

Tema 4:

Capacitancia C y

Dieléctricos

Objetivos:

- Definir la **capacitancia** en términos de carga y voltaje, y calcular capacitancias para diferentes geometrías de **capacitores**.
- Obtener la **capacitancia equivalente** en **asociación serie y paralelo** de capacitores.
- Encontrar la **energía potencial** almacenada en capacitores.
- Describir el rol de un material **dieléctrico** comprendido entre los conductores de un capacitor.

CAPACITANCIA

- × Propiedad que tienen dos conductores para almacenar carga eléctrica en ellos y energía eléctrica entre ellos.
- × Se define como el cociente de la carga Q entre el valor del voltaje:

Q = Carga eléctrica (coulombs)

V = Voltaje (volts)

C = Capacitancia (Faradios)

$$C = \frac{Q}{V}$$

UNIDAD: LA unidad de capacitancia es el FARADIO (1F = 1C/1V)

Submúltiplos: 1 milifaradio = 1 mF = 1×10^{-3} Faradios

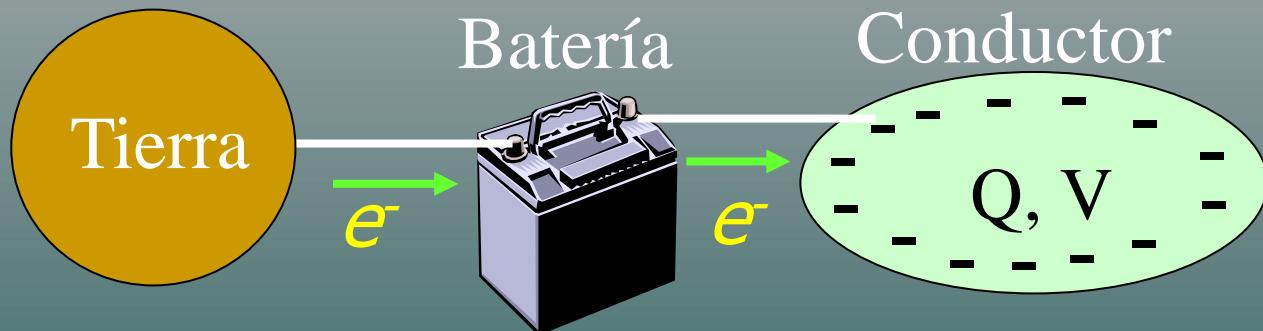
1 microfaradio = 1 μ F = 1×10^{-6} Faradios

1 nanofaradio = 1 nF = 1×10^{-9} Faradios

1 picofaradio = 1 pF = 1×10^{-12} Faradios

Capacitancia

La capacitancia C de un conductor se define como la razón entre la carga Q en el conductor y el potencial V producido.



Capacitancia:

$$C = \frac{Q}{V} \text{ Unidades: [Coulombs / volt]}$$

Capacitancia en faradios

Un **farad (F)** es la capacitancia **C** de un conductor que retiene un coulomb de carga por cada volt de potencial.

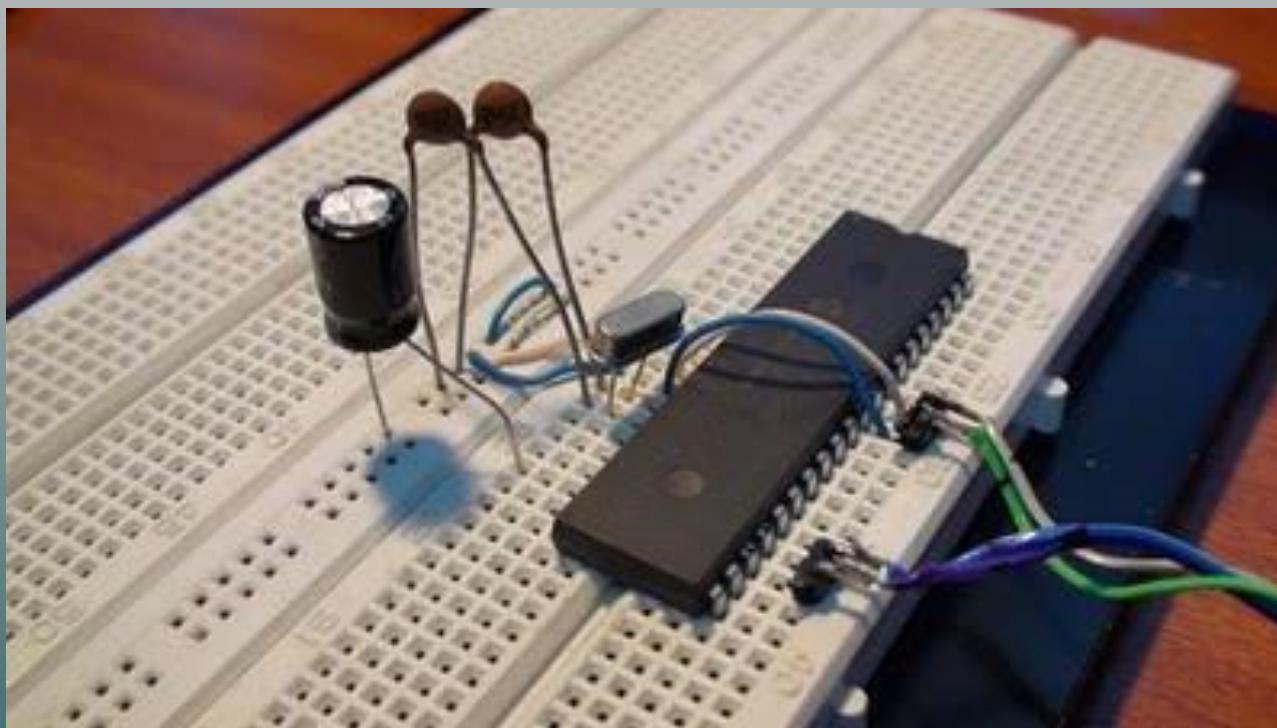
$$C = \frac{Q}{V}; \quad \text{farad (F)} = \frac{\text{coulomb (C)}}{\text{volt (V)}}$$

Ejemplo: Cuando 40 μC de carga se colocan en un conductor, el potencial es 8 V. ¿Cuál es la capacitancia?

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{40 \mu\text{C}}{8 \text{ V}}$$

$$C = 5 \mu\text{F}$$

Tipos de capacitores



TIPOS DE CAPACITORES

× Los capacitores toman el nombre de acuerdo al dieléctrico que se utiliza en su construcción.

