Cantidad de movimiento
choque
centro de masa

Cantidad de movimiento e impulso

La cantidad de movimiento lineal (momento)

p=m**v** es un vector: magnitud es mv

la dirección y sentido está dada por **v**

$p_x=mv_x$ $p_y=mv_y$ $p_z=mv_z$

La unidad de [p]=[m][v]

[p]=kg m/s

CUANTO MÁS CANTIDAD DE MOVIMIENTO TENGA UN OBJETO MÁS DIFÍCIL SERÁ DETENERLO Y MAYOR SERÁ EL EFECTO QUE TENDRÁ SOBRE OTRO OBJETO AL TRAERLO AL REPOSO POR UN IMPACTO O UNA COLISIÓN CONTRA ESE OBJETO

CANTIDAD DE MOVIMIENTO Y FUERZA

Se requiere una fuerza para cambiar la cantidad de movimiento de un objeto, ya sea para aumentar o disminuir su magnitud, su dirección y sentido

2da LEY DE NEWTON: $\sum \boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$

$$\sum \boldsymbol{F} = \frac{d(\mathrm{m}\boldsymbol{v})}{dt} = \frac{md(\boldsymbol{v})}{dt} = m\boldsymbol{a}$$ (m constante)

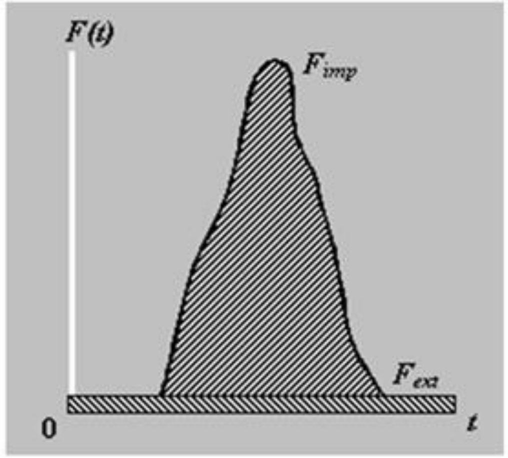
LA TASA DE CAMBIO DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO DE UN OBJETO ES IGUAL A LA FUERZA NETA APLICADA SOBRE EL

Impulso y cantidad de movimiento

$\mathbf{J}=\int_{t_1}^{t_2} \sum \boldsymbol{F}\, dt$ magnitud vectorial de dirección y sentido de la fuerza neta

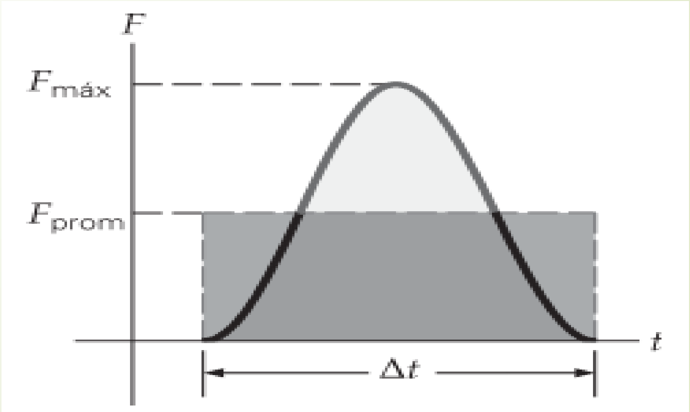
$\mathbf{J}= \sum \boldsymbol{F}\ \Delta t$ Unidades: [J]=[F][t]

