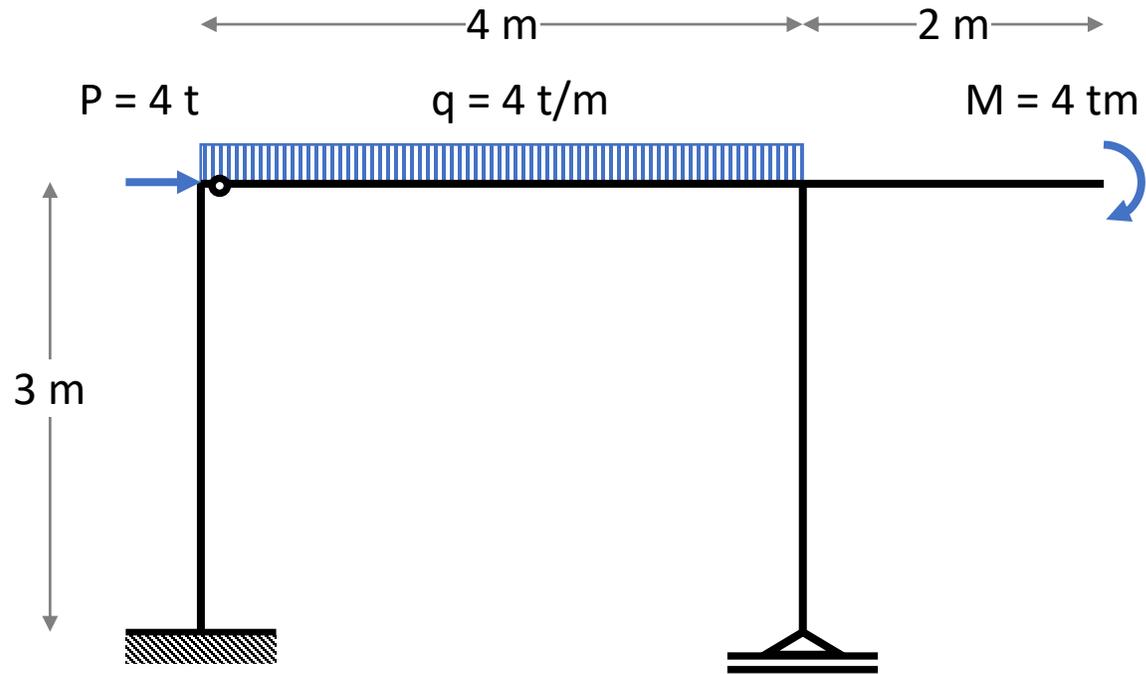


Estructuras Isostáticas

Ejercicios de Repaso

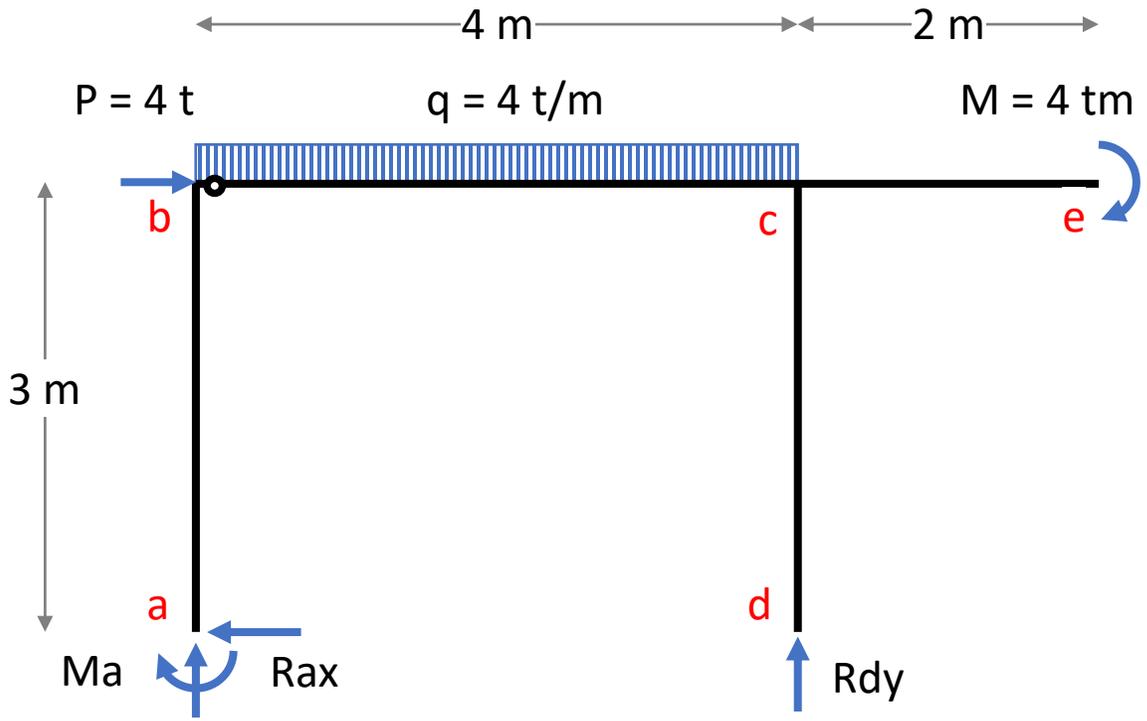
Ing. Tomás Schnetzer Drago

Ejercicio 1: Pórtico isostático articulado



Determinar:

- Reacciones de vínculo
- Diagramas de esfuerzos característicos, M , V y N
- Equilibrio de nudos
- Elástica de deformación



Empotramiento
(2 fuerzas y 1 momento)

Apoyo simple
(1 fuerza)

Paso 1: Identificación de nodos

Paso 2: Diagrama de cuerpo libre

Paso 3: Determinación de reacciones de vínculo

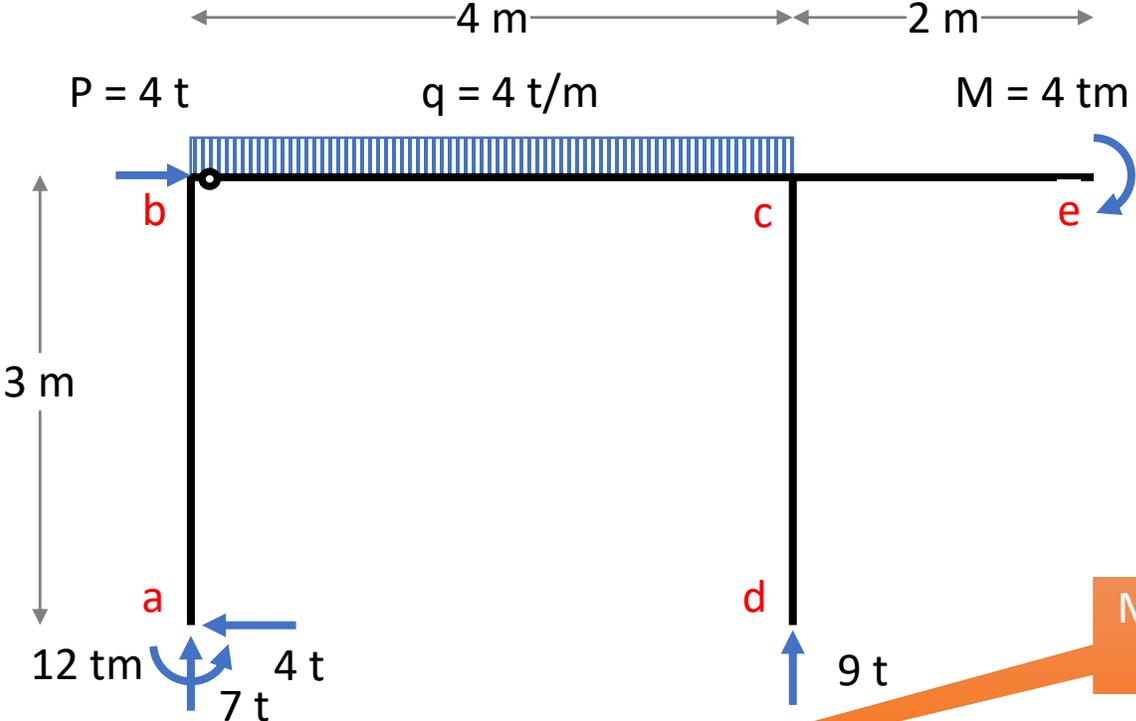
$$\Sigma M_{b,vig} = 4t/m \cdot 4m \cdot 4m/2 + 4tm - Rdy \cdot 4m = 0 \Rightarrow \underline{Rdy = 9 t}$$