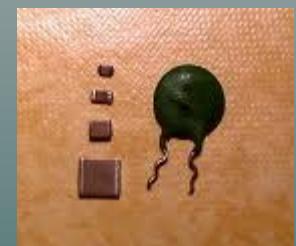
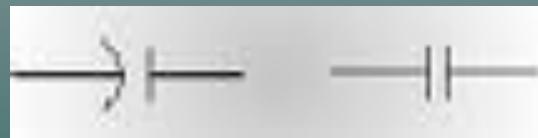
1.- Electrolíticos: Aquellos que llevan en su interior un electrolito.

2.- De cerámica: Aquellos que llevan en su interior cerámica entre las placas.

3.- De papel: Aquellos que utilizan papel como dieléctrico entre sus electrodos.

4.- Capacitor Variable: Aquel que tiene placas móviles que permiten cambios en su valor de capacitancia.

SÍMBOLO DEL CAPACITOR: Se representa con líneas paralelas



V = Potencial eléctrico (+) si lo produce una Q (+) y (-) si lo produce una Q (-)

r = Distancia de la carga Q al punto del potencial

CONDUCTORES Y AISLANTES

Los materiales se pueden clasificar de acuerdo a la capacidad que tengan de permitir el paso de cargas eléctricas a través de ellos.

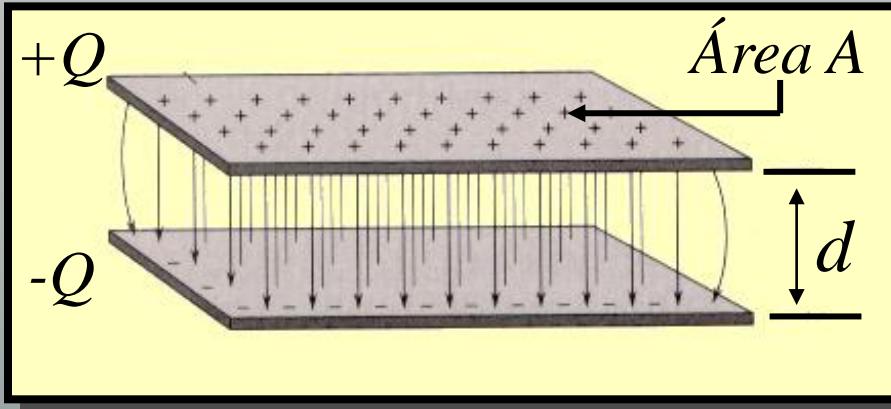
1.- CONDUCTORES: Son aquellos que permiten el paso de la corriente eléctrica ya que ceden los electrones de su última órbita. (Ejm: metales)

2.- AISLANTES: Materiales que no permiten el paso de la corriente eléctrica a través de ellos, no ceden sus electrones de su última órbita.
(Ejm: no-metales)

3.- SEMICONDUCTORES: Son aleaciones de Materiales cuya característica es que bajo cierta polaridad son conductores y con La polaridad Opuesta se comportan como aislantes (Ejm: Ge, Si)

CONDUCTORES
Oro
Plata
Cobre
Aluminio
Hierro
Platino
Plomo
Mercurio
AISLANTES
Madera
Cerámica
Plástico
Vidrio
Mica
Papel
Goma
Caucho
Baquelita

Capacitancia de placas paralelas



Para estas dos placas paralelas:

$$C = \frac{Q}{V} \quad y \quad E = \frac{V}{d}$$

Recordará que, de la ley de Gauss, **E** también es:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Q es la carga en cualquier placa. **A** es el área de la placa.

$$E = \frac{V}{d} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \quad y$$

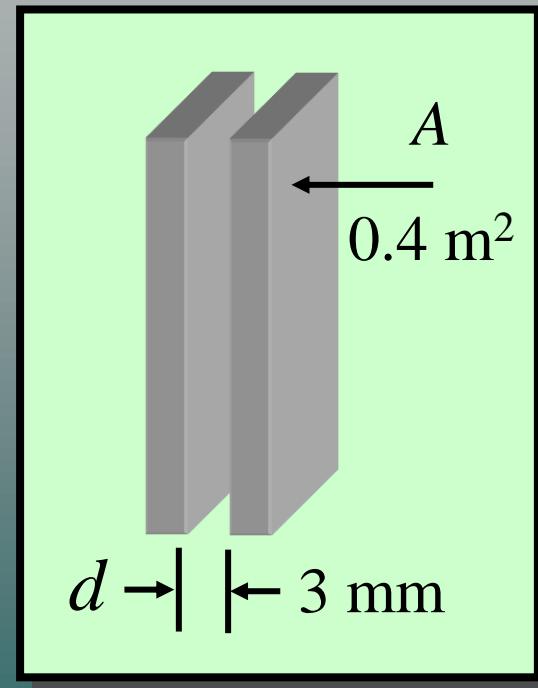
$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Ejemplo 1. Las placas de un capacitor de placas paralelas tienen una área de 0.4 m^2 y están separadas 3 mm en aire. ¿Cuál es la capacitancia?

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C = \frac{(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2})(0.4 \text{ m}^2)}{(0.003 \text{ m})}$$

$$C = 1.18 \text{ nF}$$



Capacitancia de conductor esférico

En la superficie de la esfera:

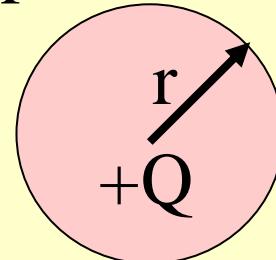
$$E = \frac{kQ}{r^2}; \quad V = \frac{kQ}{r}$$

Recuerde: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

Y: $V = \frac{kQ}{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\cancel{Q}}{\cancel{Q}/4\pi\epsilon_0 r}$$

Capacitancia, C



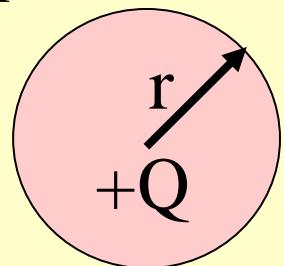
E y V en la superficie.

Capacitancia: $C = \frac{Q}{V}$

$$C = 4\pi\epsilon_0 r$$

Ejemplo 2: ¿Cuál es la capacitancia de una esfera metálica de 8 cm de radio?

Capacitancia, C



$$r = 0.08 \text{ m}$$

$$\text{Capacitancia: } C = 4\pi\epsilon_0 r$$

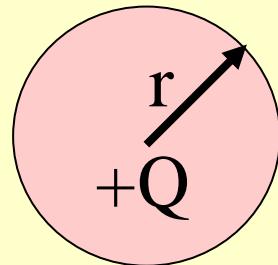
$$C = 4\pi(8.85 \times 10^{-12} \text{ C/V}\cdot\text{m}) (0.08 \text{ m})$$

$$C = 8.90 \times 10^{-12} \text{ F}$$

Nota: La capacitancia sólo depende de parámetros físicos (el radio r) y no está determinada o por la carga o por el potencial. Esto es cierto para todos los capacitores.

