

	Versión 2022
	UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO FACULTAD DE INGENIERÍA CARRERA DE ARQUITECTURA

DISEÑO ESTRUCTURAL III

GUÍA DE ESTUDIO: PÓRTICOS

Ing. E. Daniel Quiroga
Profesor Titular

1. Introducción

Se denomina pórtico a una estructura conformada por barras o conjunto de ellas con la condición que en los nudos (punto de conexión entre barras) se mantenga el ángulo entre ellas antes y después de la deformación producida por las acciones.

Pueden ser de barras simples trabajando como sistemas de masa activa o bien reticuladas donde el funcionamiento es por medio de un sistema de vector activo.

Se puede usar cualquier material para lograr un pórtico puro y los más comunes son acero, madera y hormigón armado. También se los puede combinar obteniendo pórticos mixtos.

La resolución de una estructura depende de la cantidad de barras y de las condiciones de vínculo, dando como resultado estructuras isostáticas o hiperestáticas. En el primer caso el número de incógnitas es igual al número de ecuaciones que, para estructuras planas, se reducen a tres: fuerzas en una dirección, fuerzas en dirección perpendicular y momentos.

Si por el contrario el número de incógnitas es superior a tres se trata de una estructura hiperestática. Por cada incógnita superior a tres, crece el llamado grado de hiperestaticidad. En el ejemplo se presentan un pórtico isostático y dos hiperestáticos de grado 2 y 3.

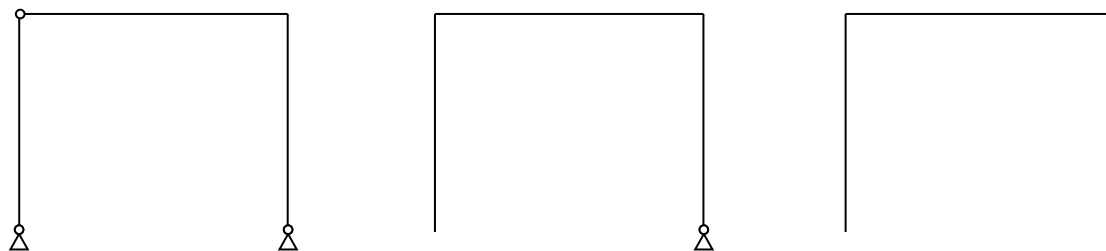


Fig 1. Pórticos. a) isostático; b) hiperestático grado 2; c) hiperestático grado 3

Al no ser suficientes las tres ecuaciones de equilibrio estático se deben incorporar otras ecuaciones para lograr compatibilidad matemática en la solución.

La resolución de este tipo de estructuras se puede hacer a través del planteo de las ecuaciones mencionadas, mediante el uso de programas (que resuelven las ecuaciones) o por métodos aproximados que se podrán utilizar en configuraciones sencillas.

Desde el punto de vista de nuestras necesidades en el diseño estructural necesitamos conocer dos grandes incógnitas: rigidez y solicitaciones.

La rigidez de los pórticos (y de cualquier estructura) es la relación entre las fuerzas aplicadas y la deformación obtenida y se puede obtener con los métodos mencionados o mediante fórmulas aproximadas. Conocer la rigidez permite conocer la cantidad de fuerza que pueden recibir las distintas estructuras en una distribución de acciones.

Las solicitaciones se obtienen a partir de las fuerzas que reciba cada pórtico. Por tratarse de una estructura con continuidad, el tratamiento de distribución de solicitaciones tiene semejanza con las vigas continuas, pudiendo obtenerse los diagramas y puntos característicos de manera análoga a la ya estudiada.

Al conocer la forma de los diagramas de solicitaciones es posible trabajar con la forma geométrica de la estructura o bien con la distribución de los diagramas de cobertura de la resistencia suministrada.

2. Materiales

Se presentan ejemplos de diferentes pórticos para representar los ejes geométricos, indicar los vínculos, representar las deformadas para acciones verticales y horizontales y ensayar las posibles formas de los diagramas de momento flector y esfuerzo de corte.



Fig 2. Pórtico de acero



Fig 3. Pórtico de acero



Fig 4. Pórtico de acero



Fig 5. Pórtico de madera



Fig 6. Pórtico de madera



Fig 7. Pórtico de madera



Fig 8. Pórtico de Hormigón Armado



Fig 9. Pórtico de Hormigón Armado



Fig 10. Pórtico de Hormigón Armado



Fig 11. Pórtico mixto: Acero y Hormigón Armado



Fig 12. Pórtico mixto: Madera y Acero

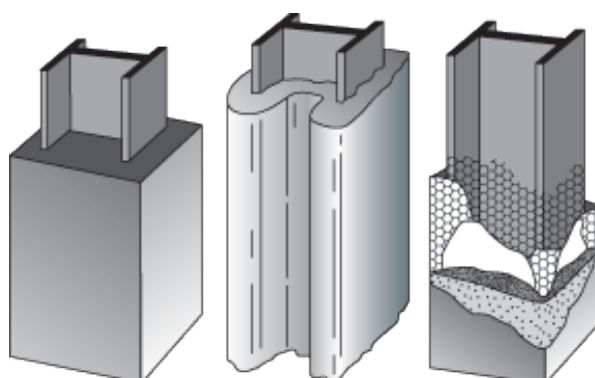


Fig 13. Pórtico mixto: Acero y Hormigón (detalle de columna)

3. Ordenamiento y configuraciones

Según cómo se organicen las piezas entre sí se pueden obtener diferentes configuraciones tanto planas como espaciales. A continuación una clasificación de las diferentes organizaciones (s/Engel)

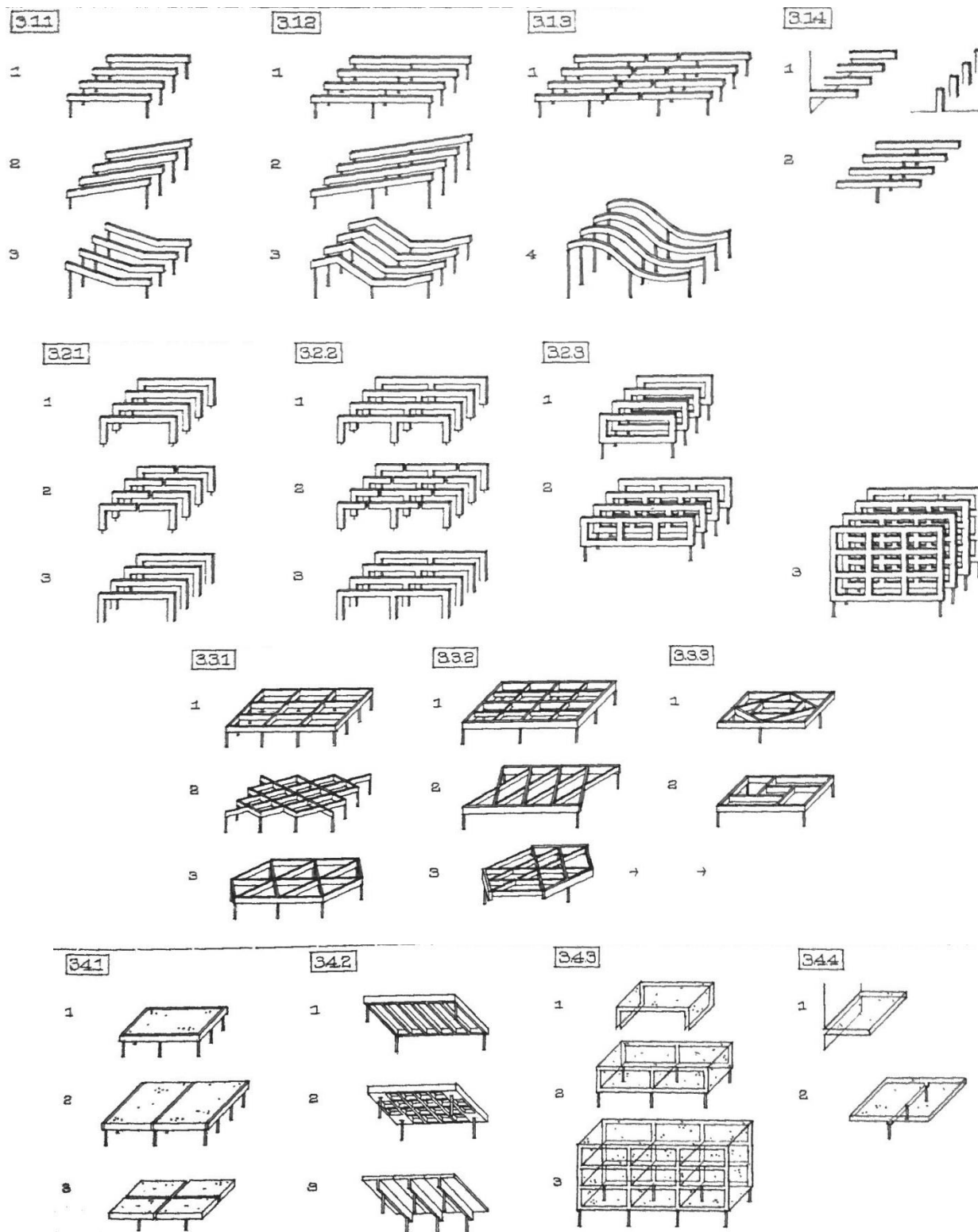
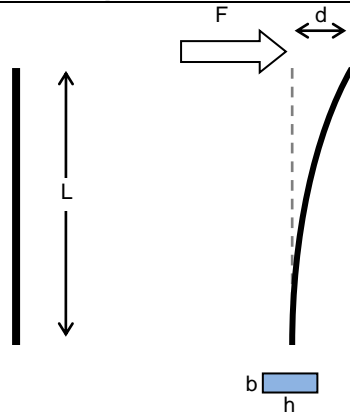
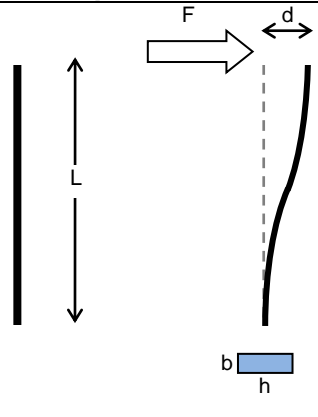
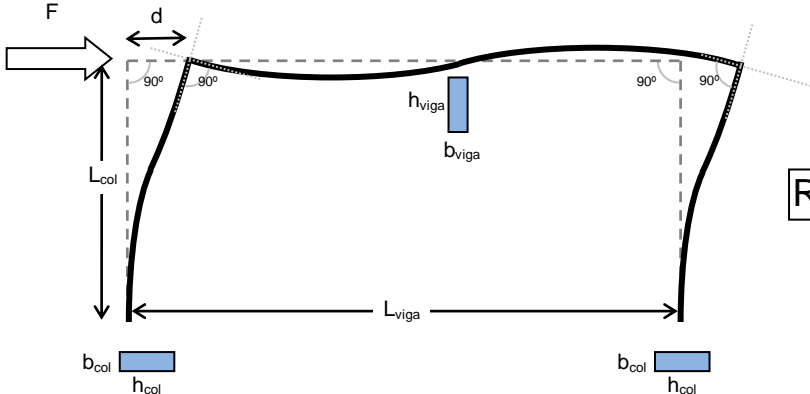


Fig 14. Pórticos. Estructuras de Alma llena o Flexión dominante: Diferentes ordenamientos (s/Engel)

4. Rigidez de pórticos

Se presentan los casos simples para un pórtico de un vano y un piso.