$$\Sigma F_y = 9t - 4t/m \cdot 4m + Ray = 0 \Rightarrow \underline{Ray = 7 t}$$

$$\Sigma F_x = 4t - Rax = 0 \Rightarrow \underline{Rax = 4 t}$$

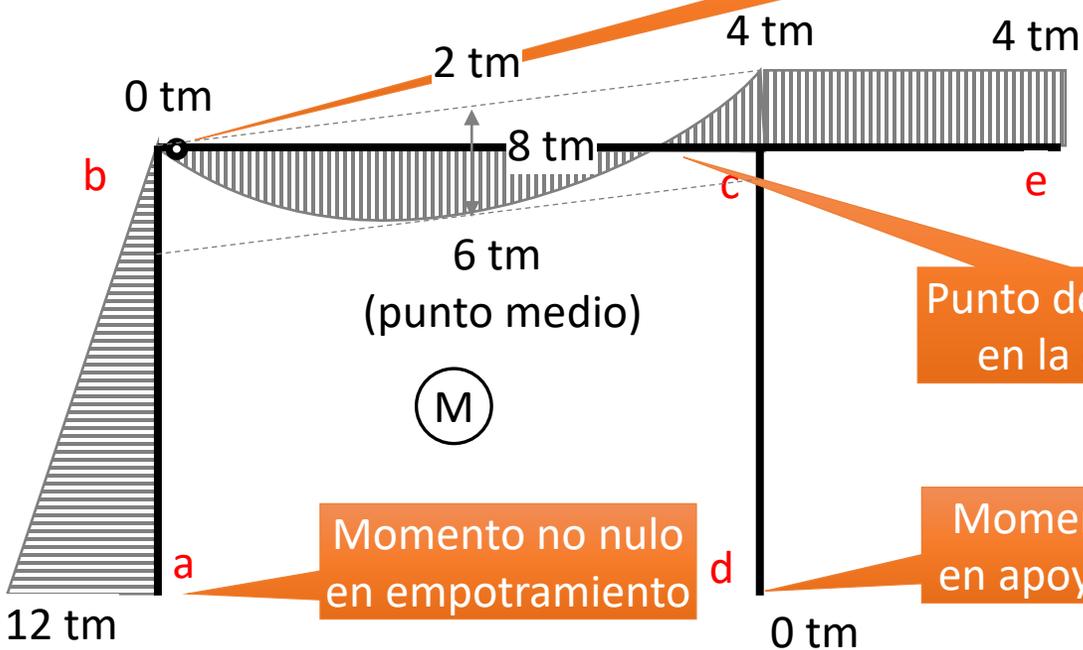
$$\Sigma M_{b,col} = 4t \cdot 3m + Ma = 0 \Rightarrow \underline{Ma = -12 tm}$$

Paso 4.1: Diagrama de momento flector, M



Colocar valores y unidades en todos los puntos característicos de los diagramas de esfuerzos

Momento nulo en articulación

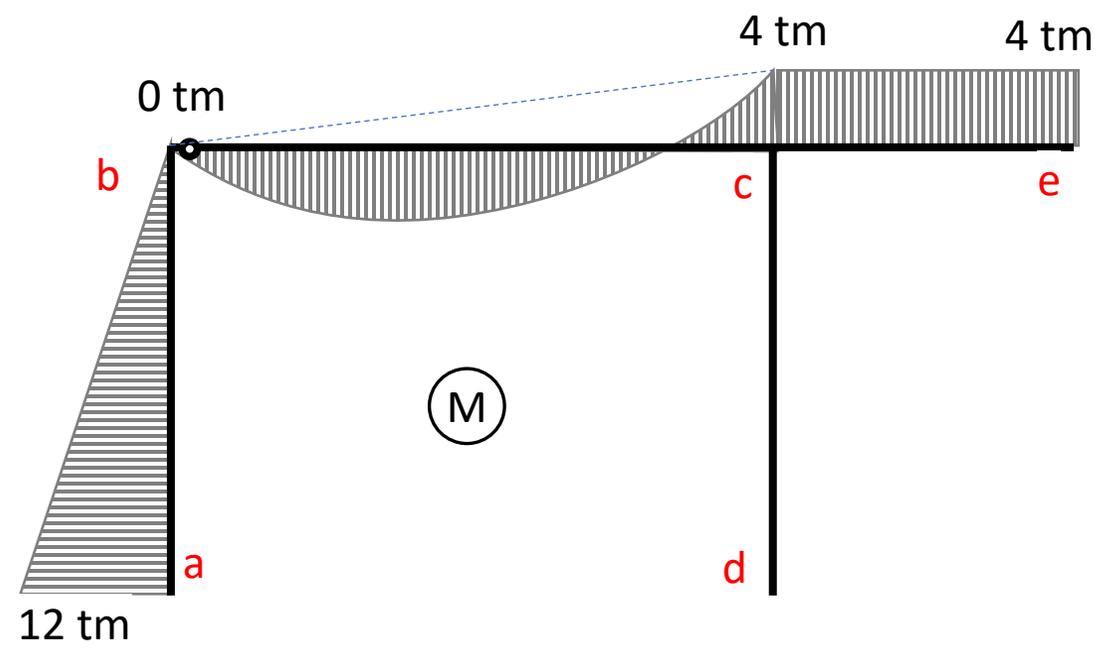
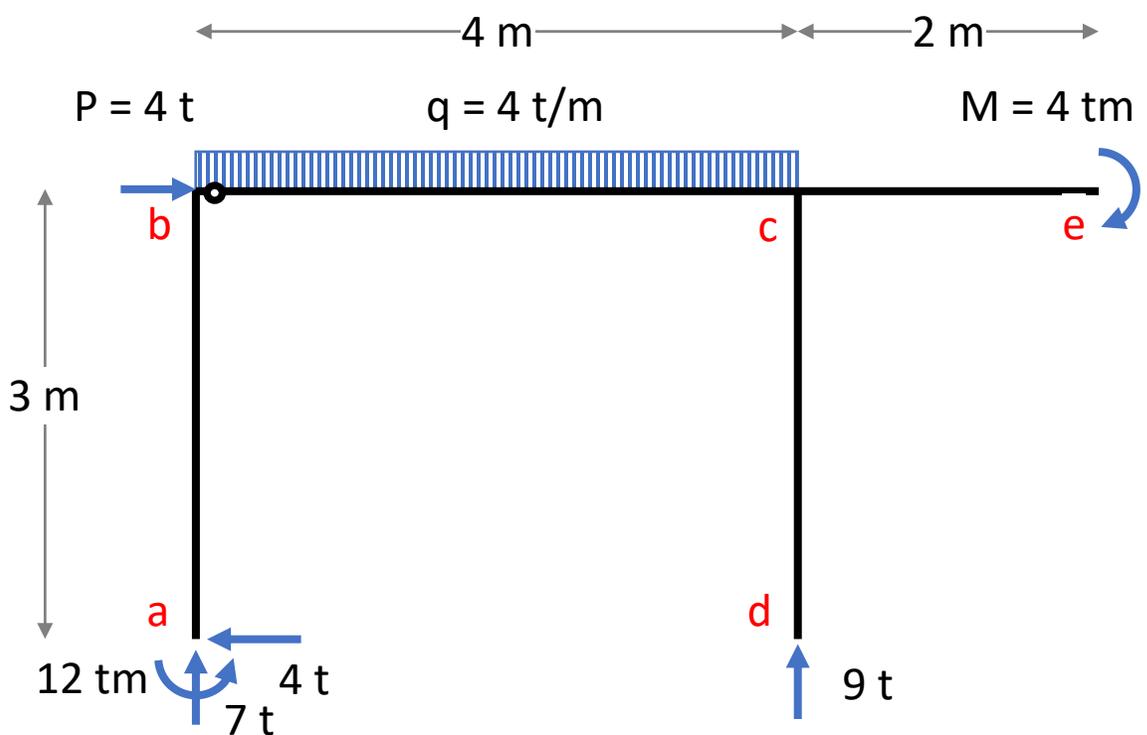


