Reducción a sistemas de primer orden:

Reducción a 1er orden

$$\frac{d^2 v(t)}{dt^2} + 12\frac{dv(t)}{dt} + 7v(t) = 100t \qquad \begin{cases} v(t=0) = 2 \\ \left.\frac{dv(t)}{dt}\right|_{t=0} = 0{,}1 \end{cases}$$

$\vec{y}(t) = ?$; $\vec{y}(0) = ?$; $\vec{f}(y,t) = ?$

Resolución

$$\alpha = \frac{dv}{dt} = \dot{v}$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha} = \frac{d^2 v}{dt}$$

$$\Rightarrow \dot{\alpha} + 12\alpha + 7v = 100t \Rightarrow \underline{\dot{\alpha} = -12\alpha - 7v + 100t}$$

$$\vec{y} = \begin{Bmatrix} v \\ \alpha \end{Bmatrix} ; \quad \vec{y}_0 = \begin{Bmatrix} v_0 \\ \alpha_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 0{,}1 \end{Bmatrix} ; \quad \vec{f} = \dot{\vec{y}} = \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ -12\alpha - 7v + 100t \end{Bmatrix}$$

$$\vec{y} = \begin{Bmatrix} v \\ \alpha \end{Bmatrix}; \quad \vec{y}_0 = \begin{Bmatrix} v_0 \\ \alpha_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 0,1 \end{Bmatrix}; \quad \vec{f} = \dot{\vec{y}} = \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ -12\alpha - 7v + 100t \end{Bmatrix}$$

Euler = ?

$\Delta t = 0,1$

$\vec{y}(t = 0,1) = ?$

$\vec{y}(t = 0,2) = ?$

Por Euler:

$$\vec{y}_{n+1} = \vec{y}_n + h\,\vec{f}(t_n, \vec{y}_n)$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} v \\ \alpha \end{Bmatrix}_{n+1} = \begin{Bmatrix} v \\ \alpha \end{Bmatrix}_n + \Delta t \underbrace{\begin{Bmatrix} \alpha_n \\ -12\alpha_n - 7v_n + 100t \end{Bmatrix}}_{\equiv \begin{Bmatrix} 0 & 1 \\ -7 & -12 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} v_n \\ \alpha_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 100t \end{Bmatrix}}$$

Por Euler;

$$\vec{y}_{m+1} = \vec{y}_m + h\,\vec{f}(t_m, \vec{y}_m)$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} v \\ \alpha \end{Bmatrix}_{m+1} = \begin{Bmatrix} v \\ \alpha \end{Bmatrix}_{m} + \Delta t \underbrace{\begin{Bmatrix} \alpha_m \\ -12\alpha_m - 7v_m + 100t \end{Bmatrix}}_{\equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7 & -12 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_m \\ \alpha_m \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 100t \end{Bmatrix}}$$

$$k_1 = h\, f(x_m, y_m)$$

$$x_G = x_m + \frac{h}{2\omega} \qquad y_G = y_m + \frac{1}{2\omega} k_1$$

$$k_2 = h\, f(x_G, y_G)$$

$$y_{m+1} = y_m + (1-\omega)\, k_1 + \omega\, k_2$$

$$x_{m+1} = x_m + h$$

0	1
-7	-12

paso=	0,1

t	y	f					k1=h*f
0	**2**	0,1	**+**	0	**=**	0,1	0,01
	0,1	-15,2		0		-15,2	-1,52
0,1	**2,01**	-1,42	**+**	0	**=**	-1,42	-0,142
	-1,42	2,97		10		12,97	1,297
0,2	**1,868**	-0,123	**+**	0	**=**	-0,123	-0,0123
	-0,123	-11,6		20		8,4	0,84