Ejemplo 2 (Cont.): ¿Qué carga Q se necesita para dar un potencial de 400 V?

Capacitancia, C



$$r = 0.08 \text{ m}$$

$$C = 8.90 \times 10^{-12} \text{ F}$$

$$C = \frac{Q}{V}; \quad Q = CV$$

$$Q = (8.90 \text{ pF})(400 \text{ V})$$

Carga total sobre el conductor:

$$Q = 3.56 \text{ nC}$$

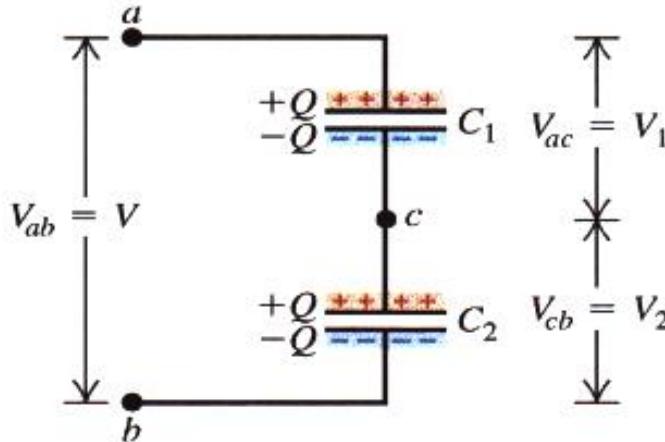
Nota: El farad (F) y el coulomb (C) son unidades extremadamente grandes para electricidad estática. Con frecuencia se usan los prefijos micro μ , nano n y pico p.

Figura 24.8 Conexión en serie de dos capacitores

a) Dos capacitores en serie

Capacitores en serie:

- Los capacitores tienen la misma carga Q .
- Sus diferencias de potencial se suman:
$$V_{ac} + V_{cb} = V_{ab}$$



b) El capacitor equivalente único

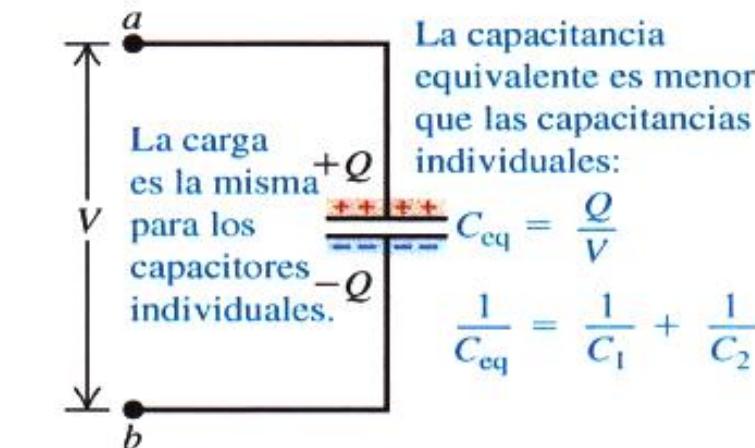
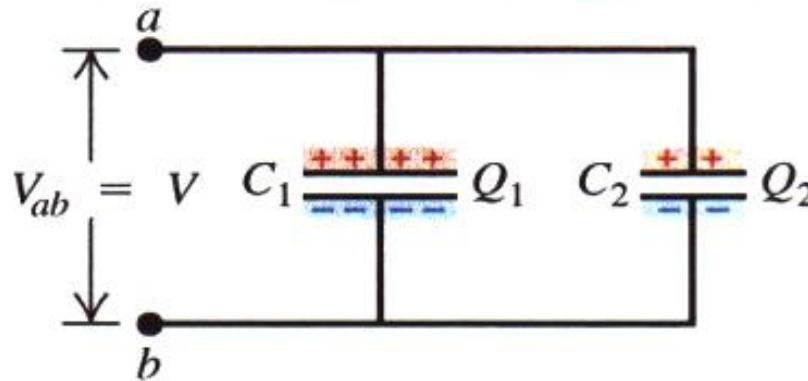


Figura 24.9 Conexión en paralelo de dos capacitores

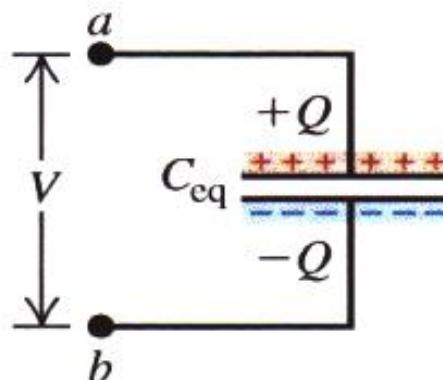
a) Dos capacitores en paralelo

Capacitores en paralelo:

- Los capacitores tienen el mismo potencial V .
- La carga en cada capacitor depende de su capacitancia: $Q_1 = C_1 V$, $Q_2 = C_2 V$.