Convención:
Diagrama de momentos dibujado sobre lado de la fibra traccionada

Punto de inflexión en la elástica

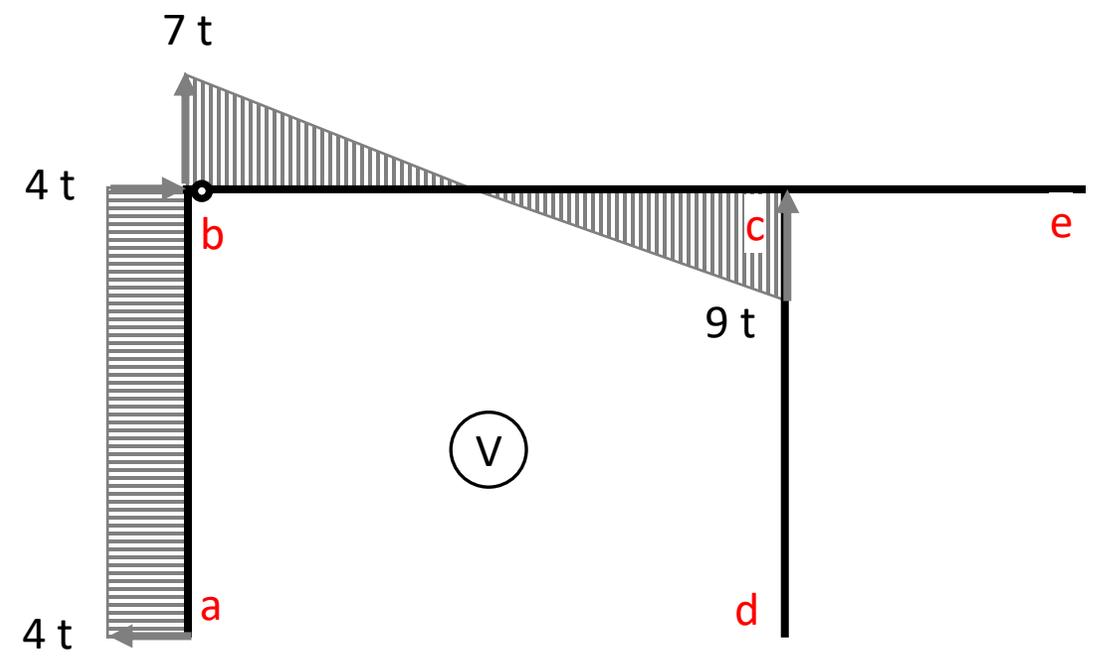
Momento no nulo en empotramiento

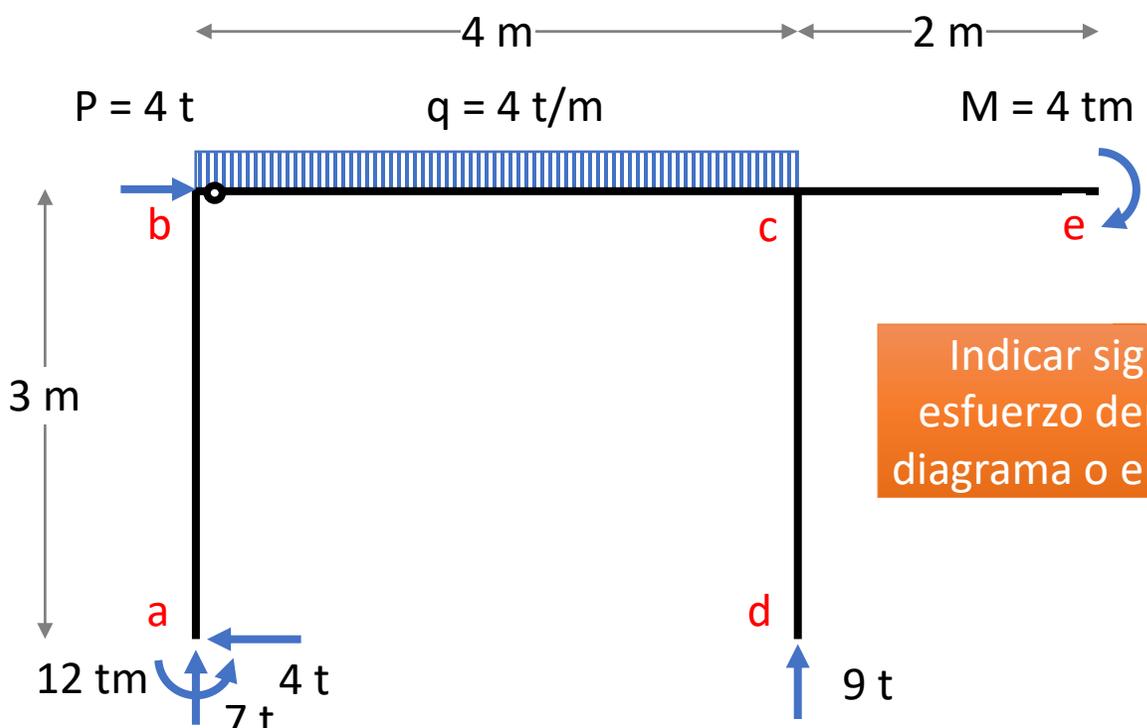