<div>1) Columna empotrada - libre</div> <div></div>	<div>2) Columna bi-empotrada</div> <div></div>																									
<div>$R_{\text{ por columna}} = 3.E.I/L^3$</div>	<div>$R_{\text{ por columna}} = 12.E.I/L^3$</div>																									
<div>3) Pórtico</div> <div></div> <div>$R_{\text{ por columna}} = \text{Factor} [12.E.I/L^3]$</div> <div><div>Características de los Elementos</div><table><tr><td>Viga</td><td>→</td><td>a) l_{viga}</td><td>b) L_{viga}</td><td>c) $k_{\text{viga}} = l_{\text{viga}}/L_{\text{viga}}$</td></tr><tr><td>Columna</td><td>→</td><td>a) l_{col}</td><td>b) L_{col}</td><td>c) $k_{\text{col}} = l_{\text{col}}/L_{\text{col}}$</td></tr><tr><td>Relación</td><td>→</td><td colspan="3">a) $K = k_{\text{col}} / k_{\text{viga}}$</td></tr><tr><td>Columna empotrada</td><td>→</td><td colspan="3">Factor = $(0,5.K + 1) / (2.K + 1)$</td></tr><tr><td>Columna articulada</td><td>→</td><td colspan="3">Factor = $(1 + 2.K) / (2.K + 4)$</td></tr></table></div>		Viga	→	a) l_{viga}	b) L_{viga}	c) $k_{\text{viga}} = l_{\text{viga}}/L_{\text{viga}}$	Columna	→	a) l_{col}	b) L_{col}	c) $k_{\text{col}} = l_{\text{col}}/L_{\text{col}}$	Relación	→	a) $K = k_{\text{col}} / k_{\text{viga}}$			Columna empotrada	→	Factor = $(0,5.K + 1) / (2.K + 1)$			Columna articulada	→	Factor = $(1 + 2.K) / (2.K + 4)$		
Viga	→	a) l_{viga}	b) L_{viga}	c) $k_{\text{viga}} = l_{\text{viga}}/L_{\text{viga}}$																						
Columna	→	a) l_{col}	b) L_{col}	c) $k_{\text{col}} = l_{\text{col}}/L_{\text{col}}$																						
Relación	→	a) $K = k_{\text{col}} / k_{\text{viga}}$																								
Columna empotrada	→	Factor = $(0,5.K + 1) / (2.K + 1)$																								
Columna articulada	→	Factor = $(1 + 2.K) / (2.K + 4)$																								

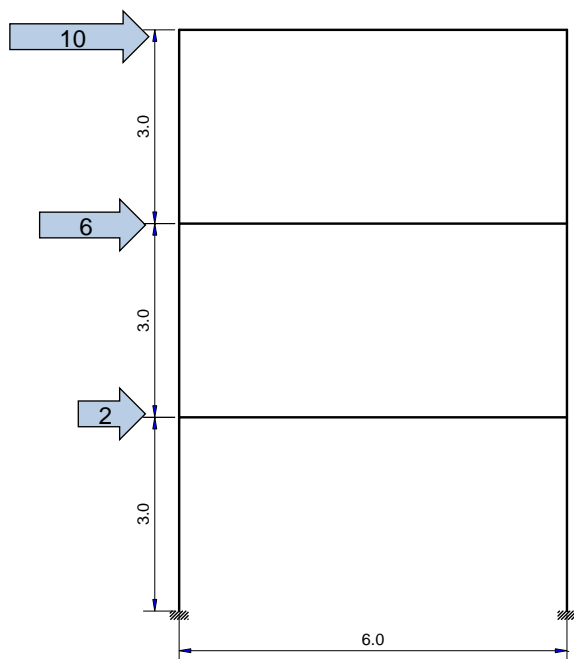
Si se utiliza un programa para la resolución, se debe aplicar una fuerza cualquiera y obtener la deformación "d". Luego la rigidez es $R = F/d$.

5. Bibliografía

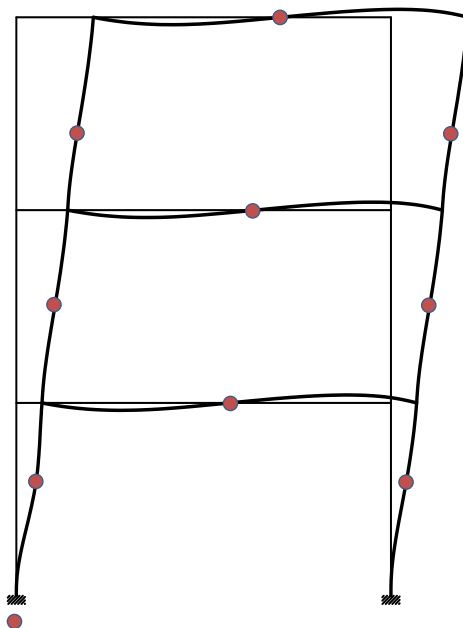
Diaz Puertas. Engel. Bernal. Perles.



6. RESOLUCIÓN PÓRTICOS



ESTRUCTURA A RESOLVER



CONFIGURACIÓN DEFORMADA

1. Equilibrio global

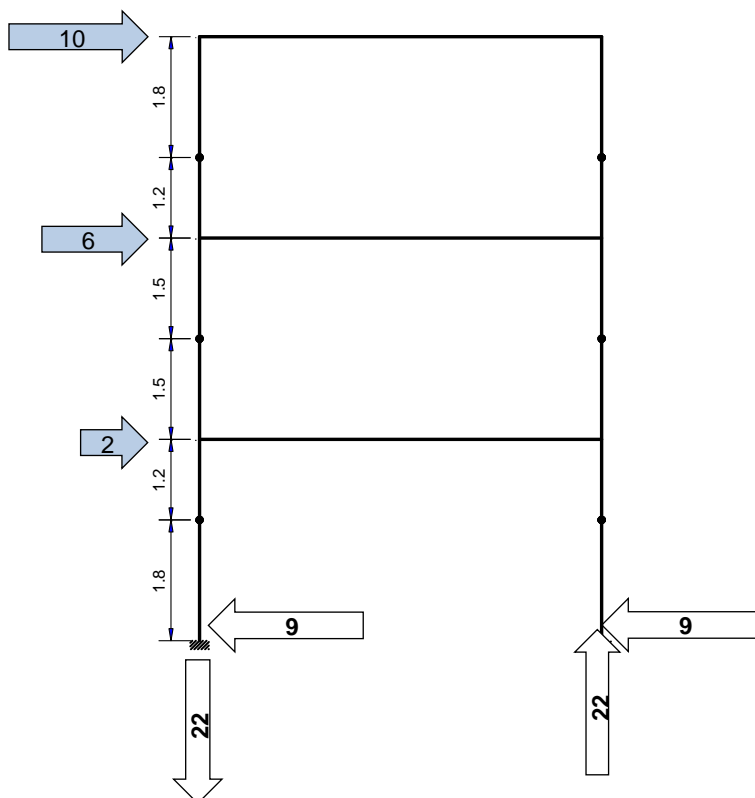


DIAGRAMA DE CUERPO
LIBRE GLOBAL

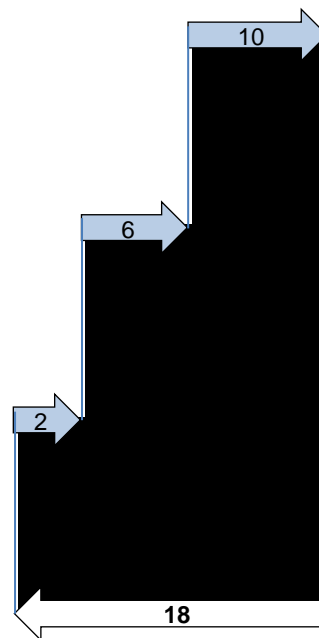


DIAGRAMA DE
ESFUERZO DE CORTE

Ecuaciones de equilibrio Global

Suma de Fuerzas en x-x = $10t + 6t + 2t - R_{ax} - R_{bx}$

→ $R_{ax} = R_{bx} = 9t$

Suma de Momentos respecto a punto A = $10t \cdot 9m + 6t \cdot 6m + 2t \cdot 3m - R_{by} \cdot 6m$

→ $R_{by} = 22t$

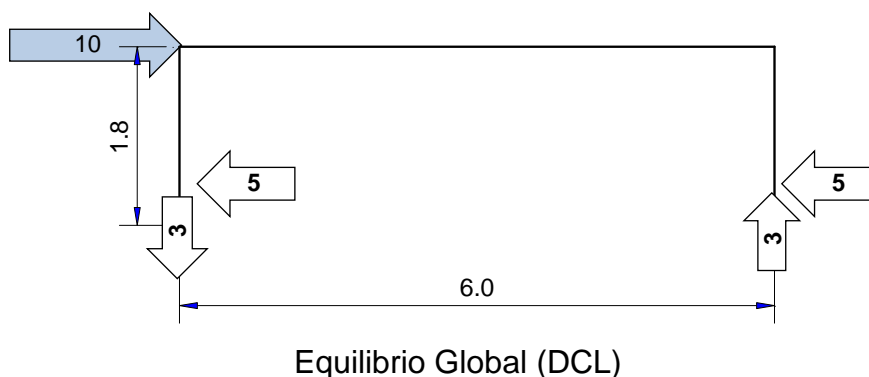
Suma de Fuerzas en y-y = $-R_{ay} + R_{by}$

→ $R_{ay} = R_{by} = 22t$

2. Análisis de sub-ensamblajes

Se analizan los subensamblajes definidos por los puntos de inflexión, donde el momento flector será igual a cero.