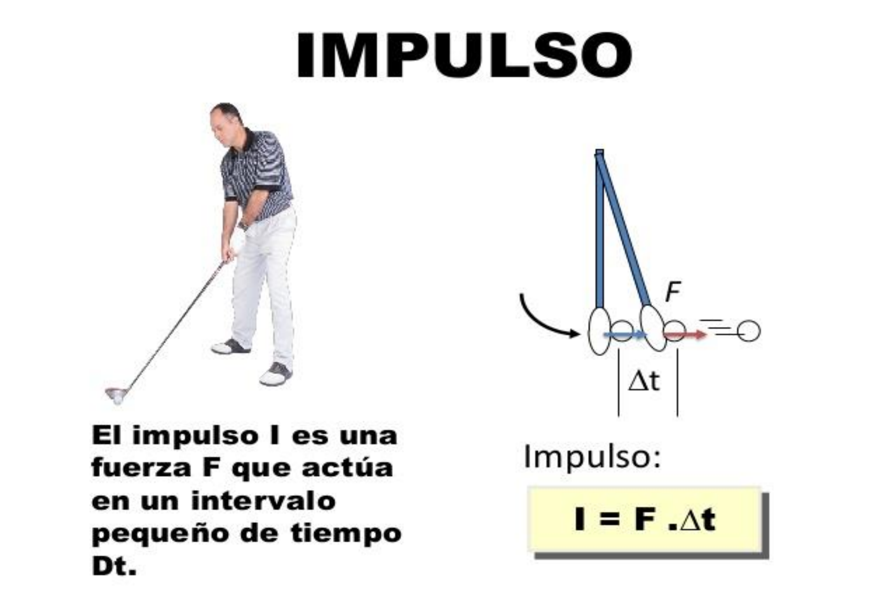
[J]= Ns

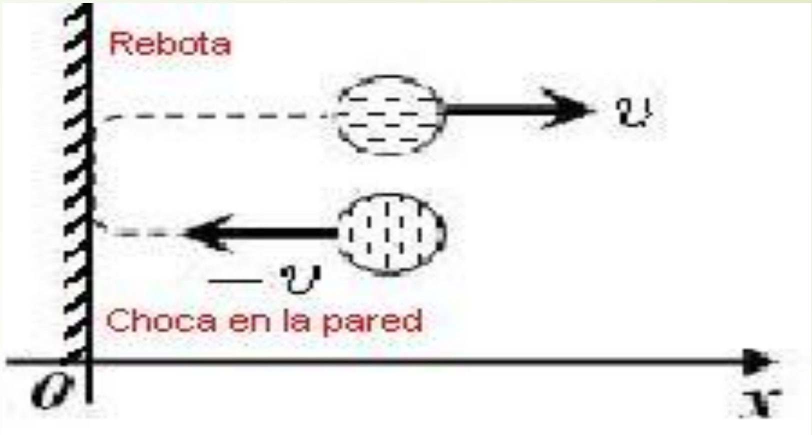


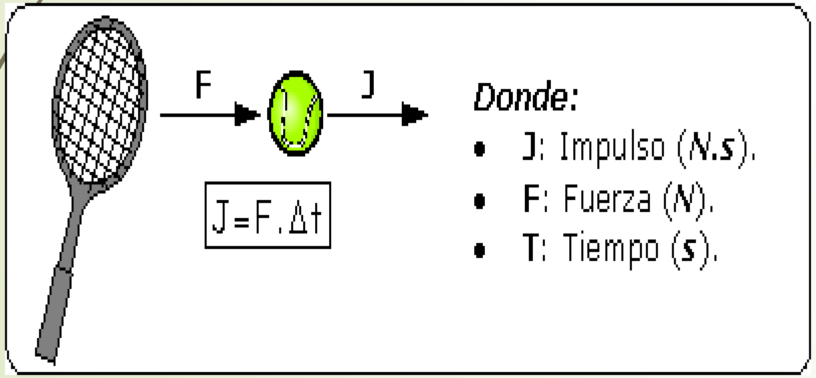
En la figura a la izquierda se puede observar, que durante un choque la fuerza impulsiva, F_{imp} es generalmente mucho mayor que cualquiera de las fuerzas externas F_{ext} que puedan sobre el sistema.

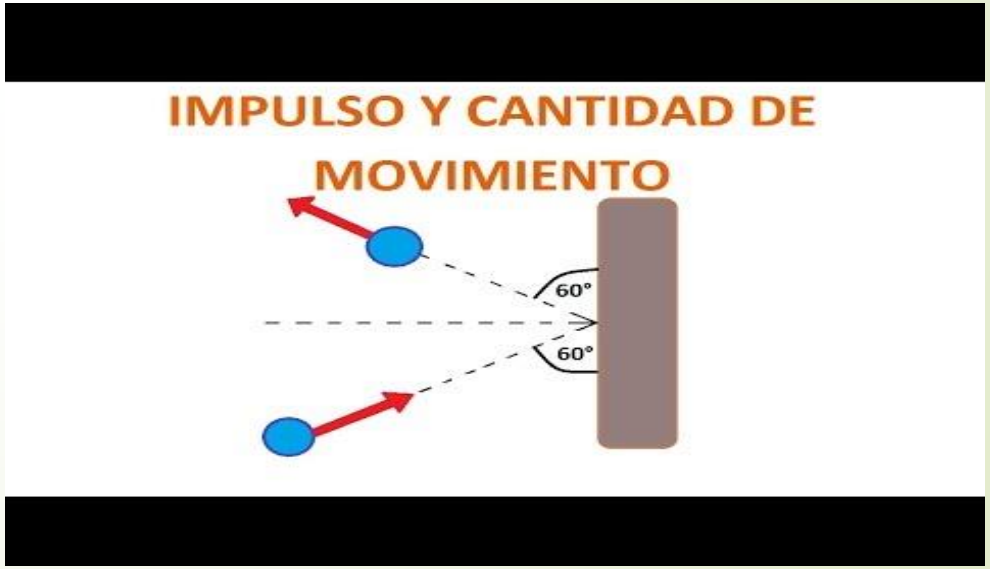
$\mathbf{F}_{\mathbf{PROM}}\, \Delta t=\int_{t_1}^{t_2} \sum \boldsymbol{F}\, dt$




IMPULSO
F
Δt
El impulso I es una fuerza F que actúa en un intervalo pequeño de tiempo Dt.
Impulso:
I = F .Δt


Rebota
v
— v
Choca en la pared
O
x


F
J
J=F.Δt
Donde:
• J: Impulso (N.s).
• F: Fuerza (N).
• T: Tiempo (s).


IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO
60°
60°

Teorema del impulso y cantidad de movimiento

$$\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2} \sum \boldsymbol{F}\, dt$$

si F es constante: $\mathbf{J} = \sum \boldsymbol{F}\ \Delta t = m\mathbf{a}\ \Delta t = m\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}\ \Delta t = m\ \Delta \mathbf{v} = mv_2 - mv_1 =$

$$= \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = \Delta \mathbf{p}$$

$$\mathbf{J} = \Delta \mathbf{p}$$

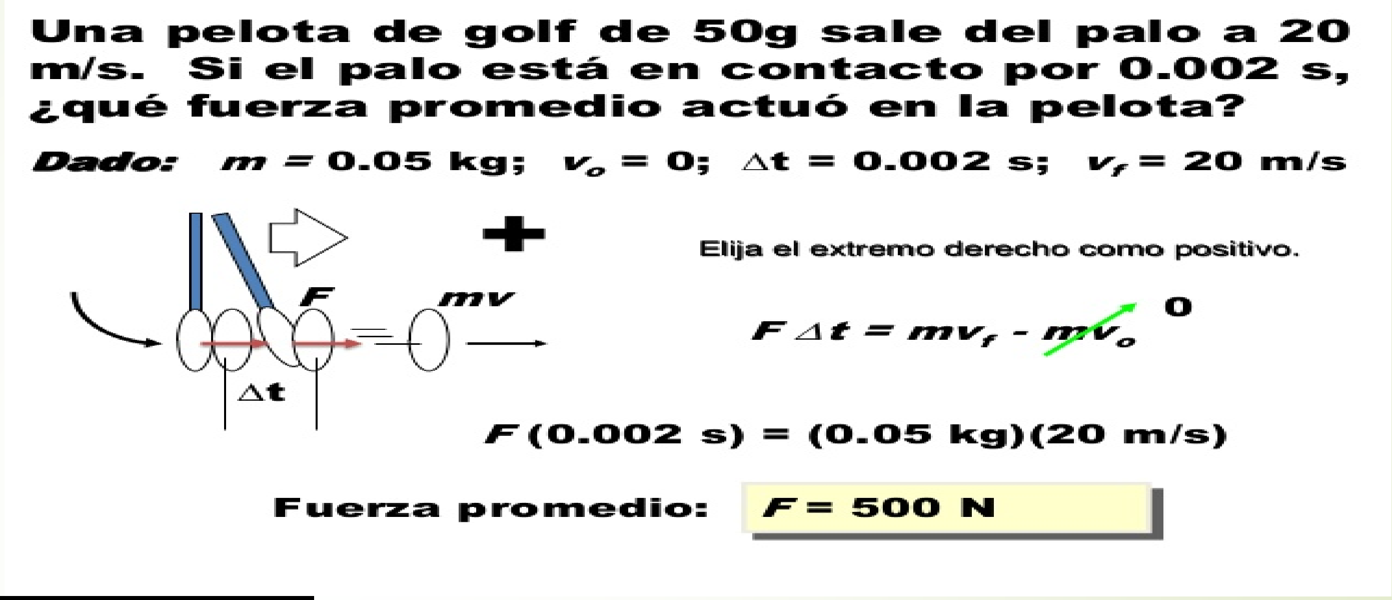
Si F no es constante: $\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2} \sum \boldsymbol{F}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} m\boldsymbol{a}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} dt = \int_{v_1}^{v_2} m\, d\boldsymbol{v} =$

$$= \int_{p_1}^{p_2} d\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1 = \Delta \mathbf{p}$$

$$\mathbf{J} = \Delta \mathbf{p}$$

De esta forma el impulso ejercido sobre un cuerpo es igual al cambio en la cantidad de movimiento del cuerpo. Esto se conoce como teorema impulso-cantidad de movimiento.

ejemplos



Una pelota de golf de 50g sale del palo a 20 m/s. Si el palo está en contacto por 0.002 s, ¿qué fuerza promedio actuó en la pelota?

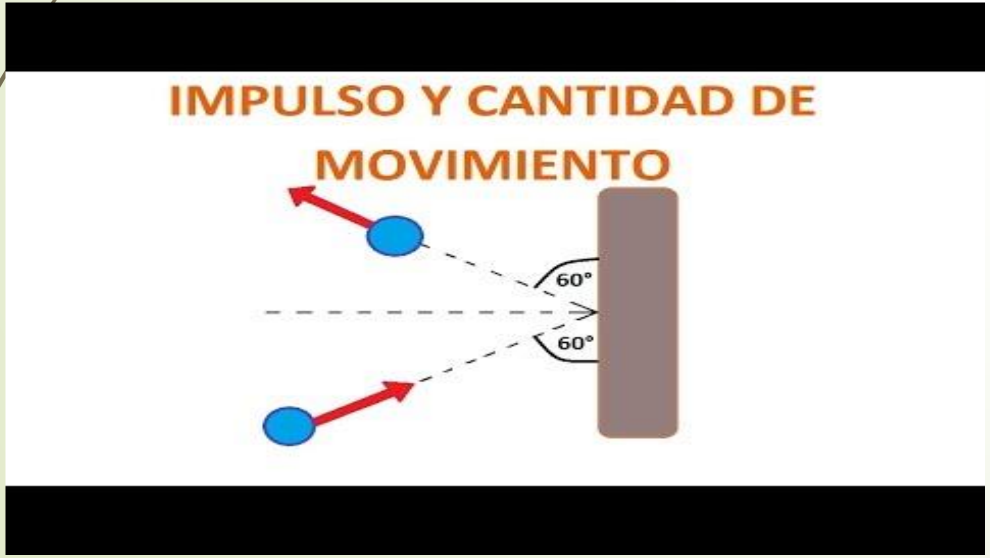
Dado: $m = 0.05$ kg; $v_o = 0$; $\Delta t = 0.002$ s; $v_f = 20$ m/s

Elija el extremo derecho como positivo.

$$F\,\Delta t = mv_f - \cancel{mv_o} \quad 0$$

$$F\,(0.002\ \text{s}) = (0.05\ \text{kg})(20\ \text{m/s})$$

Fuerza promedio: $\boxed{F = 500\ \text{N}}$



Podríamos calcular la fuerza impulsiva de la pared sobre la pelota

Cantidad de movimiento y energía cinética

$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \longrightarrow$ magnitud vectorial

$E = \frac{1}{2}mv^2 \longrightarrow$ magnitud escalar

SUPONEMOS QUE SOBRE UN OBJETO EN REPOSO, ACTUA UNA FUERZA DURANTE UN INTERVALO DE TIEMPO.

LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO DE UNA PARTICULA ES IGUAL AL IMPULSO QUE LA ACELERÓ DESDE EL REPOSO HASTA SU RAPIDEZ ACTUAL (EL IMPULSO ES LA FUERZA NETA QUE ACELERÓ EL CUERPO Y EL TIEMPO REQUERIDO PARA HACERLO

$$J = \Delta p$$

LA ENERGÍA CINÉTICA DE UN CUERPO ES EL TRABAJO TOTAL EFECTUADO SOBRE EL CUERPO PARA ACELERARLO DESDE EL REPOSO (LA FUERZA NETA Y LA DISTANCIA NECESARIA PARA ACELERARLO)

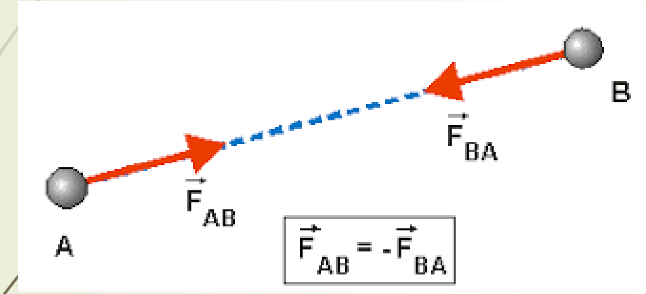
$$W = \Delta K$$

EJEMPLO: $m_1=0,4kg$ $v_1= 5m/s$ $p_1= 2kgm/s$ $k_1= 5J$

$m_2=2kg$ $v_2= 1m/s$ $p_2= 2kgm/s$ $k_2= 1J$

Conservación en la cantidad de movimiento

Sistema aislado ⟶ fuerzas externas son nulas



Como $\quad \boldsymbol{F}_{AB} = \frac{d\boldsymbol{p}_B}{dt}$

$\boldsymbol{F}_{BA} = \frac{d\boldsymbol{p}_A}{dt}$

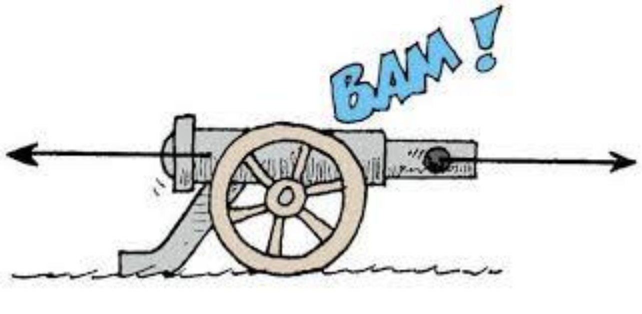
$\boldsymbol{F}_{AB} = -\,\boldsymbol{F}_{BA}$ $\qquad \frac{d\boldsymbol{p}_B}{dt} + \frac{d\boldsymbol{p}_A}{dt} = 0$

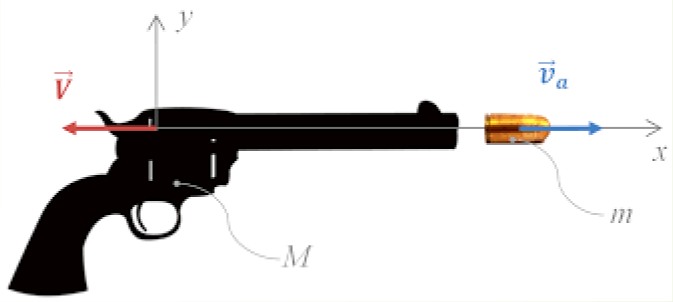
$\frac{d(\boldsymbol{pB}+\boldsymbol{p}_A)}{dt} = 0$ $\qquad \boldsymbol{p}_B + \boldsymbol{pA} = constante$

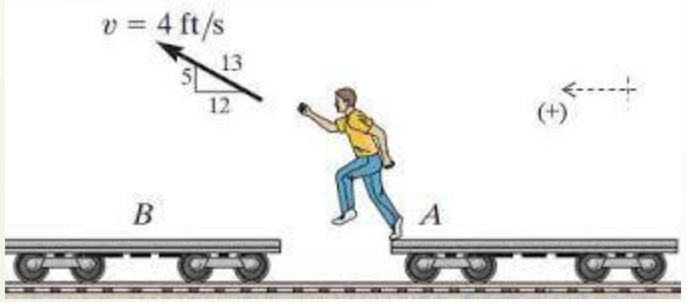
SI LA FUERZA NETA EXTERNA SOBRE UN SISTEMA DE OBJETOS ES CERO, ENTONCES LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO PERMANECE CONSTANTE