Momento nulo en apoyo simple



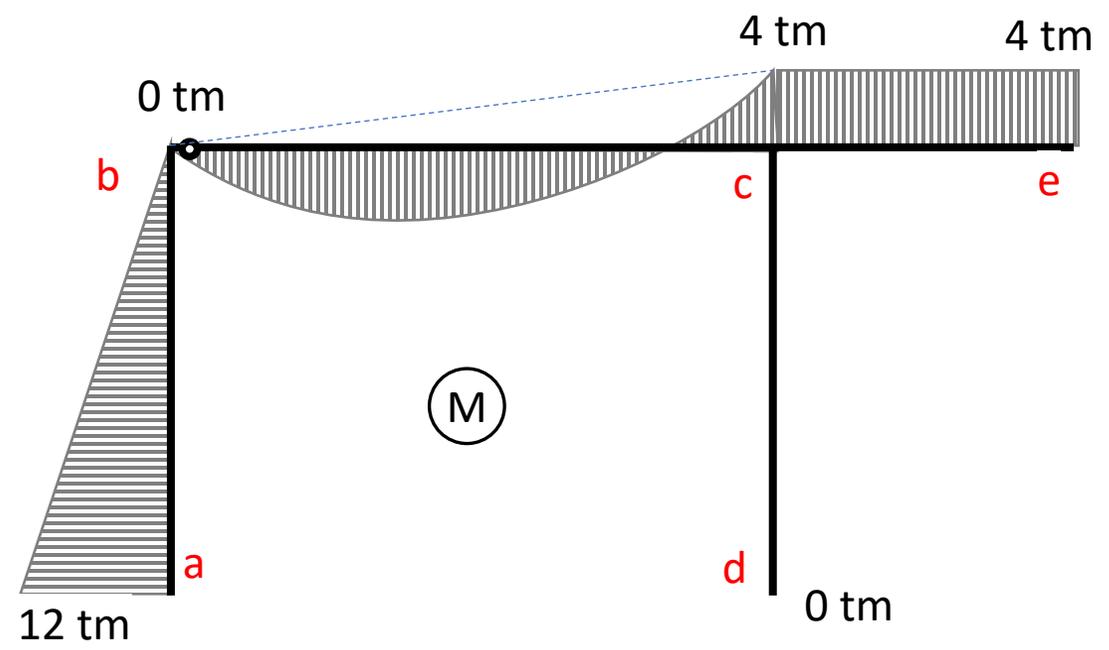
Paso 4.2: Diagrama de esfuerzos de corte, V

Relación entre corte y momento:
 $V = dM/dx$

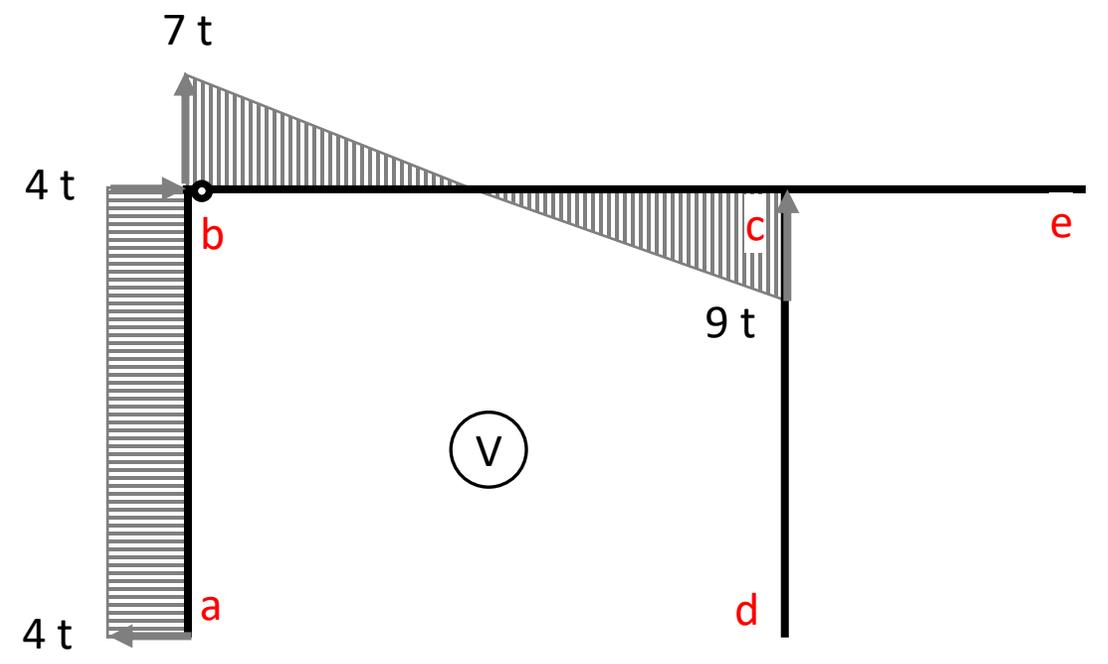
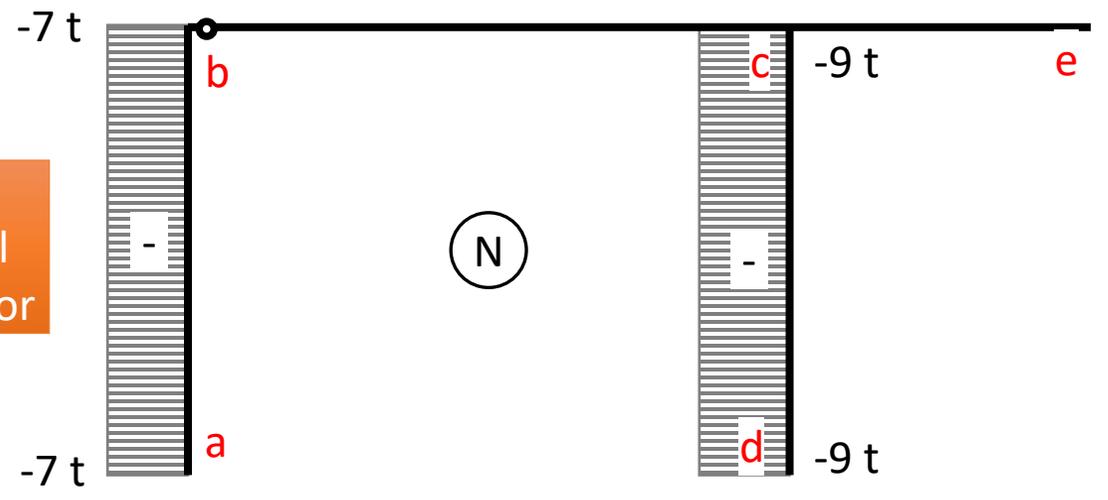