Sub-ensamblaje 1



Suma de Fuerzas en x-x = $10t - R_{ax} - R_{bx}$

→ $R_{ax} = R_{bx} = 5t$

Suma de Momentos respecto a punto A = $10t \cdot 1,8m - R_{by} \cdot 6m$

→ $R_{by} = 3t$

Suma de Fuerzas en y-y = $-R_{ay} + R_{by}$

→ $R_{ay} = R_{by} = 3t$

Esfuerzos

Momento Flector (M)

$M_{\text{columna superior}} = R_{ax} \cdot h = 5t \cdot 1.8m = 9 \text{ tm}$

$M_{\text{extremo viga}} = M_{\text{columna superior}} = 9 \text{ tm}$

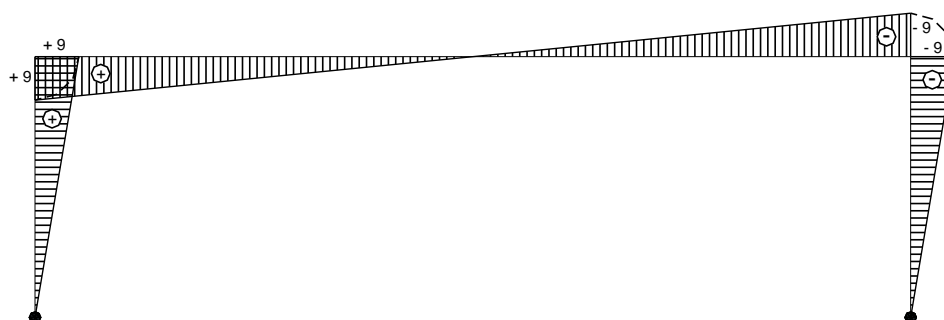


DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES



Esfuerzo de Corte (V)

$$V_{\text{columna inferior izquierda}} = R_{ax} = 5t$$

$$V_{\text{columna inferior derecha}} = R_{bx} = 5t$$

$$V_{\text{viga}} = R_{ay} = -3t \quad (\text{Igual al N columna})$$

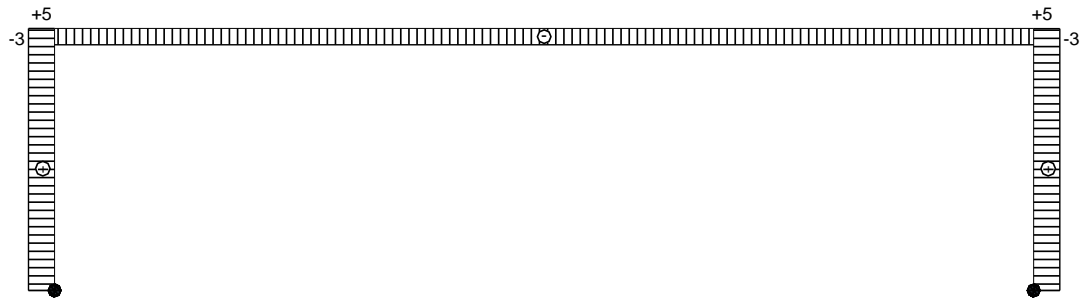


DIAGRAMA DE ESFUERZO DE CORTE

Esfuerzo Normal (N)

$$N_{\text{columna inferior izquierda}} = R_{ay} = +3t$$

$$N_{\text{columna inferior derecha}} = R_{by} = -3t$$

$$N_{\text{viga}} = R_{ax} - 10 = 5t - 10t = -5t \quad (\text{igual al corte de la columna})$$

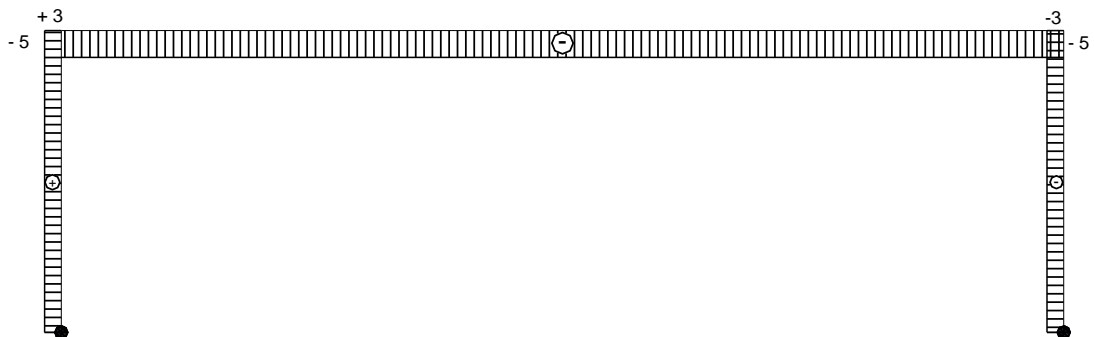
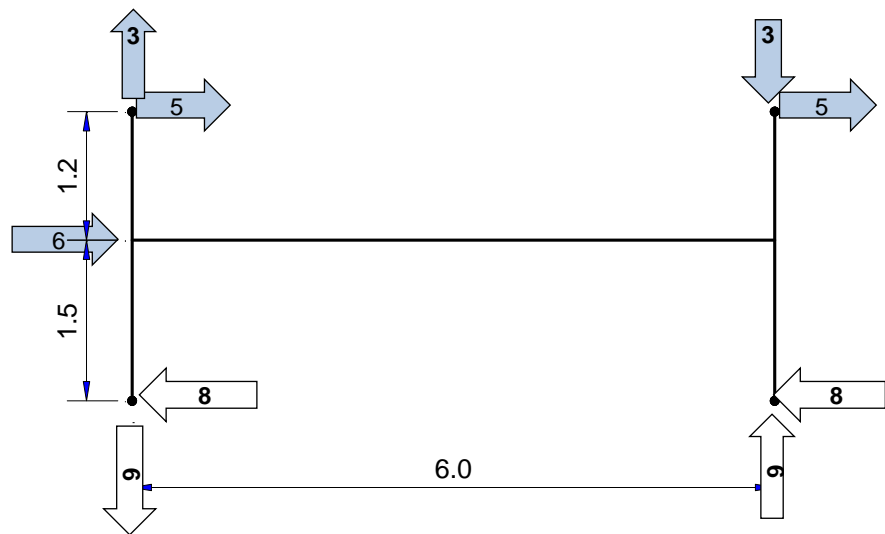


DIAGRAMA DE ESFUERZO NORMAL

Sub-ensamblaje 2



Equilibrio (DCL)

Suma de Fuerzas en x-x = $5t + 5t + 6t - R_{ax} - R_{bx}$

→ $R_{ax} = R_{bx} = 8t$

Suma de $M_{\text{respecto a punto A}} = 2 \cdot (5t \cdot 2,7m) + 6t \cdot 1,5m + 3t \cdot 6m - R_{by} \cdot 6m$

→ $R_{by} = 9t$

Suma de Fuerzas en y-y = $3t - 3t - R_{ay} + R_{by}$

→ $R_{ay} = R_{by} = 9t$

Esfuerzos

Momento Flector (M)

$M_{\text{columna superior}} = 5t \cdot h = 5t \cdot 1,2m = 6tm$

$M_{\text{columna inferior}} = R_{ax} \cdot h = 8t \cdot 1,5m = 12tm$

$M_{\text{extremo viga}} = M_{\text{columna superior}} + M_{\text{columna inferior}} = 6tm + 12tm = 18tm$

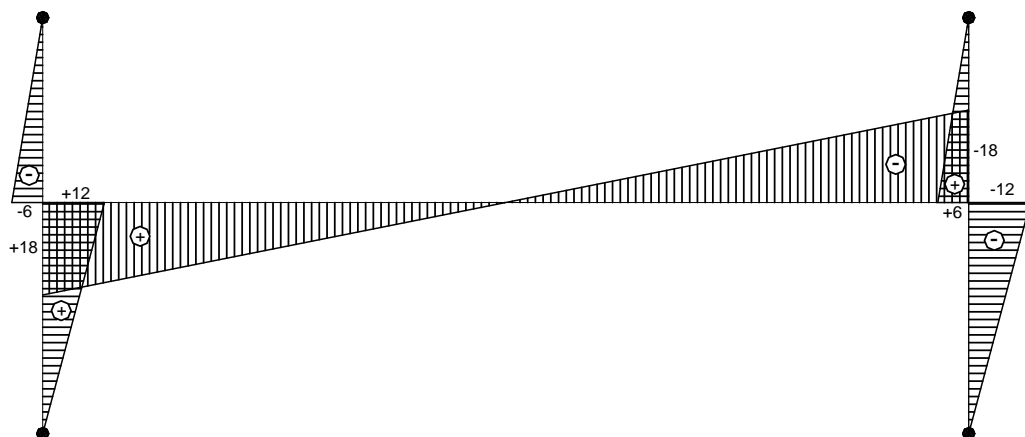
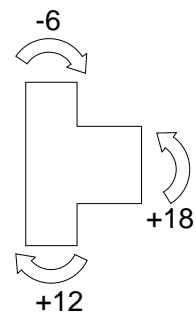


DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES

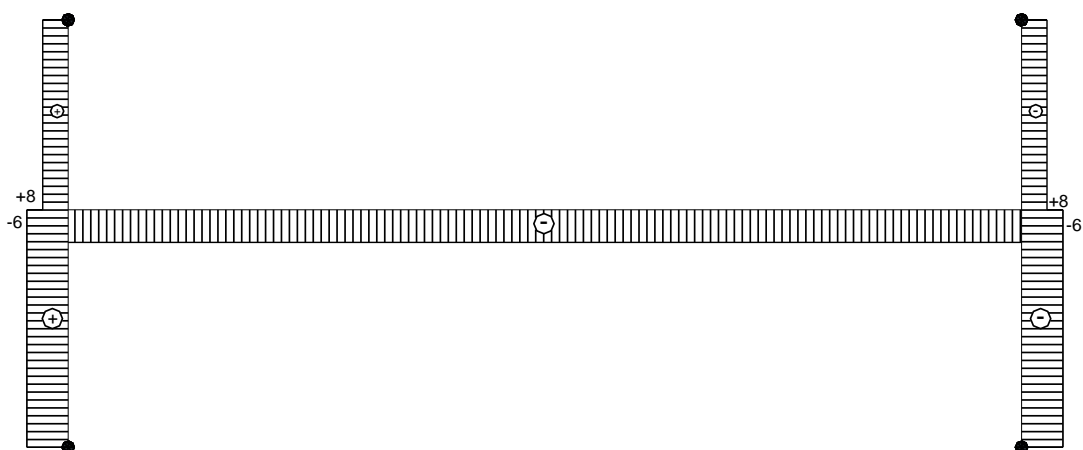


DIAGRAMA DE ESFUERZO DE CORTE

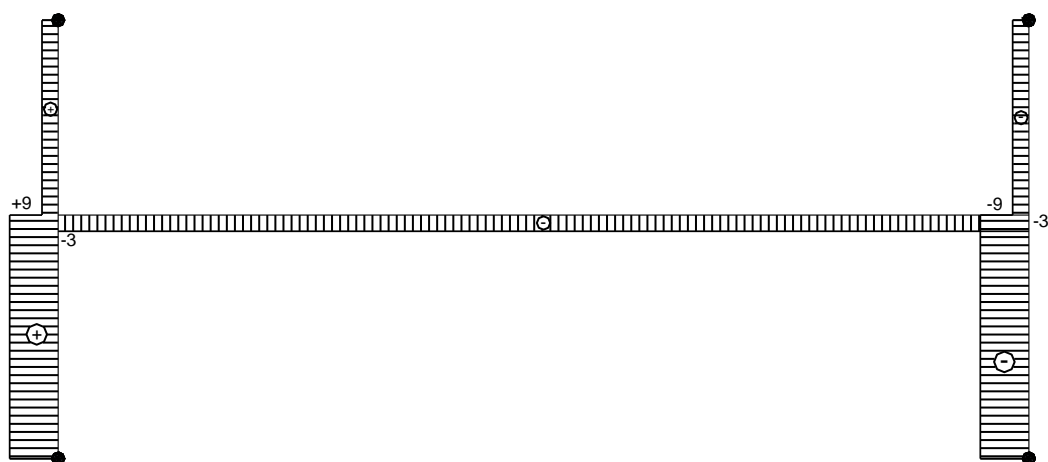
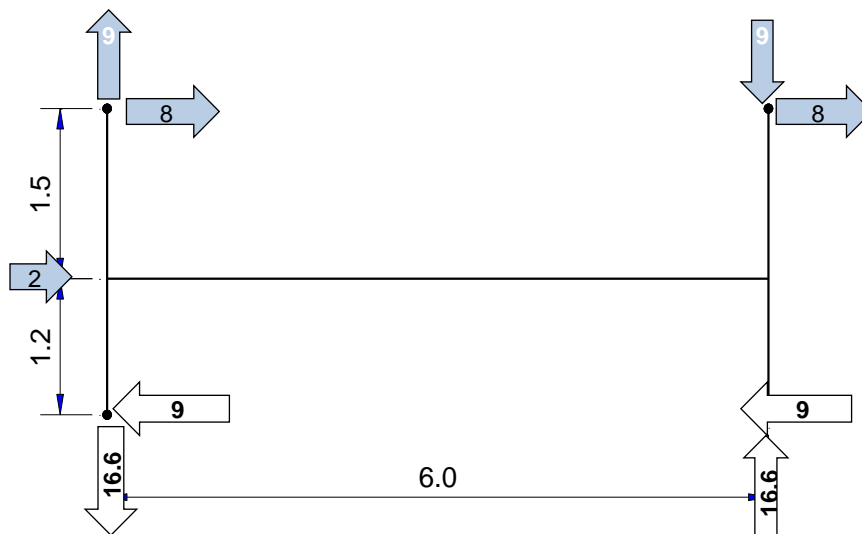


DIAGRAMA DE ESFUERZO NORMAL



Sub-ensamblaje 3



Equilibrio (DCL)

Suma de Fuerzas en x-x = $8t + 8t + 2t - R_{ax} - R_{bx}$

→ $R_{ax} = R_{bx} = 9t$

Suma de $M_{\text{respecto a punto A}} = 2 \cdot (8t \cdot 2,7m) + 2t \cdot 1,2m + 9t \cdot 6m - R_{by} \cdot 6m$

→ $R_{by} = 16.6t$

Suma de Fuerzas en y-y = $9t - 9t - R_{ay} + R_{by}$

→ $R_{ay} = R_{by} = 16.6t$

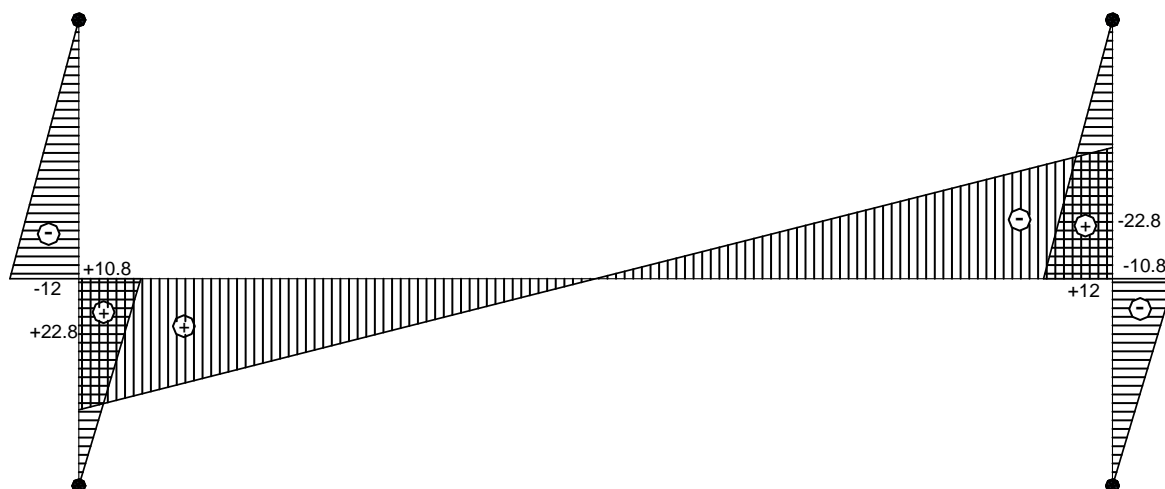
Esfuerzos

Momento Flector (M)

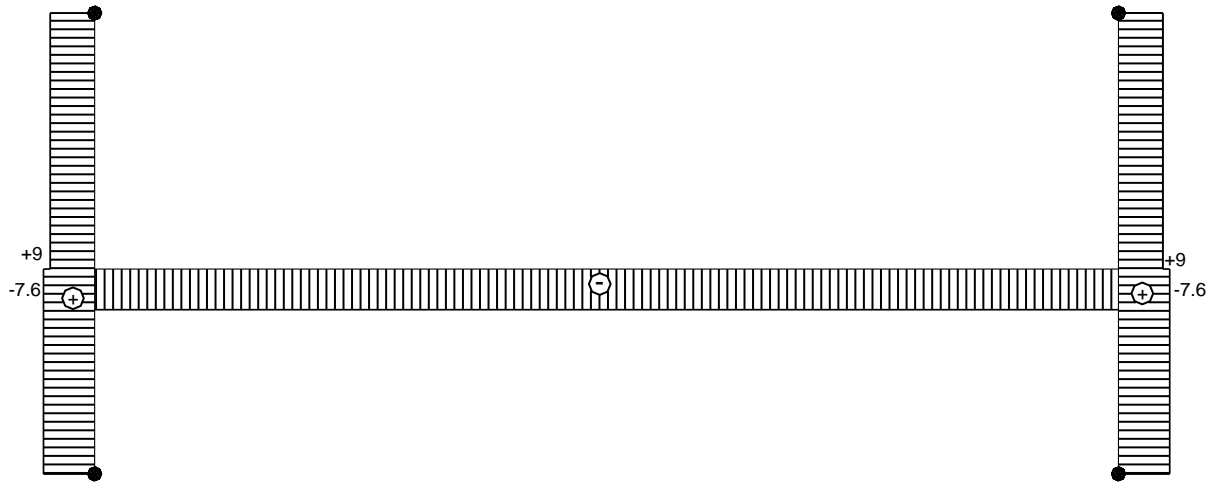
$M_{\text{columna superior}} = 8t \cdot h = 8t \cdot 1.5m = 12 \text{ tm}$

$M_{\text{columna inferior}} = R_{ax} \cdot h = 9t \cdot 1.2m = 10.8 \text{ tm}$

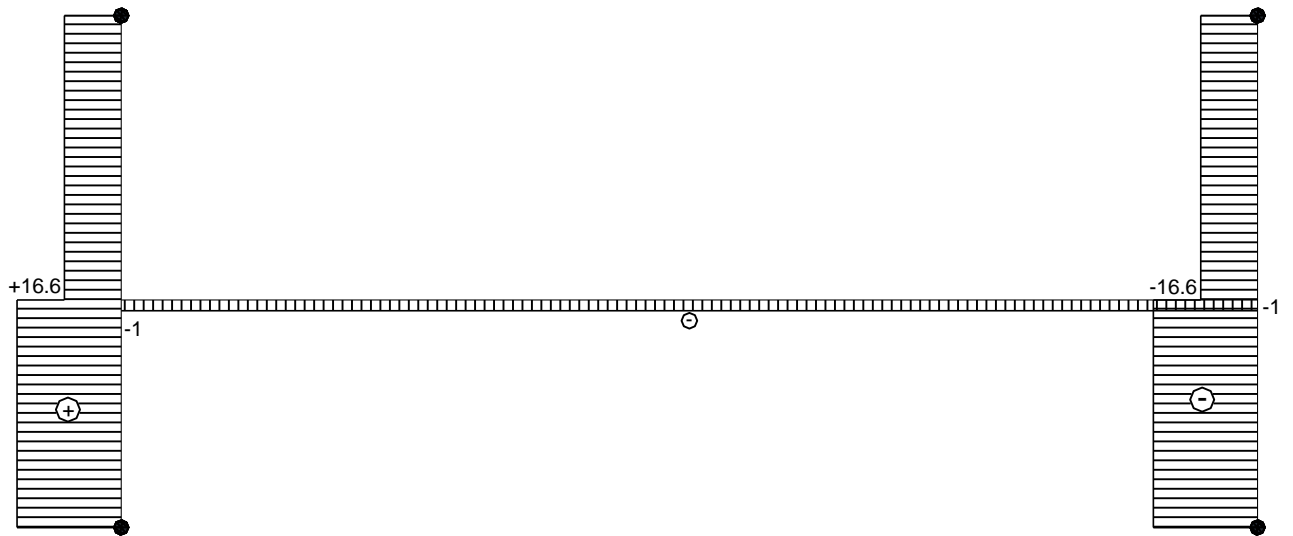
$M_{\text{extremo viga}} = M_{\text{columna superior}} + M_{\text{columna inferior}} = 12\text{tm} + 10.8\text{tm} = 22.8\text{tm}$



Momento Flector (M)