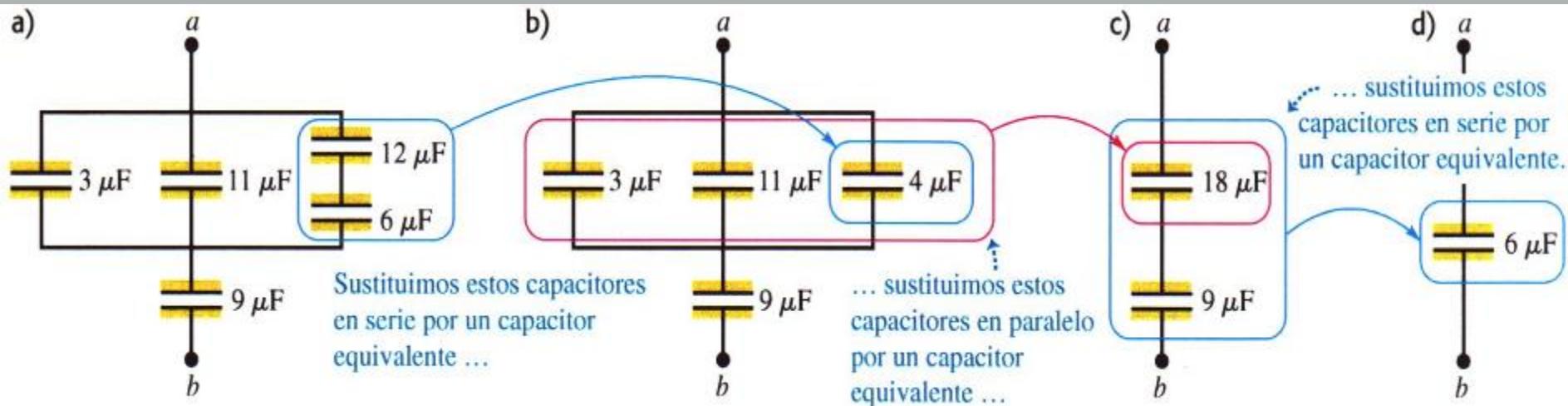
b) El capacitor equivalente único



La carga es la suma de las cargas individuales:
$$Q = Q_1 + Q_2.$$

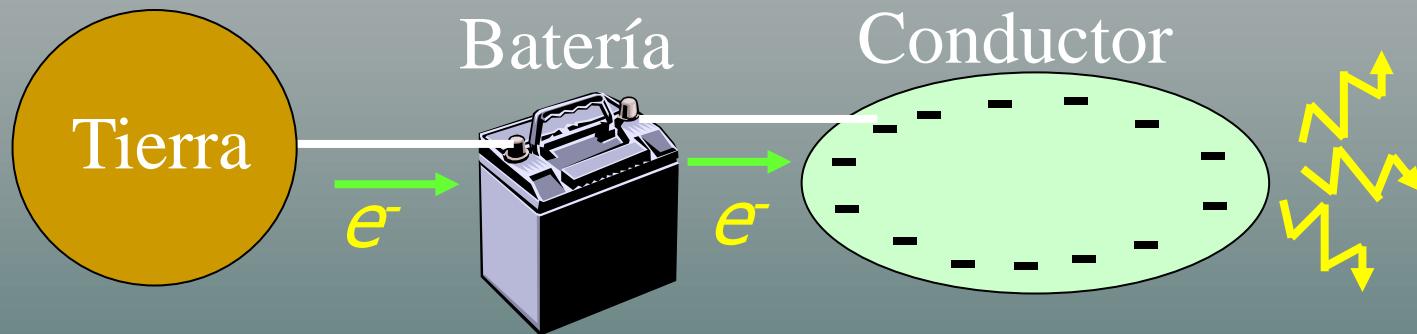
Capacitancia equivalente:
$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2.$$

Figura 24.10 Ej. cálculo de la capacitancia equivalente de un circuito que contiene capacidores en serie y en paralelo



Máxima carga sobre un conductor

Una **batería** establece una diferencia de potencial enviando electrones hacia un cuerpo conductor

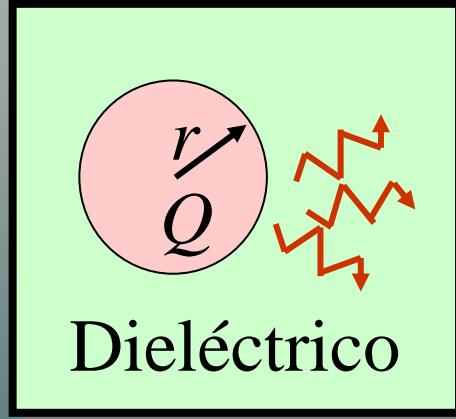


Existe un límite a la cantidad de carga que un conductor puede retener sin fuga al aire. Existe cierta capacidad para retener carga.

Rigidez dieléctrica

La **rigidez dieléctrica** de un material es aquella intensidad eléctrica E_m para la que el material se convierte en conductor. (Fuga de carga.)

E_m varía considerablemente con condiciones físicas y ambientales como presión, humedad y superficies.



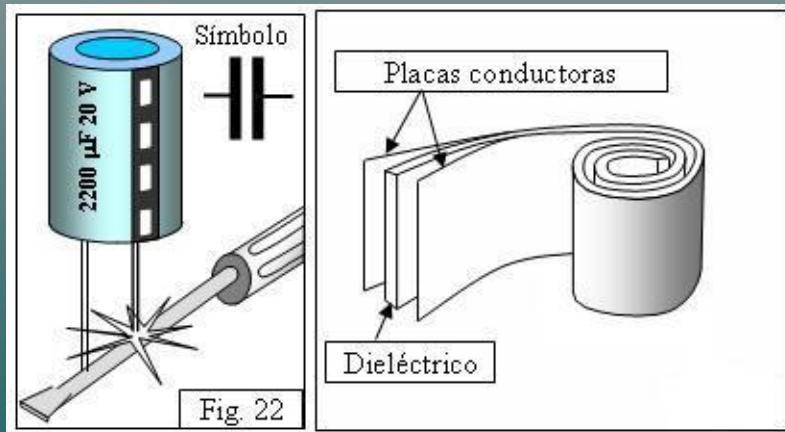
Para el aire: $E_m = 3 \times 10^6 \text{ N/C}$ para superficies esféricas y tan bajo como $0.8 \times 10^6 \text{ N/C}$ para puntos agudos.

RIGIDEZ DIELÉCTRICA

El dieléctrico que separa las placas de un capacitor está sometido a la intensidad del campo eléctrico entre ellas.

El valor máximo que puede soportar esta en función de su

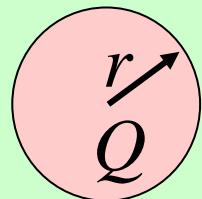
Rigidez Dieléctrica: si el valor del campo es mayor que el valor de su rigidez el dieléctrico se perfora y deja pasar la cargas de una placa a la otra.



MATERIAL	CONSTANTE (K)	RIGIDEZ DIELÉCTRICA (MV/m)
Aire seco	1.006	3
Vidrio	7.5	118
Mica	5.0	200
Plástico	9.0	250
Papel parafinado	2.0	51
Caucho	3.0	28
Teflón	2.0	59
Aceite transformador	4.0	16
Baquelita	7.0	16

Ejemplo 3: ¿Cuál es la carga máxima que se puede colocar en una superficie esférica de un metro de diámetro? ($R = 0.50\text{ m}$)

Máxima Q



Aire

$$E_m = 3 \times 10^6 \text{ N/C}$$

$$E_m = \frac{kQ}{r^2}; \quad Q = \frac{E_m r^2}{k}$$

$$Q = \frac{(3 \times 10^6 \text{ N/C})(0.50 \text{ m})^2}{9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2}$$