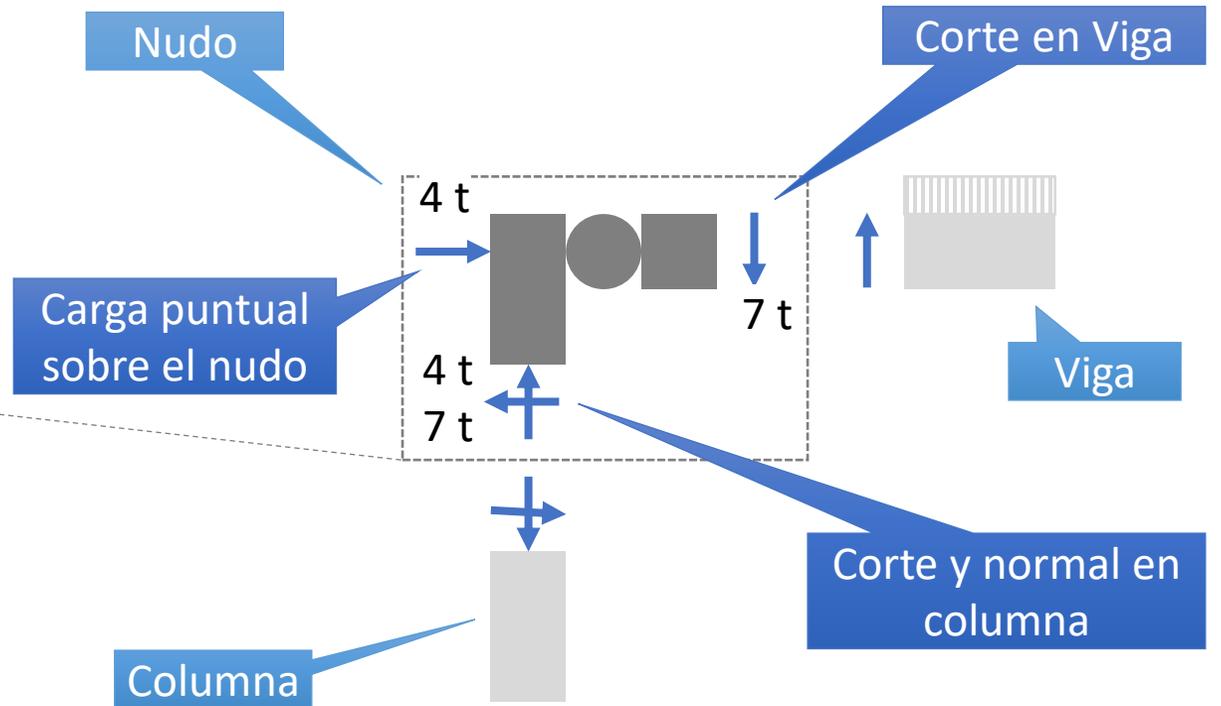
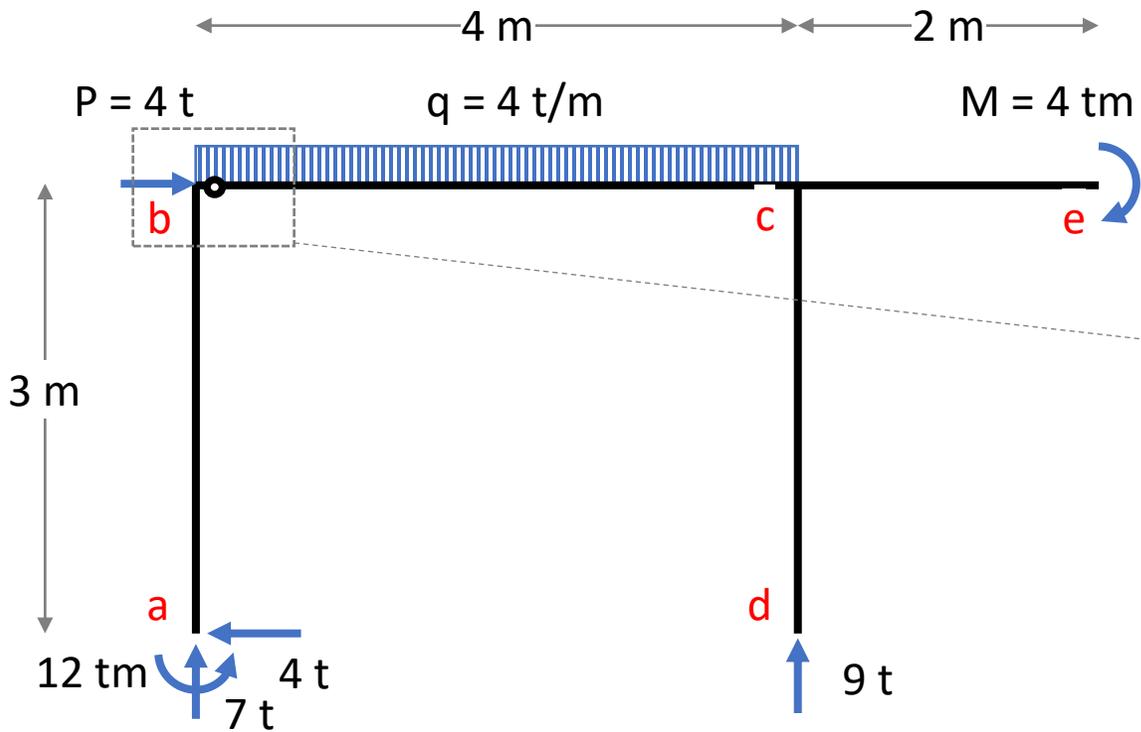
Indicar signo del esfuerzo dentro del diagrama o en el valor



Paso 4.3: Diagrama de esfuerzos normales, N