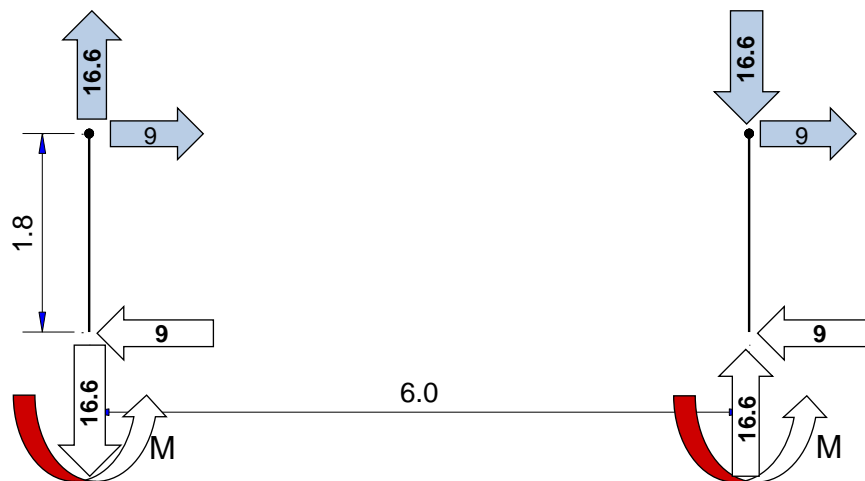


Esfuerzo de Corte (V)



Esfuerzo Normal (N)

Sub-ensamblaje 4



Equilibrio (DCL)



Suma de Fuerzas en x-x = $9t + 9t - R_{ax} - R_{bx}$

Suma de M respecto a punto A = $2.(9t.1,8m) + 2.(M) + 16.6t . 6m - R_{by} . 6m$

Suma de M respecto a punto A = $2.(9t.1,8m) - 2.(16.2tm) + 16.6t . 6m - R_{by} . 6m$

Suma de Fuerzas en y-y = $16.6t - 16.6t - R_{ay} + R_{by}$

→ $R_{ax} = R_{bx} = 9t$

→ $R_{by} = ?$

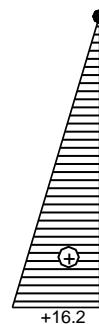
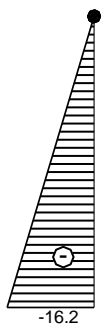
→ $R_{by} = 16.6t$

→ $R_{ay} = R_{by} = 16.6t$

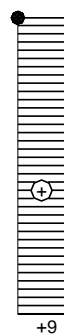
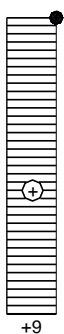
Esfuerzos

Momento Flector (M)

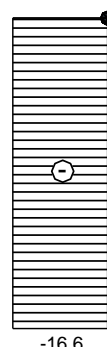
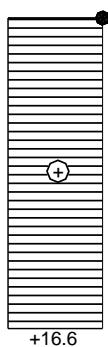
$M_{\text{columna inferior}} = R_{ax} . h = 9t . 1.8m = 16.2 tm$



Momento Flector (M)



Esfuerzo de Corte (V)



Esfuerzo Normal (N)



3. Diagramas Completos

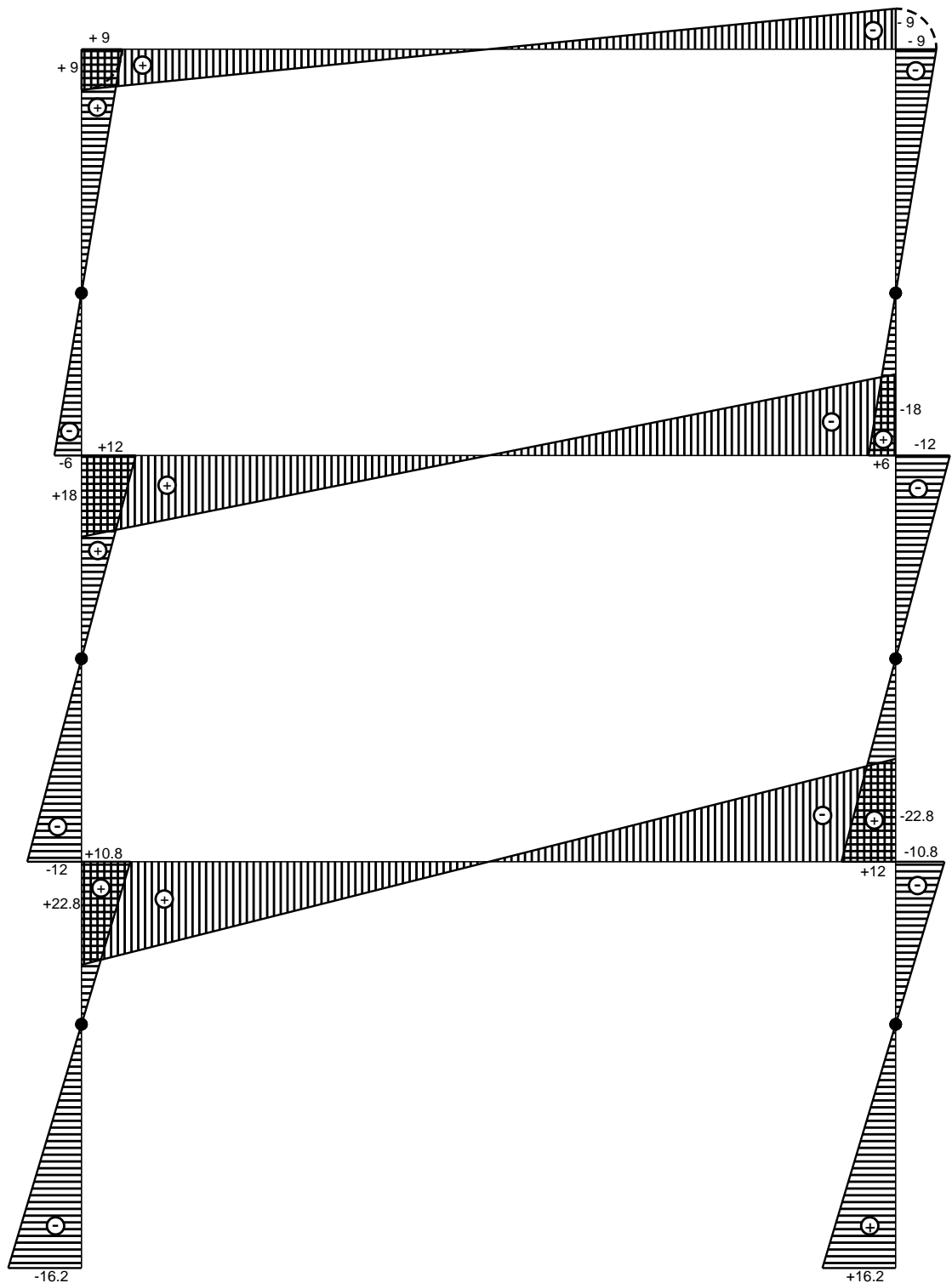


Diagrama de Momento Flector (M)

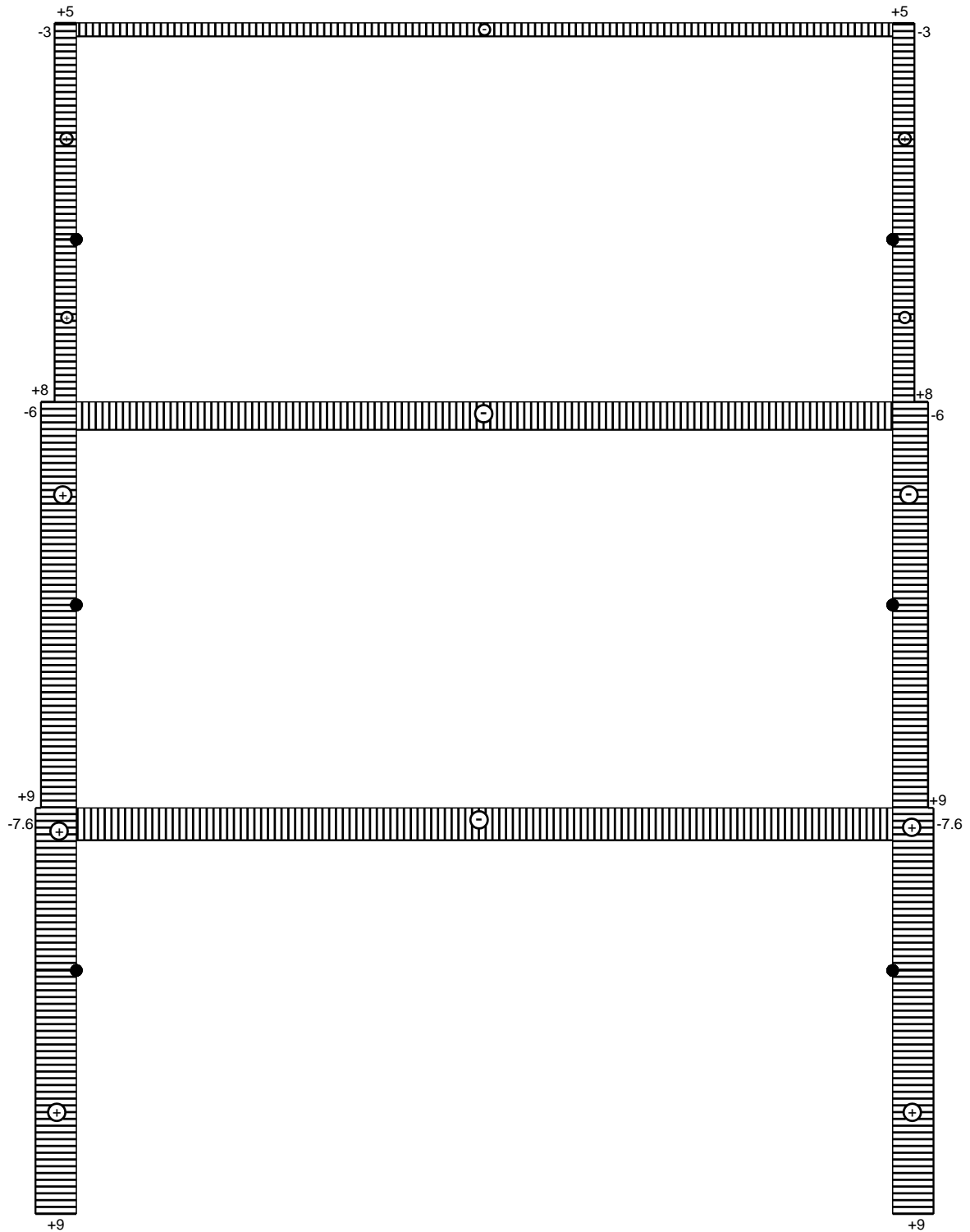


Diagrama de Esfuerzo de Corte (V)