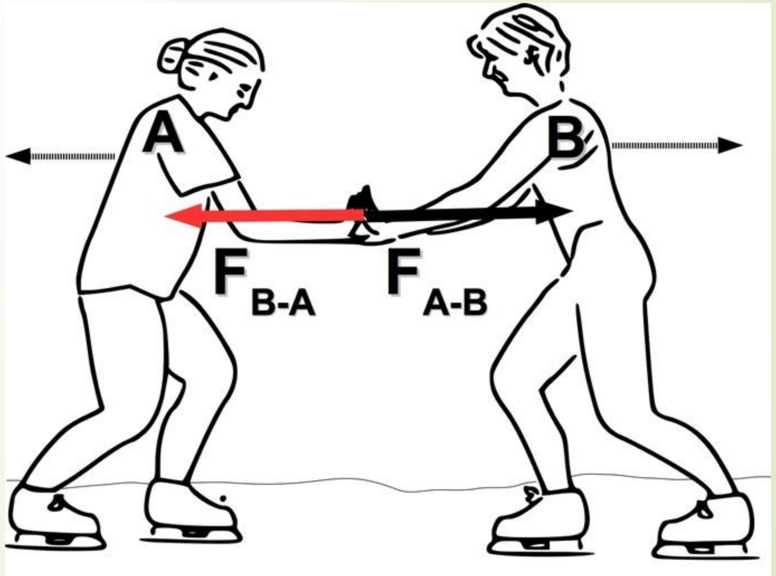
PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

EJEMPLOS









Choques en una dimensión: choques elásticos

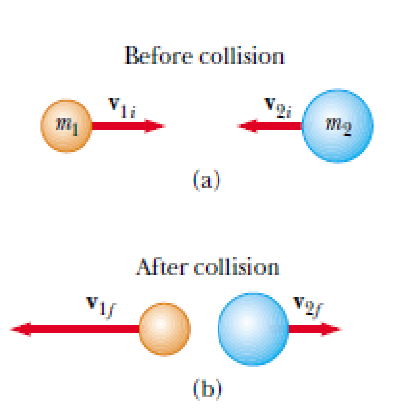
CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA CINÉTICA

$$\frac{1}{2} m_1 v^2_{1i} + \frac{1}{2} m_2 v^2_{2i} = \frac{1}{2} m_1 v^2_{1f} + \frac{1}{2} m_2 v^2_{2f}$$

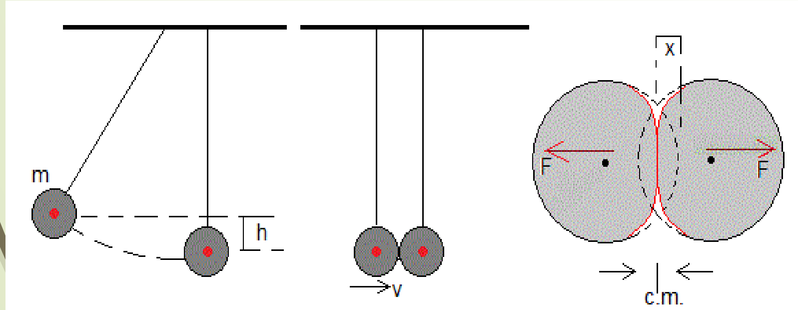
FUERZAS CONSERVATIVAS

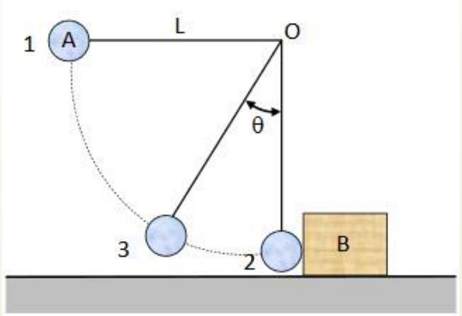


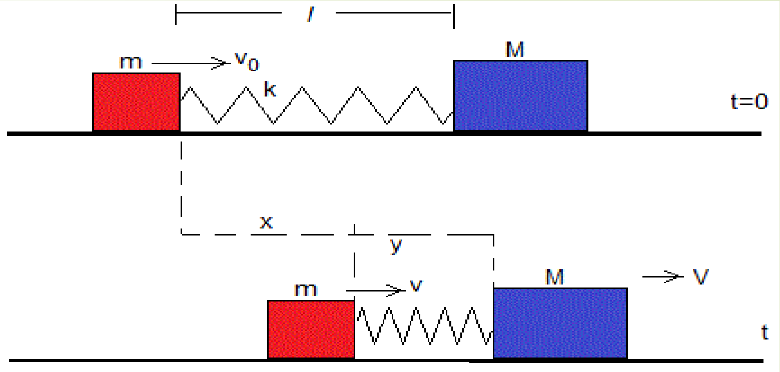
$v_{1i} - v_{2i} = v_{2f} - v_{1f}$

$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$

para cualquier colisión elástica, la rapidez relativa de los dos objetos después de la colisión tiene la misma magnitud que antes de la colisión (en sentido contrario)