Paso 5.1: Equilibrio de nudo B



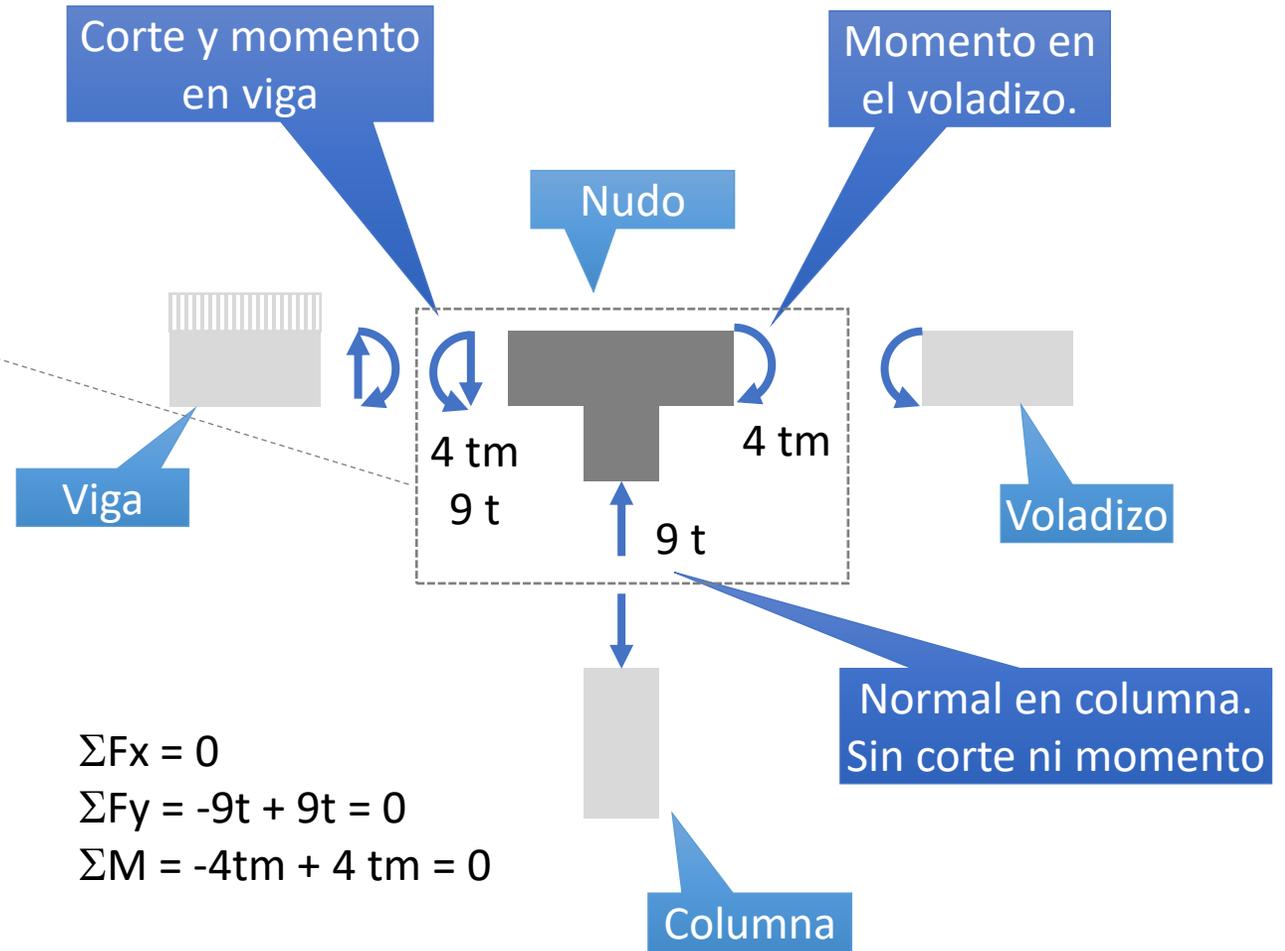
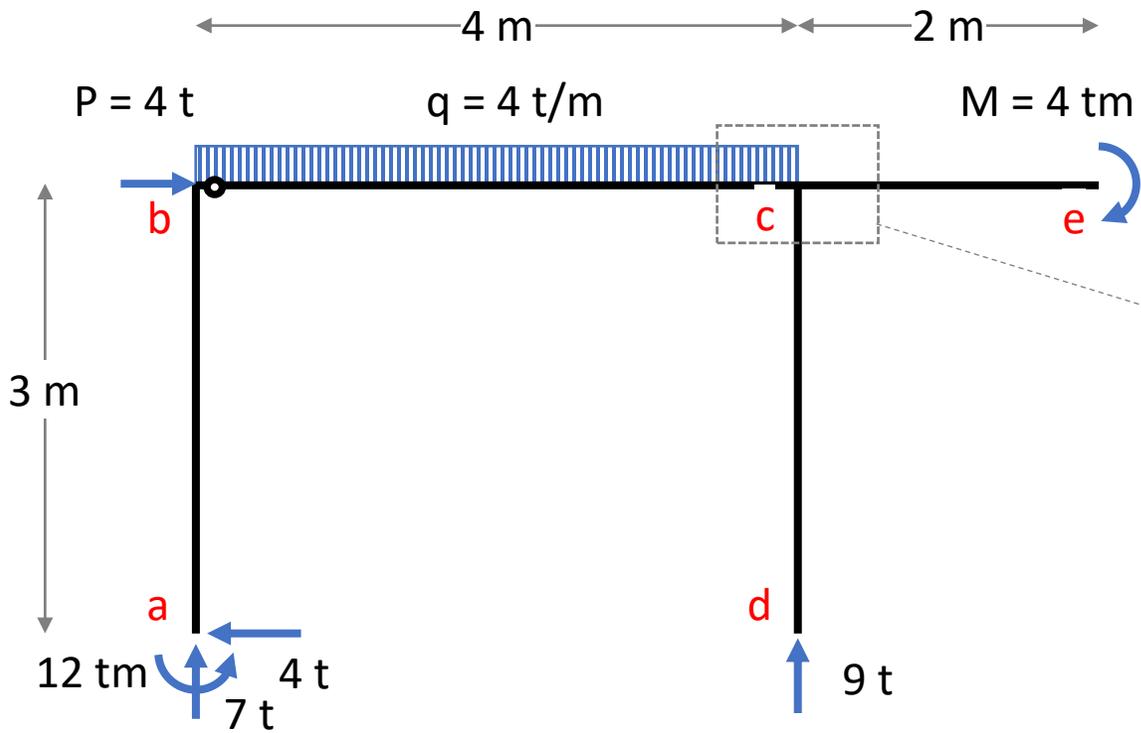
$$\sum F_x = 4\text{ t} - 4\text{ t} = 0$$