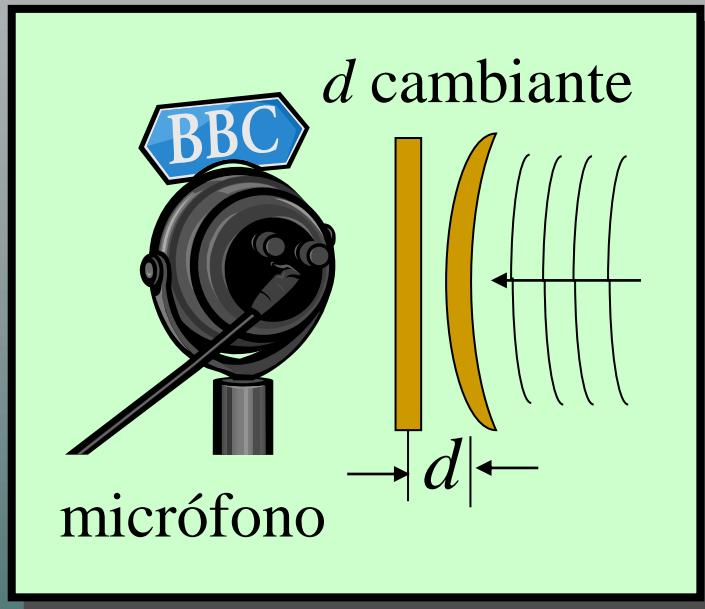
Carga máxima en aire:

$$Q_m = 83.3 \mu\text{C}$$

Esto ilustra el gran tamaño del coulomb como unidad en aplicaciones electrostáticas.

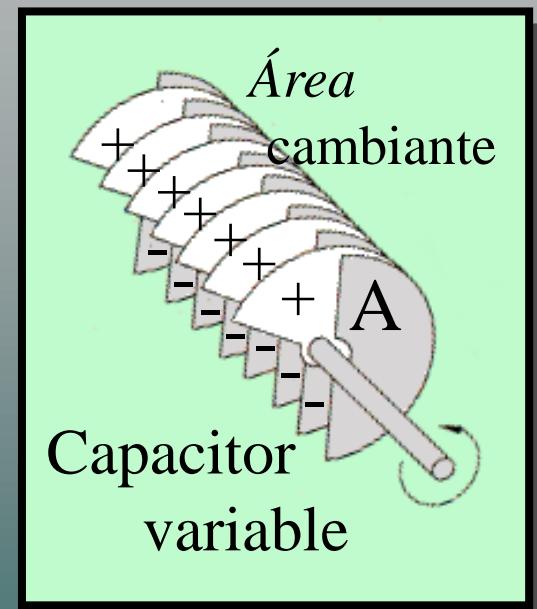
Aplicaciones de los capacitores

Un **micrófono** convierte las ondas sonoras en una señal eléctrica (voltaje variable) al cambiar d .



$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

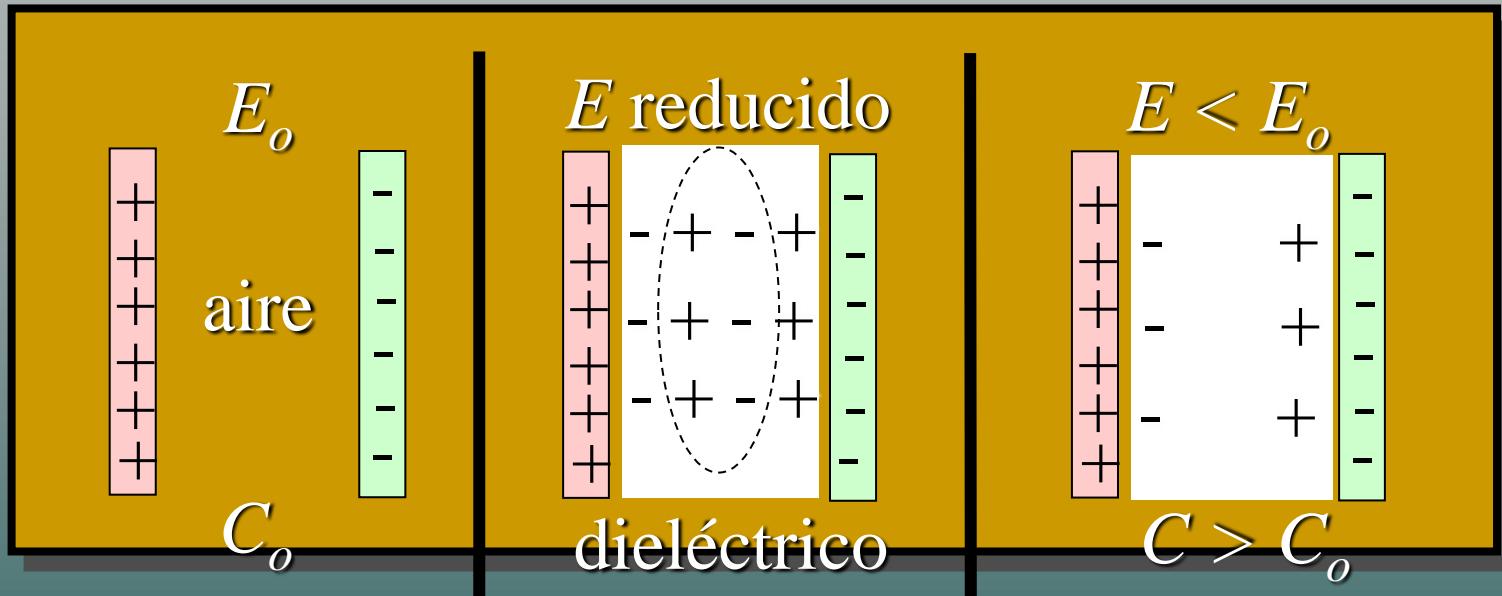
$$V = \frac{Q}{C}$$



El **sintonizador** en un radio es un **capacitor variable**. El área cambiante A altera la capacitancia hasta que se obtiene la señal deseada.

Materiales dieléctricos

La mayoría de los capacitores tienen un material dieléctrico entre sus placas para proporcionar mayor rigidez dieléctrica y menos probabilidad de descarga eléctrica.



La separación de la carga dieléctrica permite reducir la separación y aumentar la cantidad de carga, lo que produce mayor capacitancia $C > C_o$.

Ventajas de los dieléctricos

- Menor separación de placas sin contacto.
- Aumenta la capacitancia de un capacitor.
- Se pueden usar voltajes más altos sin descarga disruptiva.
- Con frecuencia permite mayor resistencia mecánica.

