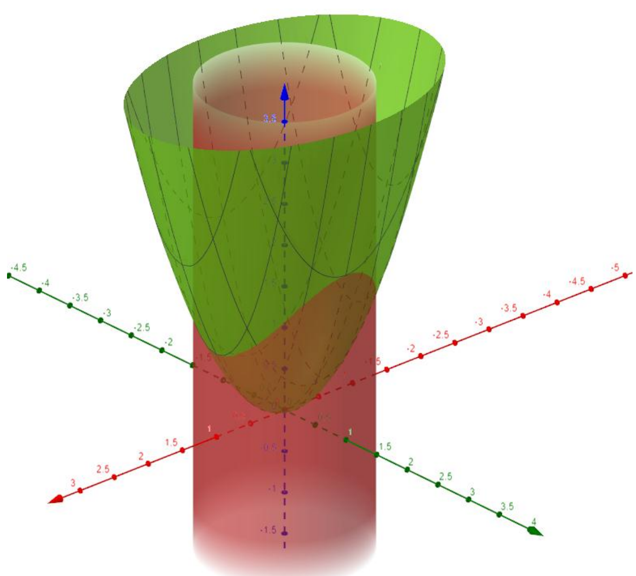
Sujeta la restricción

$$g(x,y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$$

a) Si graficamos la proyección de la restricción ***g(x,y)*** sobre el gráfico de la función ***f(x,y)***, vemos que los valores que puede tomar ***f*** quedan restringidos a la curva de intersección entre ambas.

Observando la curva, podemos ver que la función ***f*** alcanzará su valor mínimo en el punto (1,0) y su valor máximo en el punto (0,1).

Además, como ***f*** y ***g*** son simétricas respecto al plano **y-z**, podemos asegurar que la función ***f*** también alcanzará su valor mínimo en el punto (-1,0) y su valor máximo en el punto (0,-1).



Ahora evaluemos la función ***f*** en estos puntos para corroborar lo anterior.

$$f(1,0) = 1 \Rightarrow mínimo$$

$$f(-1,0) = 1 \Rightarrow mínimo$$

$$f(0,1) = 2 \Rightarrow máximo$$

$$f(0,-1) = 2 \Rightarrow máximo$$

b) Ahora graficamos la restricción ***g*** (verde) y las curvas de nivel de ***f*** correspondientes a k=1 (azul) y k=2 (rojo).

Vemos que los puntos críticos se encuentran en los puntos de tangencia entre las curvas de nivel de ***f*** y ***g*** (donde los vectores gradiente son paralelos, $\nabla f = \lambda \nabla g$).

Además, los valores k=1 y k=2 de las curvas de nivel, son los valores mínimo y máximo respectivamente, que alcanza ***f*** restringida a ***g***.