$$\sum F_y = 7\text{ t} - 7\text{ t} = 0$$

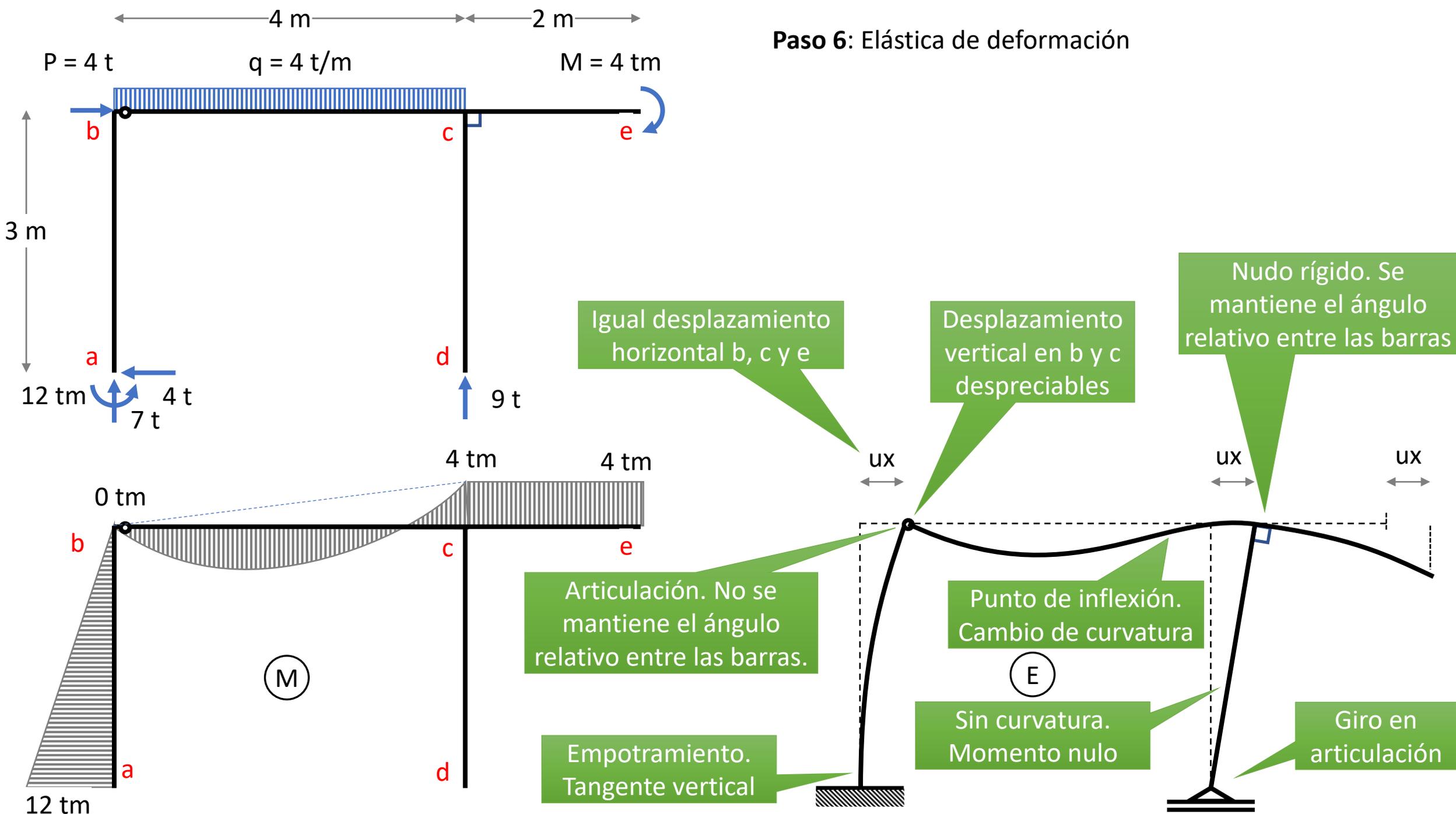
$$\sum M = 0$$

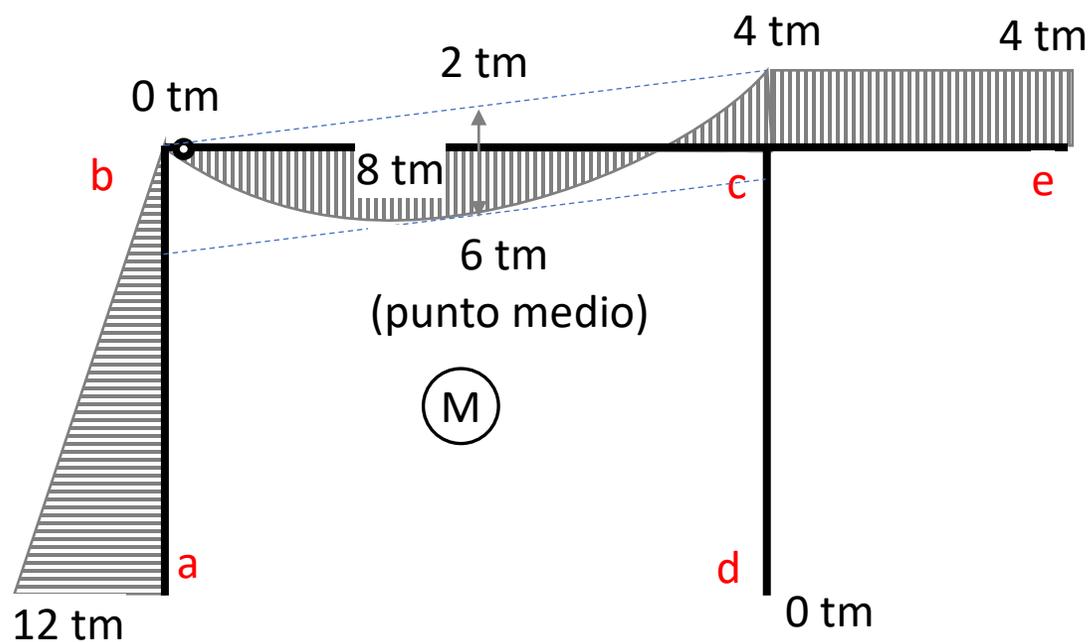
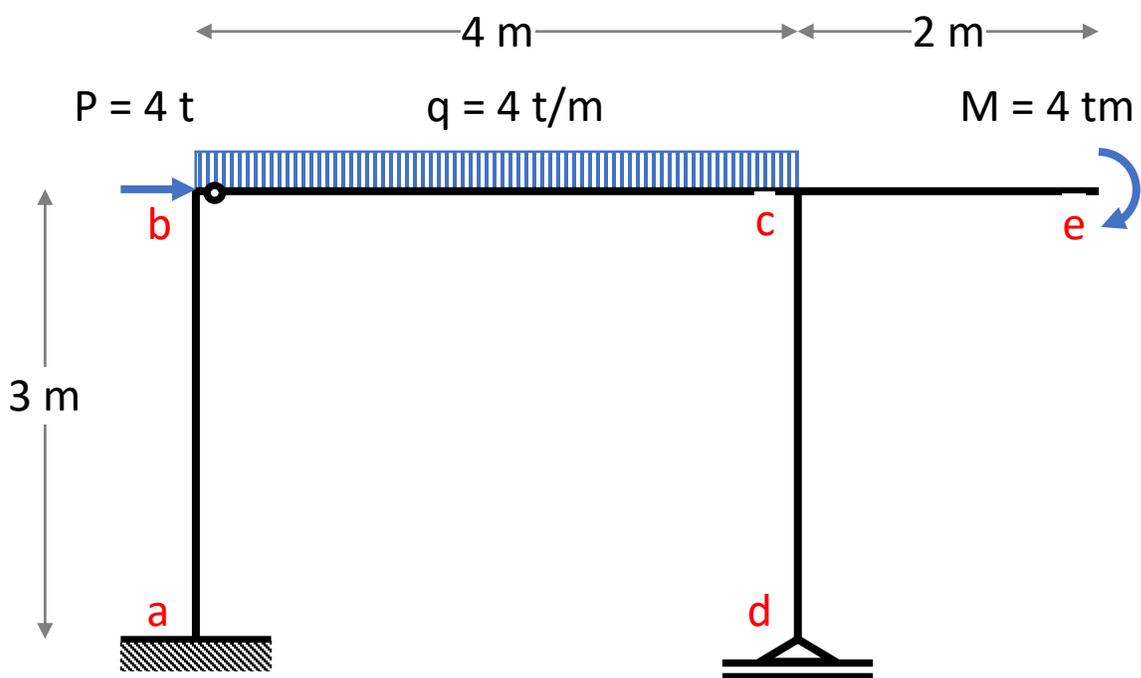
Notar que en el equilibrio del nudo participan tanto los esfuerzos internos como las cargas externas aplicadas sobre el mismo.