Figura 24.20 Polarización de un dieléctrico en un campo eléctrico

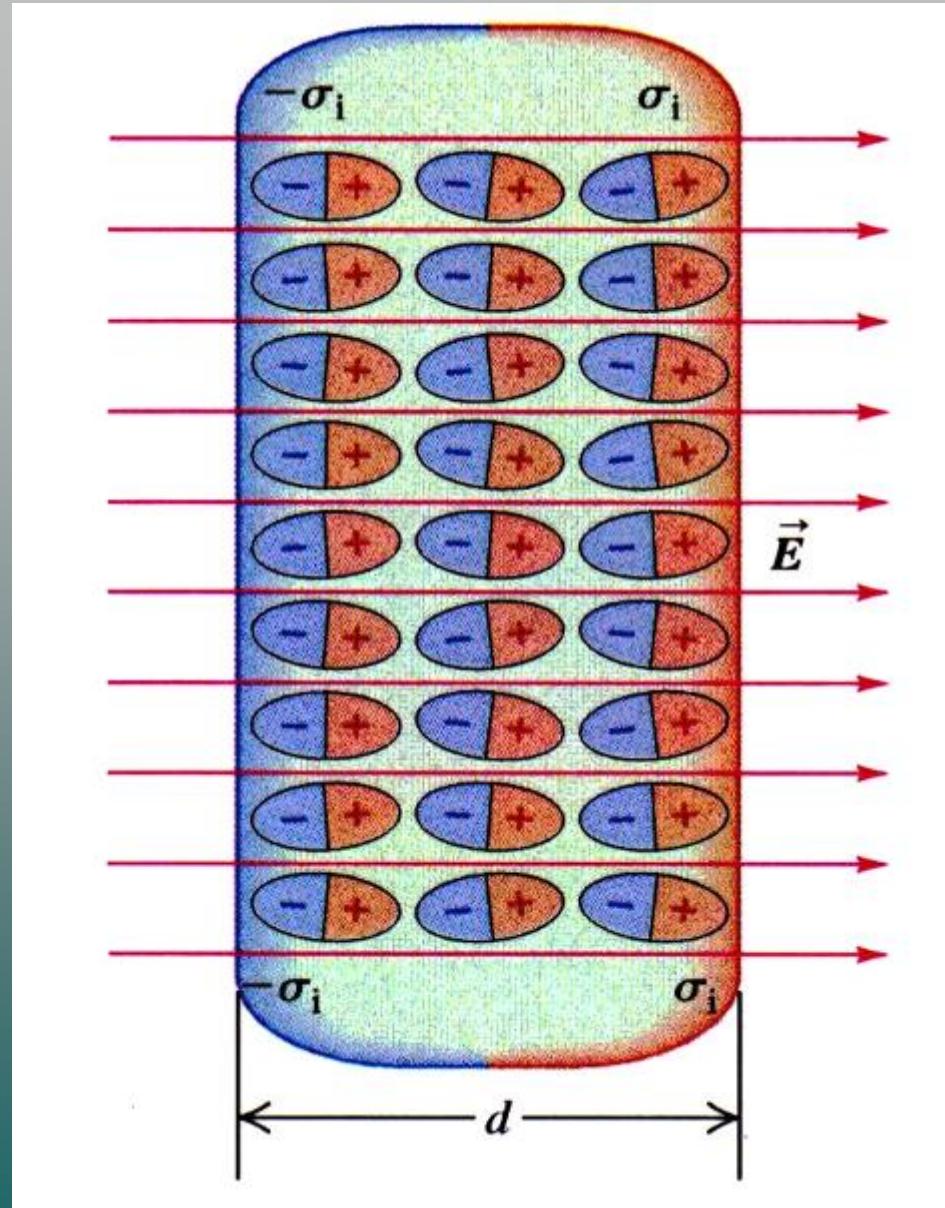
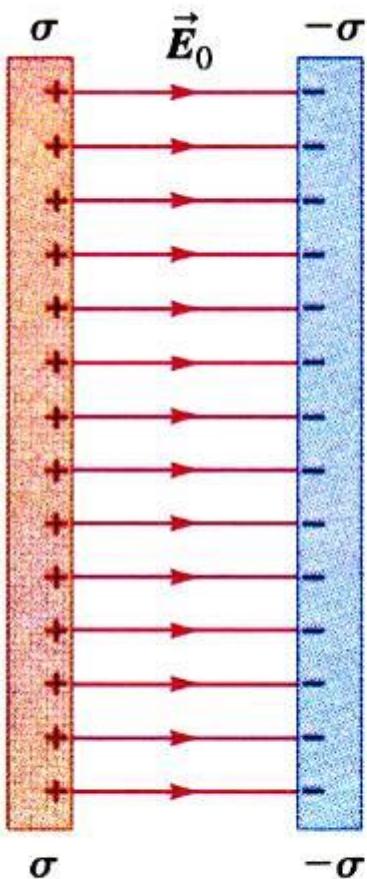
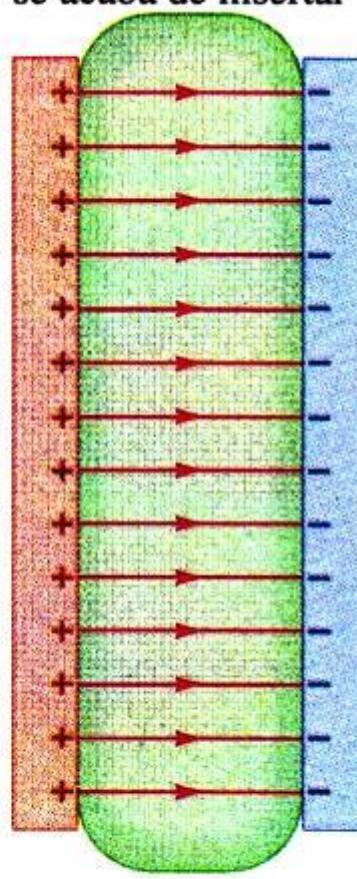