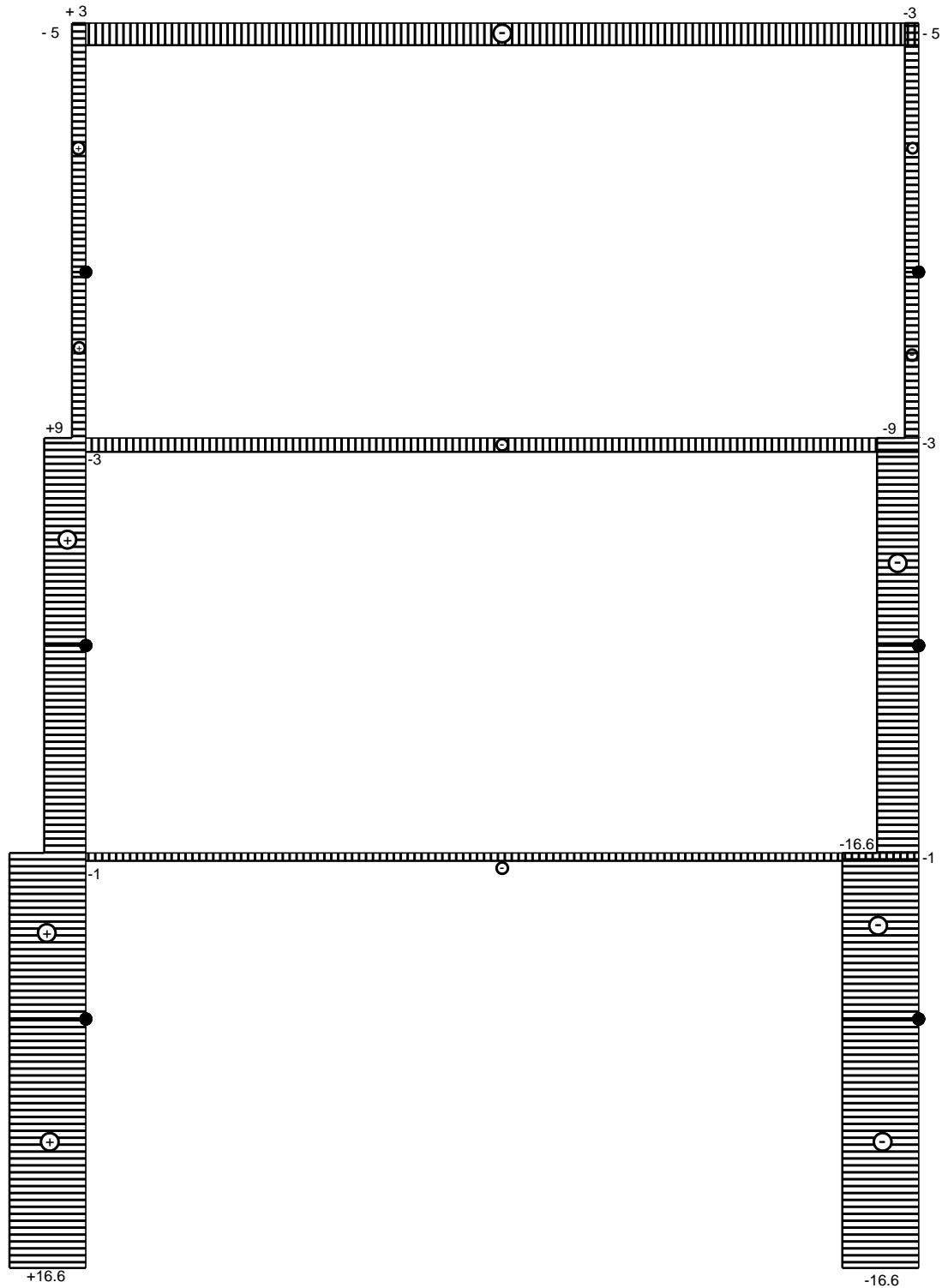
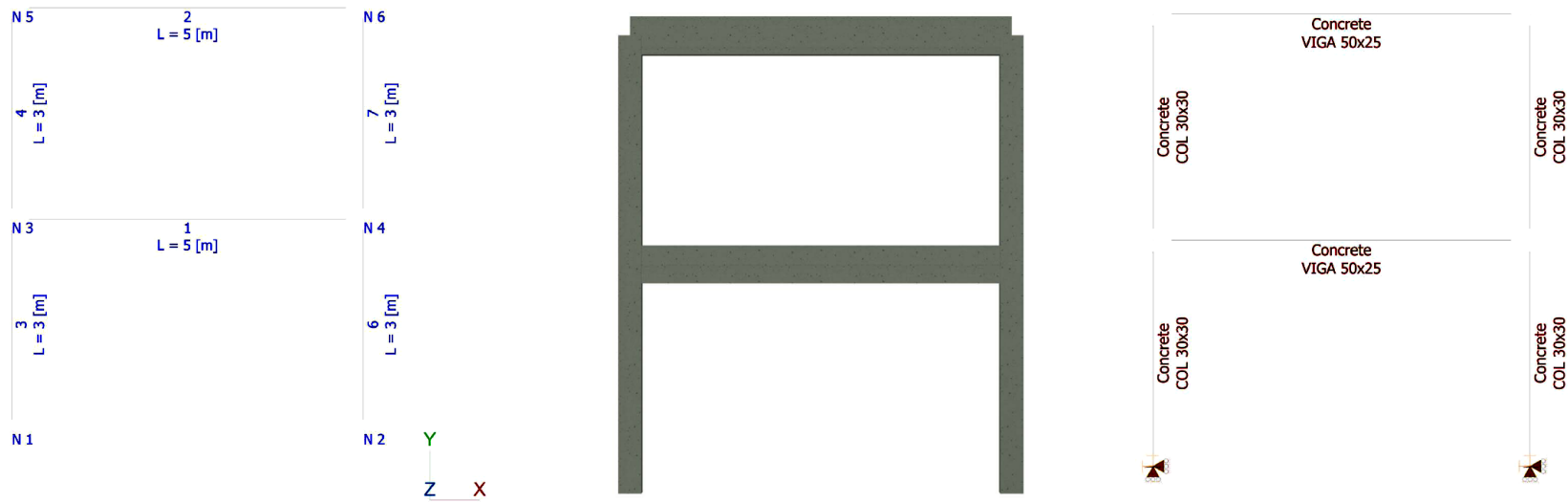
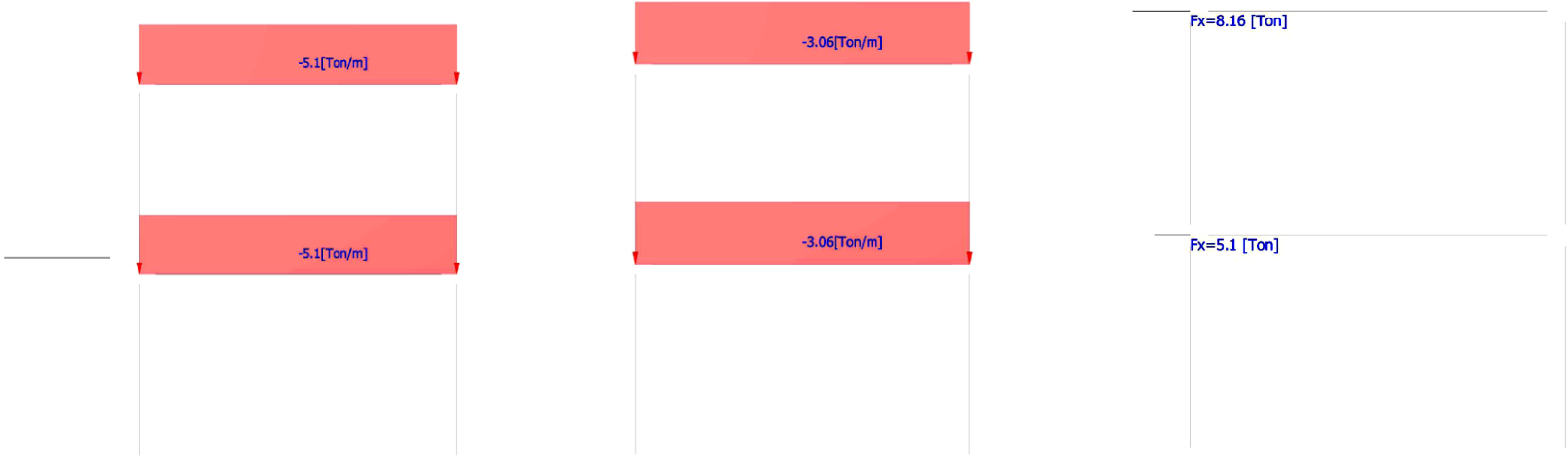


Diagrama de Esfuerzo de Normal (N)