Choques inelásticos

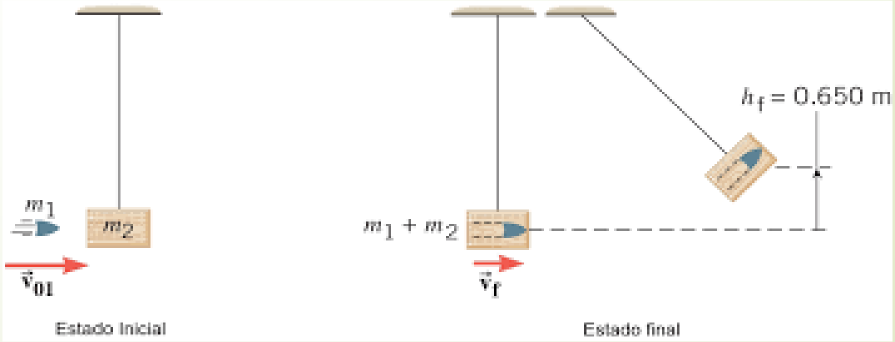
CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO $m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f}$

Choques completamente inelástico o plástico:

CONSERVACIÓN DE LA

CANTIDAD DE MOVIMIENTO

$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = (m_1 + m_2)v_f$



Coeficiente de restitución

- $e = \dfrac{velocidades\ relativas\ despues\ del\ choque}{velocidades\ relativas\ antes\ del\ choque}$

El **coeficiente de restitución** (en realidad, **cociente**) es una medida del grado de conservación de la energía cinética en un choque entre partículas clásicas.

Se expresa como el cociente de la velocidad relativa final y la velocidad relativa inicial entre dos objetos sometidos a colisión, donde final significa tras la colisión, e inicial antes de la misma.

Su valor oscila entre 0 y 1

Siendo 0 cuando el choque es inelástico y 1 cuando es completamente elástico.

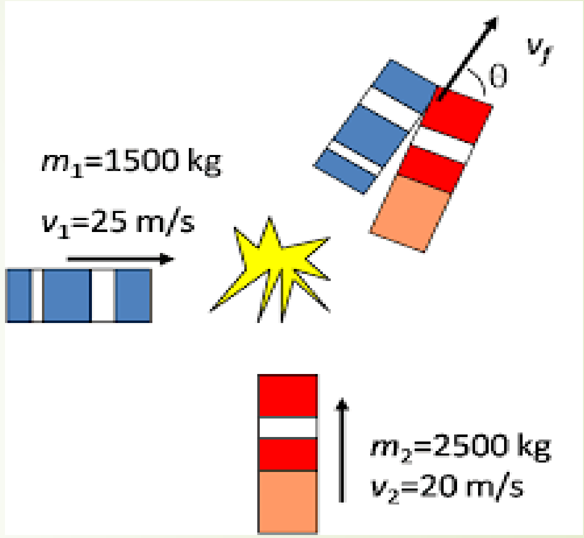
La mayoría de los choques reales tienen valores menores que 1

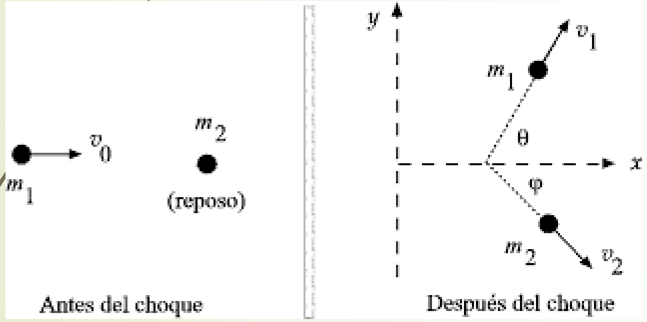
Colisiones en dos dimensiones

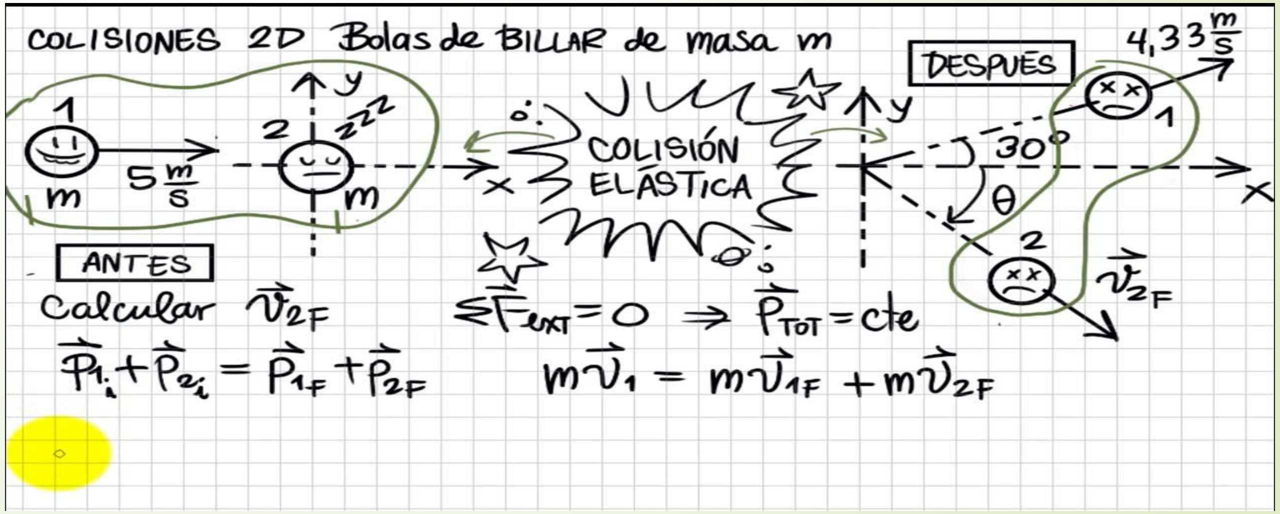
CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