Paso 5.2: Equilibrio de nudo C



Paso 6: Elástica de deformación

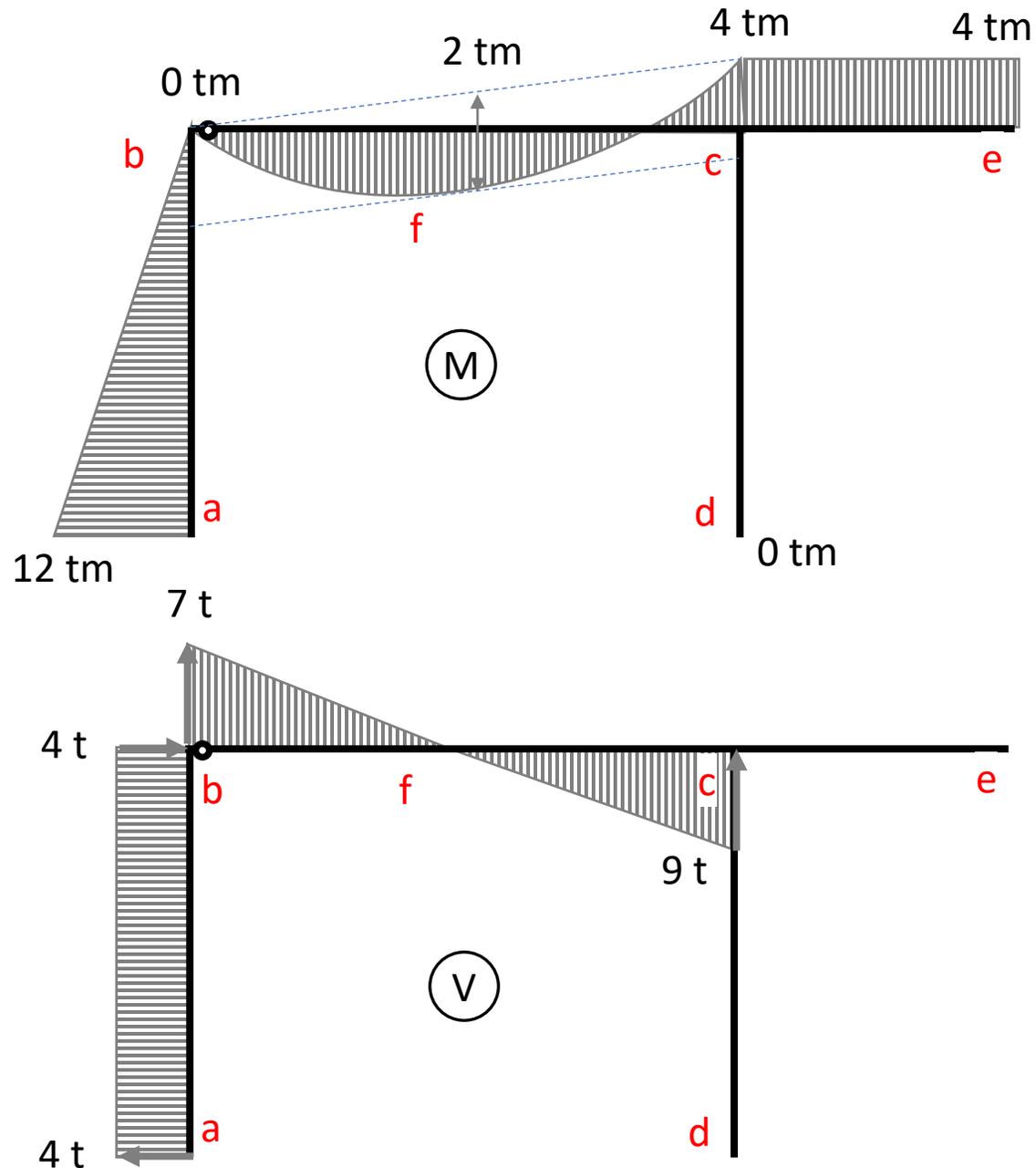




Cálculo “Rápido” del Diagrama de Momento

- 1 - Notar que en el punto **b** hay una articulación y por lo tanto el valor del diagrama de momento en ese punto debe ser cero.
- 2 – En el extremo del voladizo, punto **e**, existe un momento aplicado que tracciona la fibra superior. Esto produce un diagrama de momento constante en el voladizo con valor de 4 tm.
- 3 – El apoyo **d** no tramite fuerza horizontal y por lo tanto no pueden existir esfuerzos de corte ni momentos en la columna de la derecha.
- 4 – Debido a lo especificado en los puntos 2 y 3, el momento en el extremo derecho de la viga, punto **c**, debe ser igual, por equilibrio de nudo, al momento en el extremo del voladizo.
- 5 – En la viga existe una carga uniformemente distribuida cuyo diagrama es una parábola que “cuelga” de los dos valores extremos. Esta parábola tiene valor máximo igual a $q \cdot l^2 / 8 = 8 \text{ tm}$.
- 6 – La carga horizontal aplicada en el nudo **b** solo puede ser transmitida por la columna izquierda ya que la derecha no puede transmitir carga horizontal. Debido a ello, la columna izquierda empotrada forma un diagrama de momento triangular con valor máximo igual $4 \text{ t} \cdot 3 \text{ m} = 12 \text{ tm}$.

Cálculo "Rápido" del Diagrama de Esfuerzos de Corte



1 – El diagrama de corte puede ser obtenido teniendo en cuenta la relación entre el corte y el momento. $V = dM/dx$.

2 - En la columna derecha y en el voladizo el diagrama de momento es constante (o nulo), por lo tanto, el diagrama de corte debe ser nulo.

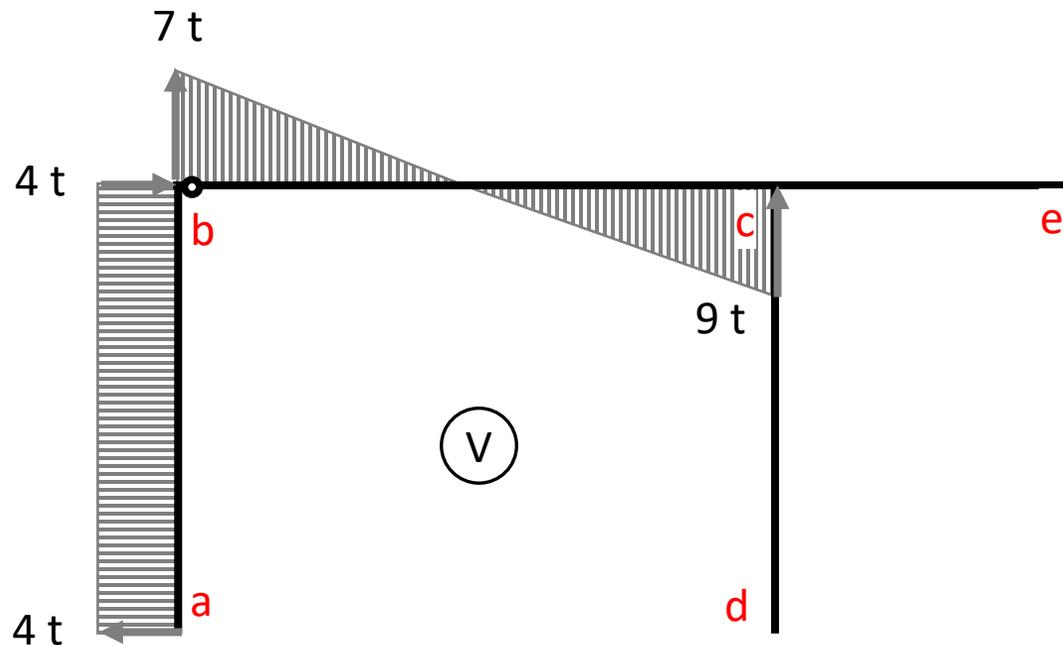
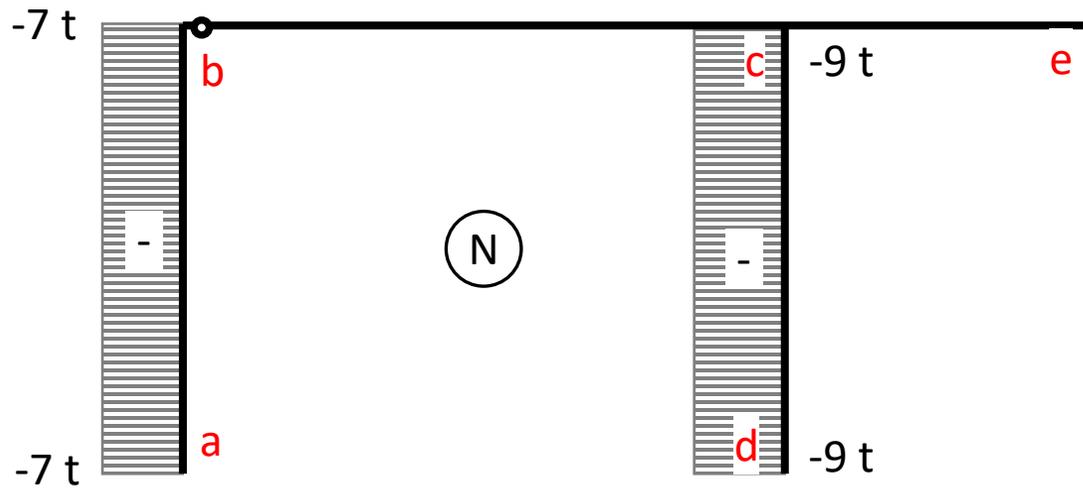
3 - En la columna izquierda, el momento tiene una variación lineal y por lo tanto, el diagrama de corte debe ser constante con un valor igual a la pendiente del diagrama de momento. $V = 12tm/3m = 4t$.

4 – En la viga, el diagrama de momento es parabólico con un cambio de pendiente en el punto **f** (no coincidente con el medio de la viga). Por lo tanto, el diagrama de corte tendrá una variación lineal con valor nulo en ese punto. Los valores de los esfuerzos de corte en ambos extremos de la viga puede ser obtenidos como:

$$V_i = + q \cdot l/2 - (M_d - M_i)/l = + 4t/m \cdot 4m/2 - (4tm - 0tm)/4m = +7t$$

$$V_d = - q \cdot l/2 - (M_d - M_i)/l = - 4t/m \cdot 4m/2 - (4tm - 0tm)/4m = -9t$$

Cálculo "Rápido" del Diagrama de Esfuerzos Normales



1 – El diagrama de esfuerzos normales puede ser obtenido teniendo en cuenta el diagrama de corte y el equilibrio de los nudos.

2 – Notar que en el voladizo no existe esfuerzo normal y, al no haber esfuerzo de corte en la columna derecha, el normal sobre la viga también debe ser nulo.

3 – El corte en los dos extremos de la viga debe ser igual, por equilibrio de nudos, a los esfuerzos normales en cada una de las columnas.

4 – El cálculo de las reacciones es inmediato a partir de los tres diagramas anteriores.