Figura 24.21 Cómo un dieléctrico afecta el campo entre placas de capacidores

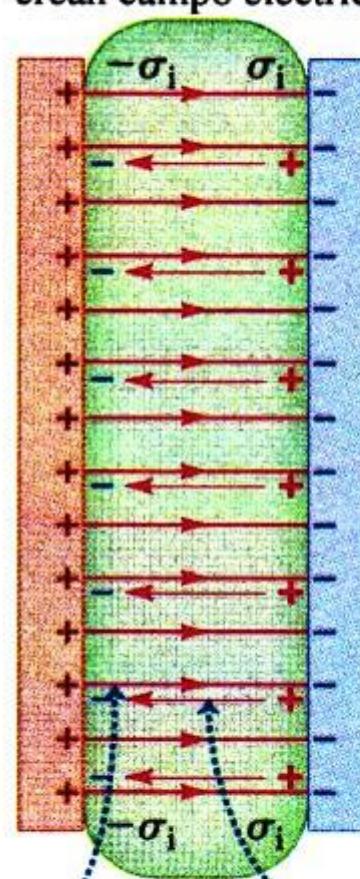
a) Sin dieléctrico



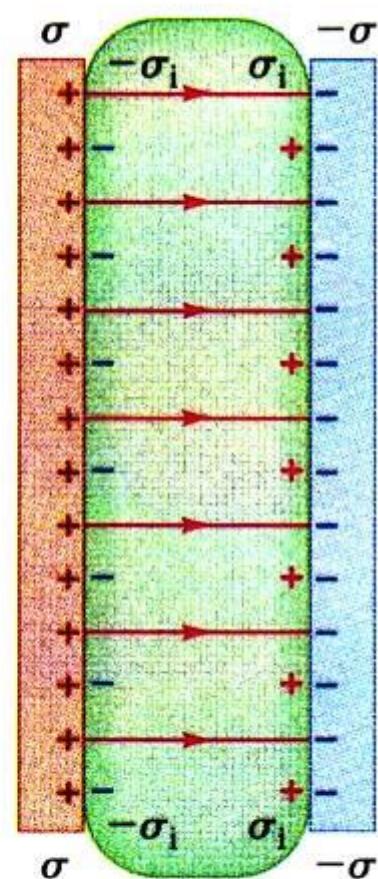
b) El dieléctrico se acaba de insertar



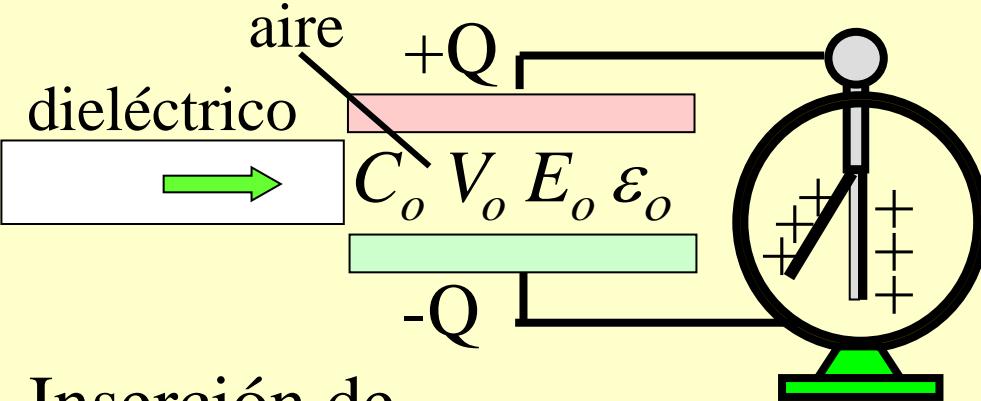
c) Las cargas inducidas crean campo eléctrico



d) Campo resultante



Inserción de dieléctrico



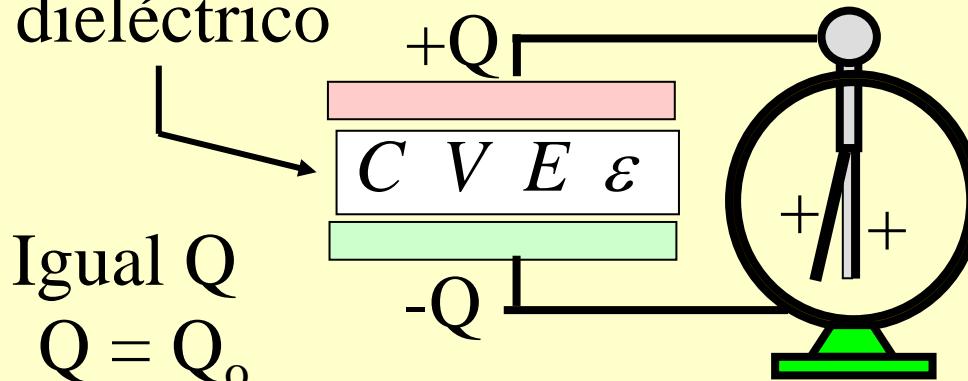
Disminuye el campo

$$E < E_o$$

Disminuye el voltaje

$$V < V_o$$

Inserción de
dieléctrico



Aumenta capacitancia

$$C > C_o$$

Igual Q
 $Q = Q_o$

Aumenta permitividad

$$\epsilon > \epsilon_o$$

Constante dieléctrica, K

La constante dieléctrica K para un material es la razón de la capacitancia C con este material a la capacitancia C_0 en el vacío.

$$K = \frac{C}{C_0}$$

Constante dieléctrica:
K = 1 para el aire

K también se puede dar en términos de voltaje V , intensidad de campo eléctrico E o permitividad ϵ :

$$K = \frac{V_0}{V} = \frac{E_0}{E} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

La permitividad de un medio

La capacitancia de un capacitor de placas paralelas con un dieléctrico se puede encontrar de:

$$C = KC_0 \quad \text{or} \quad C = K\epsilon_0 \frac{A}{d} \quad \text{or} \quad C = \epsilon \frac{A}{d}$$

La constante ϵ es la **permitividad** del medio que relaciona la densidad de las líneas de campo.

$$\epsilon = K\epsilon_0; \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

Ejemplo 4: Encuentre la capacitancia C y la carga Q si se conecta a una batería de 200-V. Suponga que la constante dieléctrica es $K = 5.0$.

$$\epsilon = K\epsilon_0 = 5(8.85 \times 10^{-12} \text{C/Nm}^2)$$

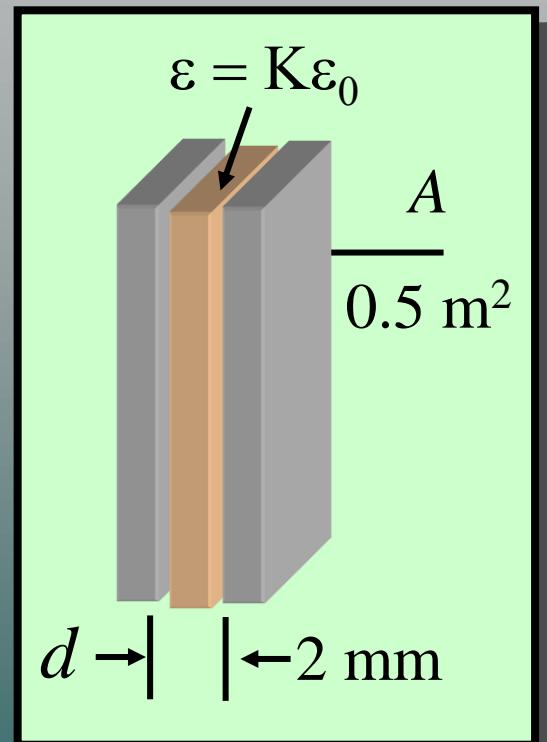
$$\epsilon_0 = 44.25 \times 10^{-12} \text{ C/Nm}^2$$

$$C = \epsilon \frac{A}{d} = \frac{(44.25 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2})(0.5 \text{ m}^2)}{0.002 \text{ m}}$$

$$C = 11.1 \text{ nF}$$

¿ Q si se conecta a $V = 200 \text{ V}$?