EJERCICIO: RESOLUCIÓN Y DIMENSIONADO DE PÓRTECO APLICANDO FACTORES DE SOBRERRESISTENCIA



GEOMETRIA



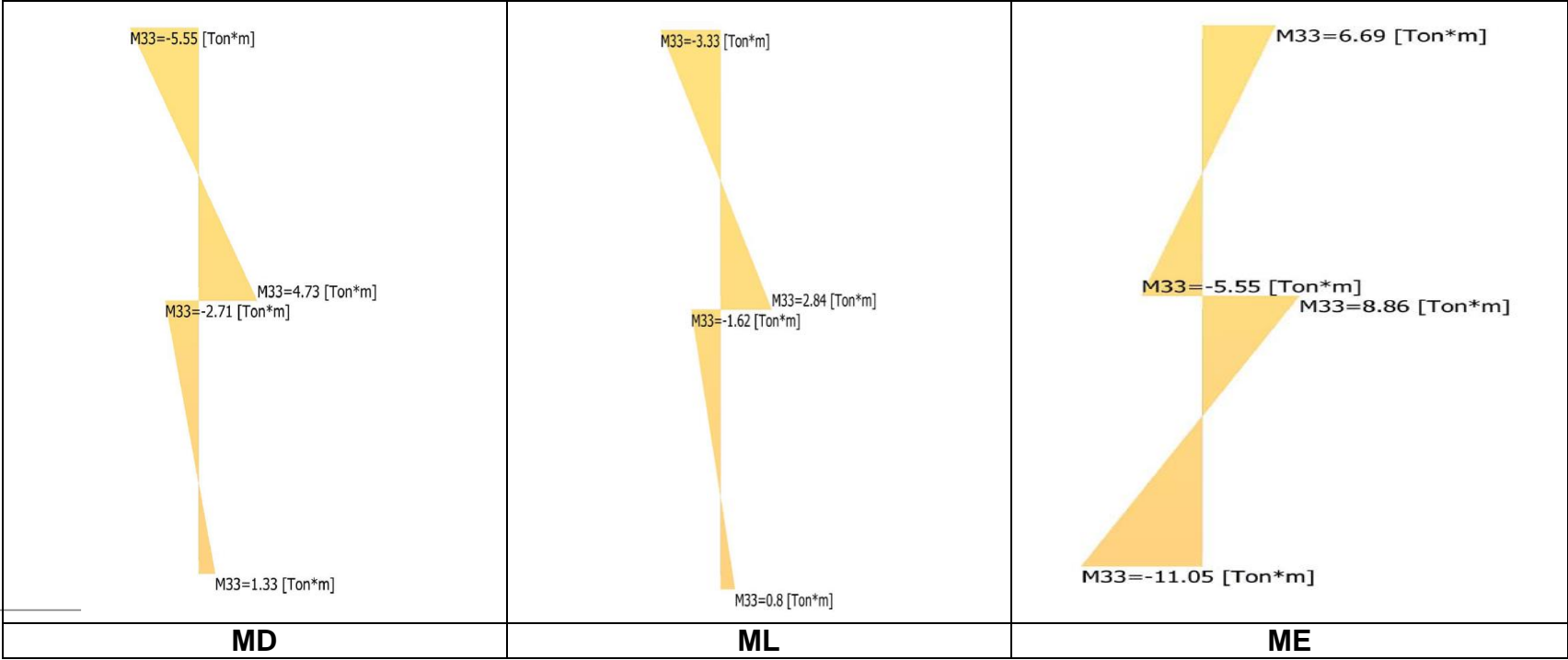
D

L
ACCIONES

E

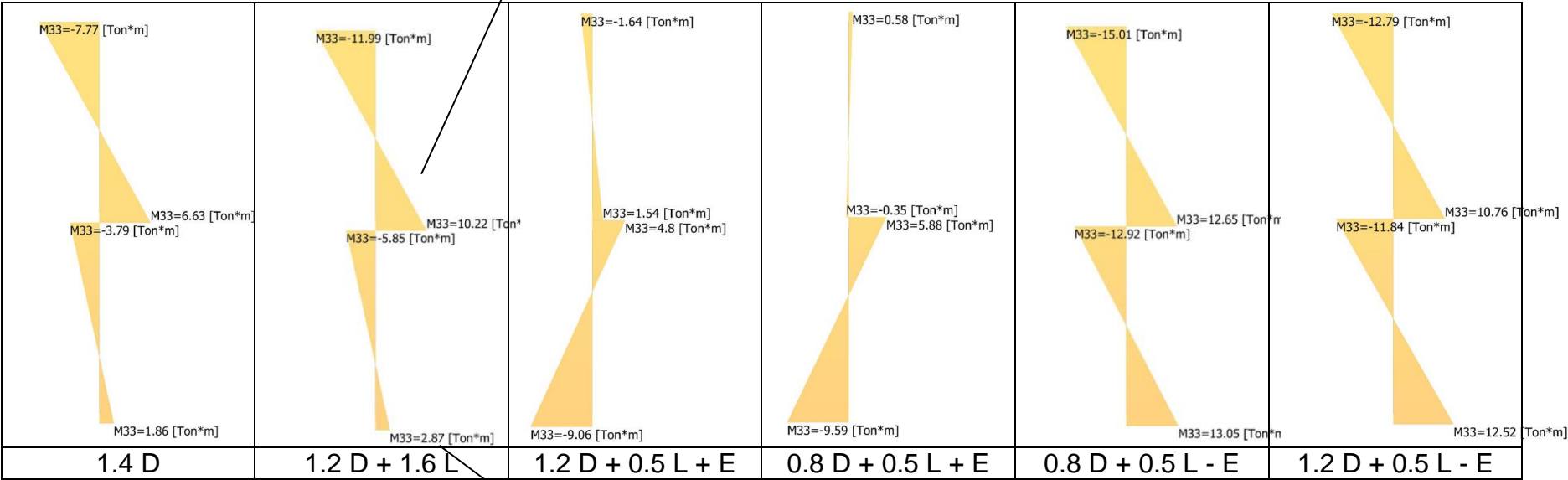
El esfuerzo de corte total en la base de las columnas es = $8.16 + 5.10 = 13.26t$ (ver página 27)
 Este valor se puede usar para predimensionar la geometría de las columnas

DIAGRAMAS DE MOMENTOS SIMPLES



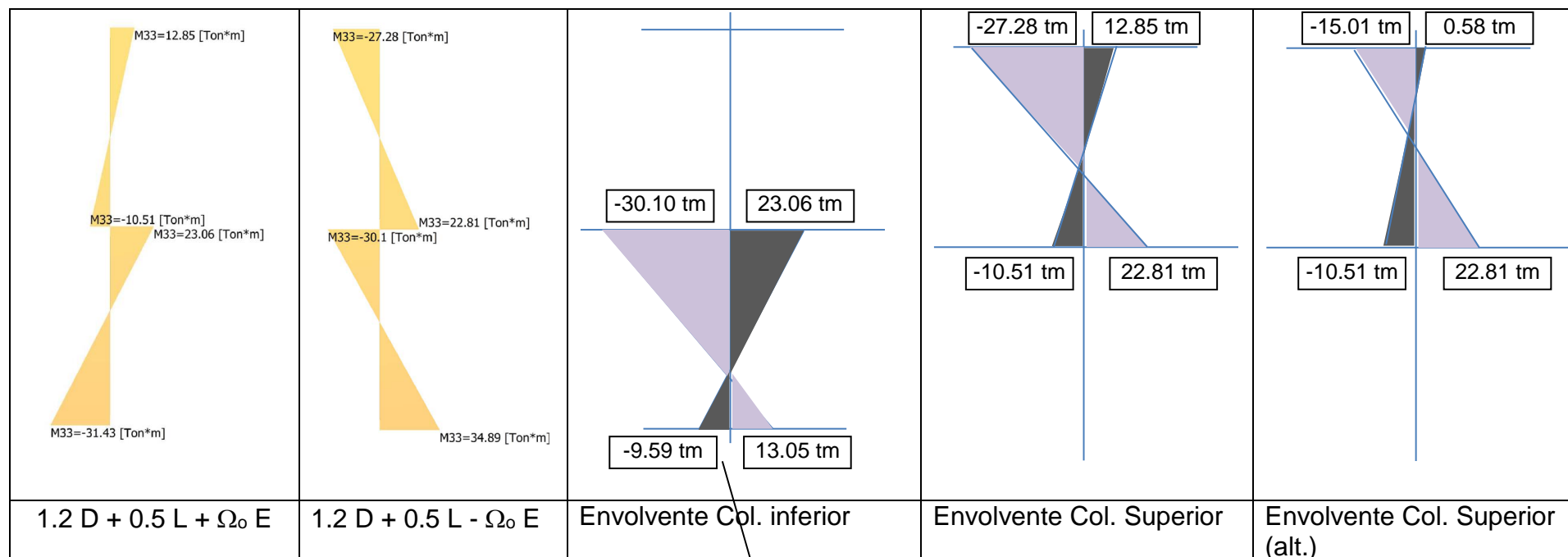
COMBINACIONES

$\mu_u = 10.02\text{tm} = 11.99\text{tm}$
 Es el momento requerido debido a la combinación de acciones gravitatorias solamente. Piso superior

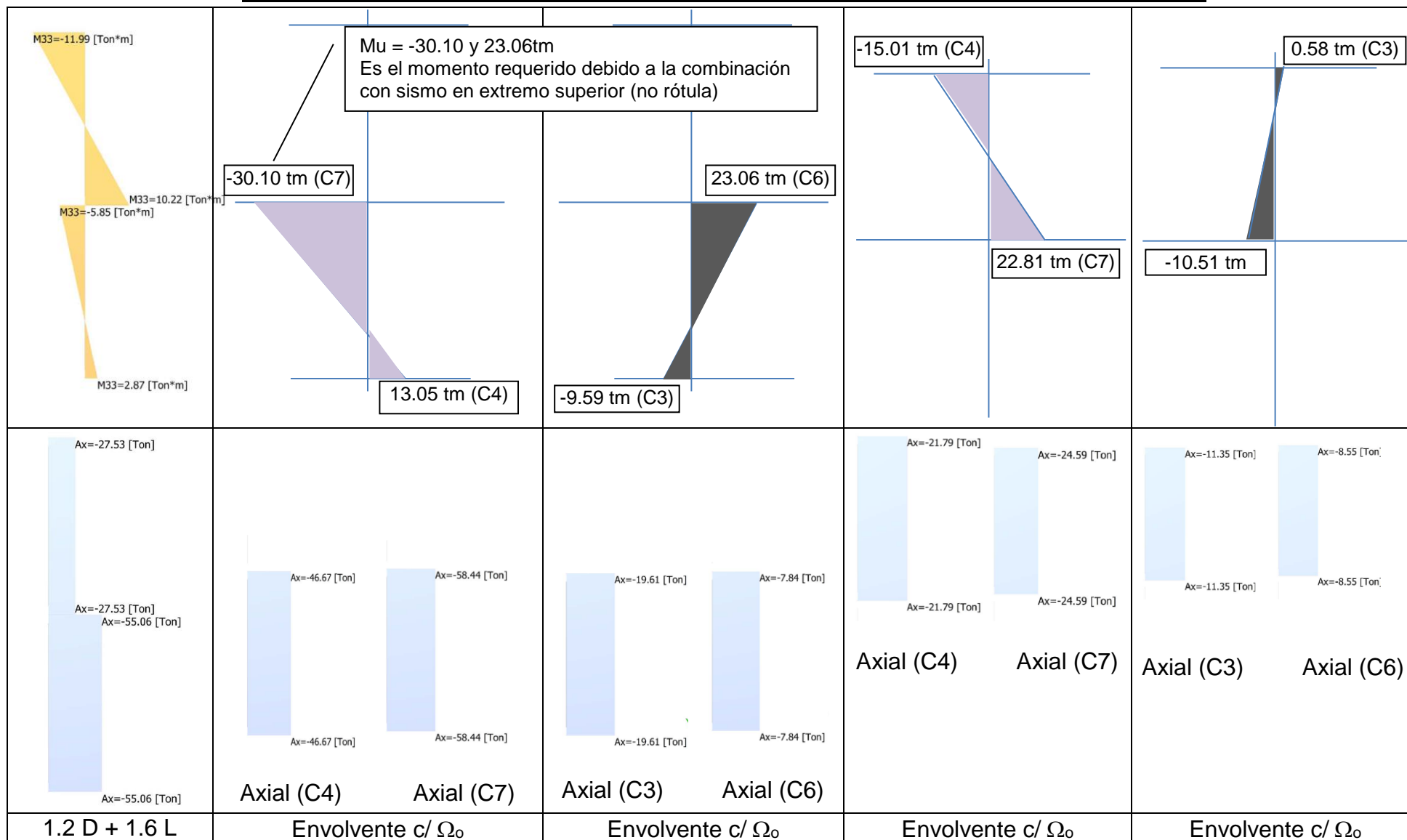


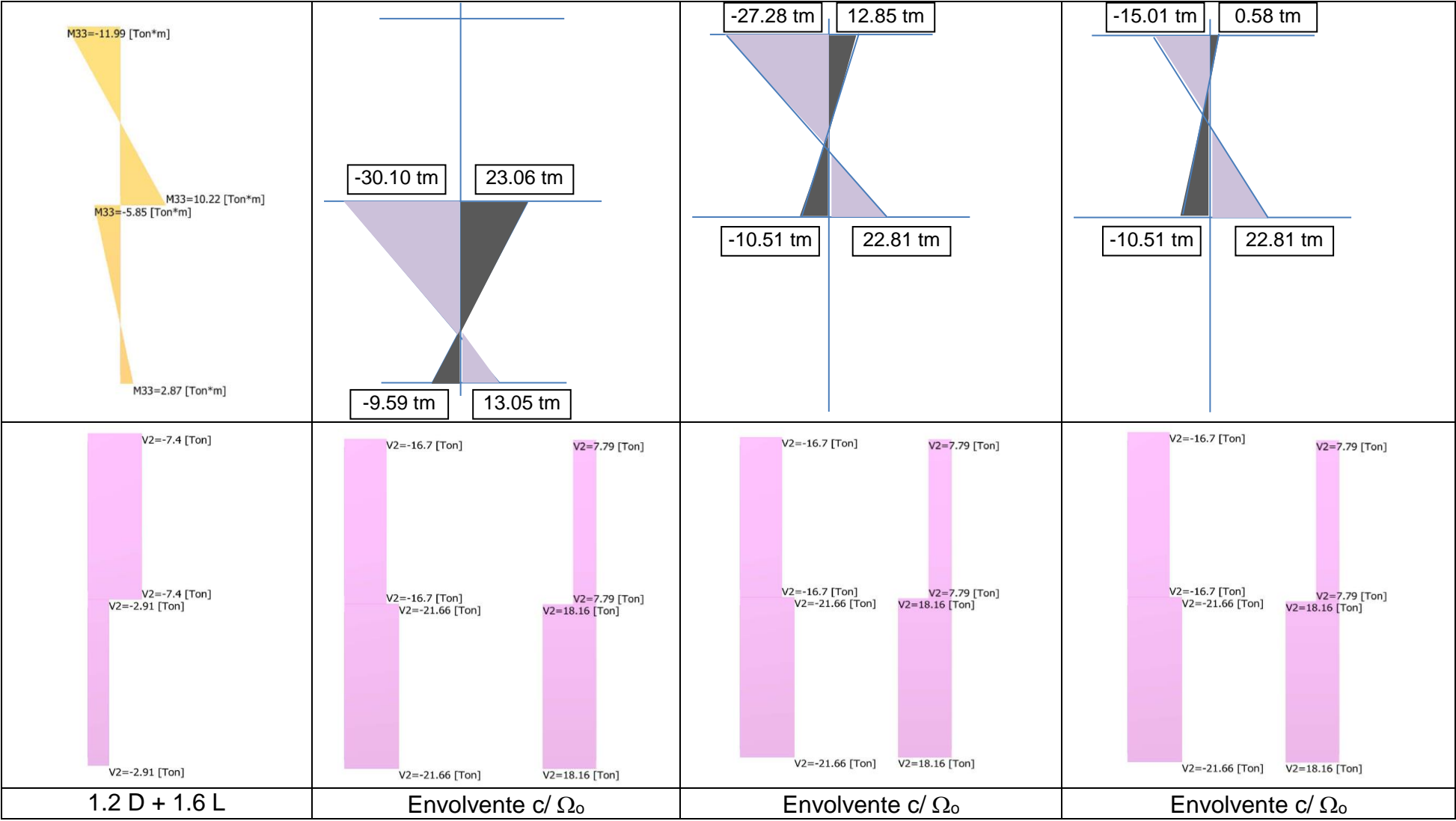
$\mu_u = 2.87\text{tm} = 28.7\text{kNm}$
 Es el momento requerido debido a la combinación de acciones gravitatorias solamente

Para considerar la sobrerresistencia se utiliza el factor Ω_o para proteger las zonas fuera de las rótulas, o bien las fallas que tienen comportamiento frágil (esfuerzo de corte). El factor Ω_o se usa mayorando las solicitaciones indicadas. En este ejemplo se ha utilizado el valor de $\Omega_o = 3.00$



Mu = -9.59 y 13.05tm
 Es el momento requerido debido a la combinación con sismo en extremo inferior (rótula)





Verificación a corte

$V_u = 216.6 \text{ kN}$; τ_u (tensión de corte) = $V_u / (0.80 \cdot b \cdot d) = 216.6 \text{ kN} / (0.8 \cdot 300 \text{ mm} \times 370 \text{ mm}) = 3.34 \text{ MPa} < 0.16 f'_c = 4.0 \text{ MPa} \rightarrow \text{OK}$.

A_s / separación = $V_u / (d \cdot f_y) = 21.66 \text{ t} / (4.2 \text{ t/cm}^2 \cdot 0.27 \text{ m}) = 19.10 \text{ cm}^2/\text{m}$ de altura.

Separación máxima 6 db longitudinal. Si se usan barras de 16mm serán casi 100mm y si se usan de 20mm serán 120mm.

Se usan 2 ramas para $d_b=20 \text{ mm}$. En la altura caben = $100 \text{ cm} / 12 \text{ cm} = 8.33$ capas de estribos (Total = 2 ramas x 8.33 capas = 16.66)

Entonces queda $(19.10 \text{ cm}^2/\text{m}) / 2 \text{ ramas} / 8.33 \text{ capas} = 1.14 \text{ m}^2/\text{cada rama}$.

Se adoptan estribos de dos ramas con $\phi 12 \text{ mm}$ cada 12cm de separación vertical.

DIMENSIONADO DE LA COLUMNA

PISO INFERIOR

H-25	$f'_c =$	25 MPa	$f_y =$	420 MPa
$\gamma =$	0.9	Diagrama II-10		
$b =$	300 mm			
$h =$	300 mm			

Combinación	sección inferior = pie					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	28.7	550.6	1.06	6.12	< 0.01	A
C3	95.9	196.1	3.55	2.18	0.015	B
C4	130.5	466.7	4.83	5.19	0.018	C

Combinación	sección superior = cabeza					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	58.5	550.6	2.17	6.12	< 0.01	D
C6	230.6	78.4	8.54	0.87	0.058	E
C7	301.0	584.4	11.15	6.49	> 0.08	F

PISO SUPERIOR

H-25	$f'_c =$	25 MPa	$f_y =$	420 MPa
$\gamma =$	0.9	Diagrama II-10		
$b =$	300 mm			
$h =$	300 mm			

Combinación	sección inferior = pie					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	102.2	275.3	3.79	3.06	0.020	A
C4	150.1	217.9	5.56	2.42	0.033	B
C7	228.1	245.9	8.45	2.73	0.060	C

Combinación	sección superior = cabeza					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	119.9	275.3	4.44	3.06	0.024	D
C3	5.8	113.5	0.21	1.26	< 0.01	E
C6	105.1	85.5	3.89	0.95	0.025	F

En ambos casos las cuantías son elevadas (8% y 6%), lo que indica que es insuficiente la cantidad de hormigón.

Si se hubiera determinado el área de estructura necesaria para columnas debiera haber sido →

Área necesaria = $13.26 \text{ t} / 65 \text{ t/m}^2 = 0.204 \text{ m}^2$. Corresponden 2 columnas de 300 x 340 mm, o bien 250 x 410 mm. Se redimensiona adoptando columnas de 250 x 450 mm. Se mantienen las solicitaciones ya determinadas. Los estribos no se han recalculado

PISO INFERIOR

H-25 $f'_c = 25 \text{ MPa}$ $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0.9$ Diagrama II-10
 $b = 250 \text{ mm}$
 $h = 450 \text{ mm}$

Combinación	sección inferior = pie					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	28.7	550.6	0.57	4.89	< 0.01	A
C3	95.9	196.1	1.89	1.74	< 0.01	B
C4	130.5	466.7	2.58	4.15	< 0.01	C

Combinación	sección superior = cabeza					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	58.5	550.6	1.16	4.89	< 0.01	D
C6	230.6	78.4	4.56	0.70	0.028	E
C7	301.0	584.4	5.95	5.19	0.04	F

As pie = $25 \times 45 \times 0.01 = 11.25 \text{ cm}^2$

As cabeza = $25 \times 45 \times 0.04 = 45.00 \text{ cm}^2$

PISO SUPERIOR

H-25 $f'_c = 25 \text{ MPa}$ $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0.9$ Diagrama II-10
 $b = 250 \text{ mm}$
 $h = 450 \text{ mm}$

Combinación	sección inferior = pie					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	102.2	275.3	2.02	2.45	0.010	A
C4	150.1	217.9	2.96	1.94	0.015	B
C7	228.1	245.9	4.51	2.19	0.025	C

Combinación	sección superior = cabeza					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	119.9	275.3	2.37	2.45	0.01	D
C3	5.8	113.5	0.11	1.01	< 0.01	E
C6	105.1	85.5	2.08	0.76	0.012	F

As pie = $25 \times 45 \times 0.025 = 28.12 \text{ cm}^2$

As cabeza = $25 \times 45 \times 0.012 = 13.50 \text{ cm}^2$

Detalles de armado

Piso superior → Cabeza 8 ϕ 16. Pie 8 ϕ 16 + 4 ϕ 20. Estribos 2 ramas ϕ 8 cada 12 cm.

Piso superior → Cabeza 14 ϕ 20. Pie 14 ϕ 12 + 4 ϕ 20. Estribos 2 ramas ϕ 12 cada 12 cm.