$$Q = CV = (11.1 \text{ nF})(200 \text{ V})$$



$$Q = 2.22 \mu\text{C}$$

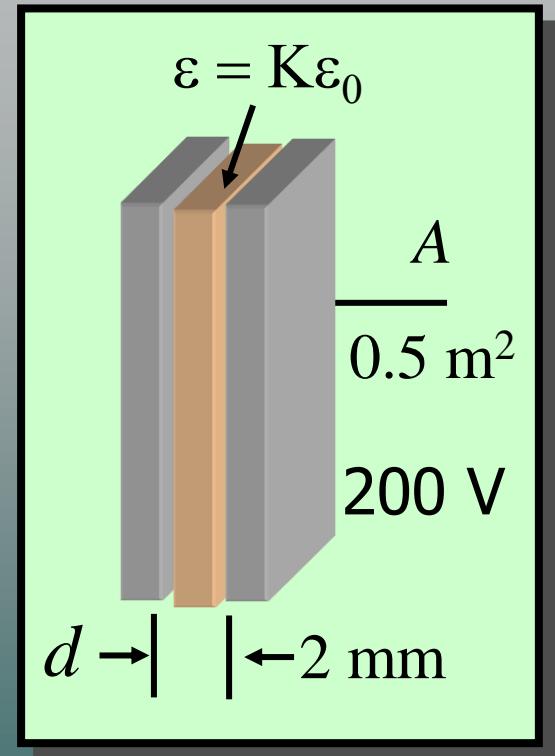
Ejemplo 4 (Cont.): Encuentre el campo E entre las placas. Recuerde $Q = 2.22 \mu\text{C}$; $V = 200 \text{ V}$.

$$\text{Ley de Gauss} = E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{Q}{\epsilon A}$$

$$\epsilon = 44.25 \times 10^{-12} \text{ C/Nm}^2$$

$$E = \frac{2.22 \times 10^{-6} \text{ C}}{(44.25 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2})(0.5 \text{ m}^2)}$$

$$E = 100 \text{ N/C}$$



Dado que $V = 200 \text{ V}$, el mismo resultado se encuentra si $E = V/d$ se usa para encontrar el campo.

Ejemplo 5: Un capacitor tiene una capacitancia de $6\mu\text{F}$ con aire como dieléctrico. Una batería carga el capacitor a 400 V y luego se desconecta. ¿Cuál es el nuevo voltaje si se inserta una hoja de mica ($K = 5$)? ¿Cuál es la nueva capacitancia C ?

$$K = \frac{C}{C_0} = \frac{V_0}{V}; \quad V = \frac{V_0}{K}$$

$$V = \frac{400\text{ V}}{5}; \quad \boxed{V = 80.0\text{ V}}$$

$$C = KC_0 = 5(6\text{ }\mu\text{F})$$

$$\boxed{C = 30\text{ }\mu\text{F}}$$

Dieléctrico aire

$V_o = 400\text{ V}$

Dieléctrico mica

Mica, $K = 5$

Ejemplo 5 (Cont.): Si la batería de 400 V se reconecta después de insertar la mica, ¿qué carga **adicional** se agregará a las placas debido a la **C** aumentada?

$$Q_0 = C_0 V_0 = (6 \mu\text{F})(400 \text{ V})$$

$$Q_0 = 2400 \mu\text{C}$$

$$Q = CV = (30 \mu\text{F})(400 \text{ V})$$

$$Q = 12,000 \mu\text{C}$$

$$\Delta Q = 12,000 \mu\text{C} - 2400 \mu\text{C}$$

$$\Delta Q = 9600 \mu\text{C} \quad \longrightarrow$$

Aire $C_0 = 6 \mu\text{F}$

$V_o = 400 \text{ V}$

Mica $C = 30 \mu\text{F}$

Mica, $K = 5$

$\Delta Q = 9.60 \text{ mC}$

Energía de capacitor cargado

La **energía potencial U** de un capacitor cargado es igual al trabajo (**qV**) que se requiere para cargar el capacitor.

Si se considera que la diferencia de potencial promedio de 0 a V_f es **V/2**:

$$\text{Trabajo} = Q(V/2) = \frac{1}{2}QV$$

$$U = \frac{1}{2}QV; \quad U = \frac{1}{2}CV^2; \quad U = \frac{Q^2}{2C}$$

Ejemplo 6: En el Ej. 4 se encontró que la capacitancia era be **11.1 nF**, el voltaje **200 V** y la carga **2.22 μC**. Encuentre la energía potencial **U**.

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

$$U = \frac{1}{2}(11.1 \text{ nF})(200 \text{ V})^2$$

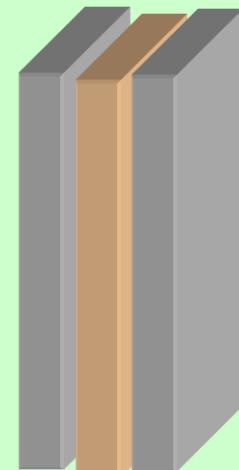
$$U = 222 \text{ μJ}$$

Verifique su respuesta con las otras fórmulas para E.P.

$$U = \frac{1}{2} QV; \quad U = \frac{Q^2}{2C}$$

Capacitor del ejemplo 5.

$$C = 11.1 \text{ nF}$$



$$200 \text{ V}$$

$$U = ?$$

$$Q = 2.22 \text{ μC}$$

Densidad de energía para capacitor

La **densidad de energía u** es la energía por unidad de volumen (J/m^3). Para un capacitor de área A y separación d , la densidad de energía u se encuentra del modo siguiente:

Densidad de
energía u para un
campo E:



$$u = \frac{U}{Vol.} = \frac{U}{Ad}$$

Recuerde $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ y $V = Ed$:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right) (Ed)^2$$

Densidad de energía u :

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Resumen de fórmulas

$$C = \frac{Q}{V}; \quad farad \ (F) = \frac{coulomb \ (C)}{volt \ (V)}$$

$$C = \frac{Q}{V} = K\epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 r$$

$$K = \frac{C}{C_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{E_0}{E} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$U = \frac{1}{2} QV; \quad U = \frac{1}{2} CV^2; \quad U = \frac{Q^2}{2C}$$