En x: $m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx}$

en y: $m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy}$





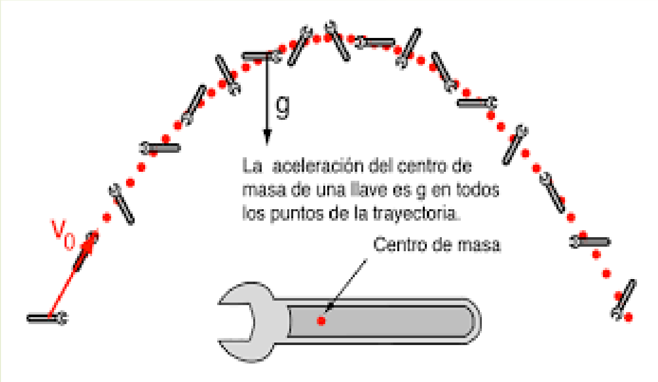


Centro de masa

La cantidad de movimiento es una herramienta útil no solo para analizar colisiones, sino también para analizar el movimiento de traslación de objetos extendidos reales.

Hasta ahora los objetos reales lo tomabamos como masas puntuales que solo realizaban movimientos traslacionales. Pero…

Objetos reales experimentan movimientos traslacionales, rotacionales, vibratorios… movimientos en general



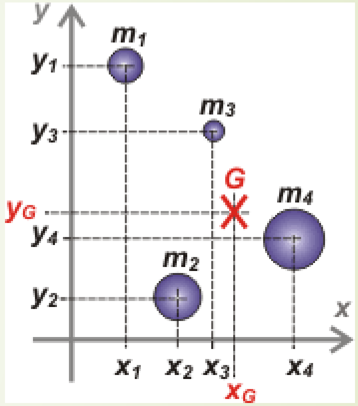
Cálculo del centro de masa

se tiene un sistema de partículas m_1, m_2, m_3, m_4

$$X_{cm}=\frac{m_1\,x_1+m_2\,x_2+m_3\,x_3+m_4\,x_4}{m_1+m_2+,m_3+m_4}=\frac{\sum m_i\,xi}{\sum m_i} \qquad X_{cm}=\frac{\int x\,dm}{\int dm}$$

$$Y_{cm}=\frac{m_1\,y_1+m_2\,y_2+m_3\,y_3+m_4\,y_4}{m_1+m_2+,m_3+m_4}=\frac{\sum m_i\,y_i}{\sum m_i} \qquad Y_{cm}=\frac{\int y\,dm}{\int dm}$$

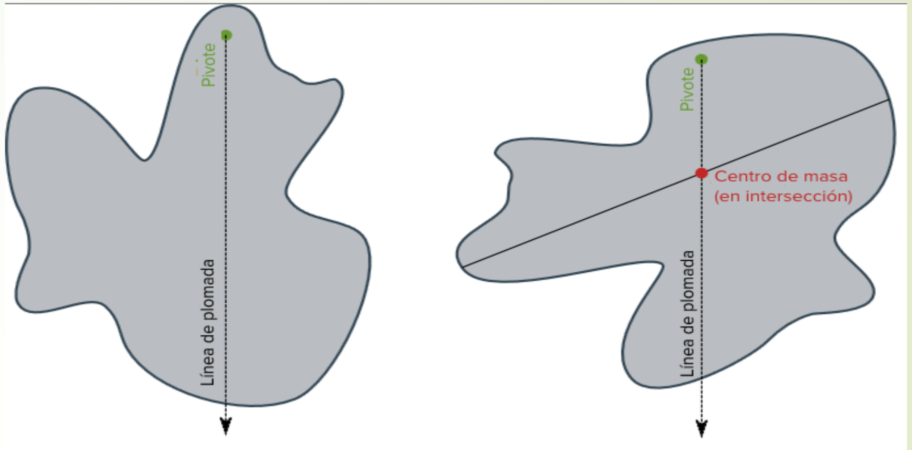
$$Z_{cm}=\frac{m_1\,z_1+m_2\,z_2+m_3\,z_3+m_4\,z_4}{m_1+m_2+,m_3+m_4}=\frac{\sum m_i\,z_i}{\sum m_i} \qquad Z_{cm}=\frac{\int z\,dm}{\int dm}$$



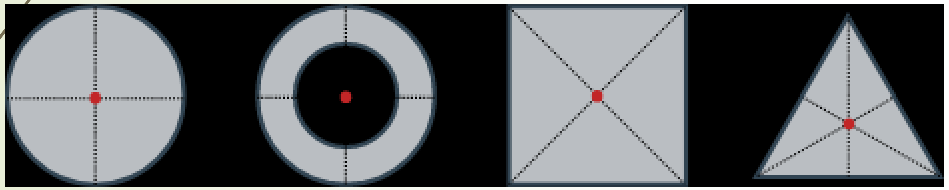
Determinación del CM

EXPERIMENTALMENTE:

MÉTODO DE LA PLOMADA



EL CM NO ESTÁ NECESARIAMENTE EN EL CUERPO



EL CENTRO DE GRAVEDAD DE UN OBJETO ES EL PUNTO DONDE PUEDE CONSIDERARSE QUE ACTÚA LA FUERZA DE GRAVEDAD

DIFERENCIA CONCEPTUAL CON EL CM,

PERO CONSIDERAREMOS AL CM IGUAL QUE AL CG

CENTRO DE MASA Y MOVIMIENTO TRASLACIONAL

$\mathbf{r}_{cm}=\frac{\sum m_i \boldsymbol{ri}}{\sum m_i}$ $\sum m_i \mathbf{r}_{cm}= \sum m_i \boldsymbol{ri}$ $M \mathbf{r}_{cm}= \sum m_i \boldsymbol{ri}$

Derivamos: $M \frac{d\mathbf{r}_{cm}}{dt} = \sum mi \frac{dri}{dt}$ entonces $M \mathbf{v}_{cm} =\sum m_i \boldsymbol{v_i}$ $\mathbf{v}_{cm} = \frac{\sum m_i \boldsymbol{v_i}}{M}$

Derivamos: $M \frac{d\mathbf{V}_{cm}}{dt} = \sum mi \frac{dvi}{dt}$ entonces $M \mathbf{a}_{cm} =\sum m_i \boldsymbol{a_i}$

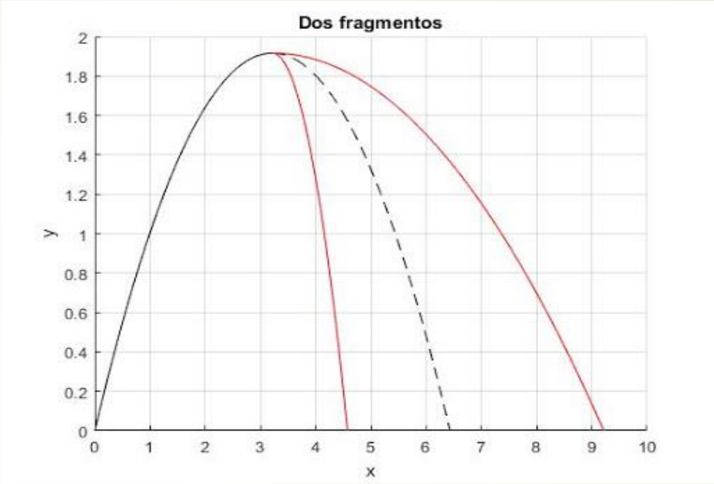
$M \mathbf{a}_{cm} =\sum m_i \boldsymbol{a_i} = F_1+ F_2 + ...$ entonces $M \mathbf{a}_{cm} =\sum \boldsymbol{F_i} =\sum \boldsymbol{F_{int}} + \sum \boldsymbol{F_{ext}} = \sum \boldsymbol{F_{ext}}$

La suma de todas las fuerzas externas que actúan sobre un sistema es igual a la masa total del sistema multiplicada por su centro de masa

El sistema se mueve como si toda su masa estuviese concentrada en su CM y la fuerza externa es ejercida sobre él

Fuerza externa y movimiento del centro de masa

como $\quad M\,\mathbf{v}_{cm} = \sum m_i\,\boldsymbol{v}_i \qquad \mathbf{p} = \sum \boldsymbol{p}_i$



$\mathbf{p} = M\,\mathbf{v}_{cm}$

´

La cantidad de movimiento lineal total de un sistema de partículas es igual al producto de la masa total M y la velocidad del centro de masa del sistema.

La cantidad de movimiento de un objeto extenso es el producto de la masa del objeto y la velocidad de su centro de masa.

$$\frac{dp}{dt} = M\,\frac{d\mathbf{v}_{cm}}{dt} = M\,\mathbf{a}_{cm} \qquad \frac{dp}{dt} = \sum \boldsymbol{F}_{ext}$$

Sistema de masa variable

$\sum \boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d(\mathrm{m}\boldsymbol{v})}{dt} = \frac{d\mathrm{m}}{dt}\boldsymbol{v} + \mathrm{m}\,\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$ cómo la interpretamos?

Propulsión de un cohete pérdida de masa ($-\frac{d\mathrm{m}}{dt}$)

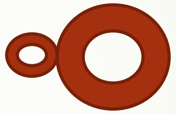
Cinta transportadora aumento de masa ($+\frac{d\mathrm{m}}{dt}$)

dm **u**

M **v**

(M+dm)

(v+dv)



dp= (M+dm) **(v+dv)** – (M**v**+dm**u**)

dp= M**v** + dm **v** + M **dv** + dm **dv** – M**v** – dm **u**

dp= M d**v** - dm (**u-v**) $\mathbf{F}_{\mathbf{ext}} = \mathrm{M}\,\frac{dv}{dt}$ **-** $\frac{dm}{dt}\,\mathbf{v}_{\mathbf{rel}}$

velocidad relativa de dm con respecto a M

Sistema de masa variable

$\mathbf{F}_{\mathbf{ext}} = M\,\frac{dv}{dt} - \frac{dm}{dt}\,\mathbf{v}_{\mathbf{rel}}$ $\qquad$ $M\,\frac{dv}{dt} = \mathbf{F}_{\mathbf{ext}} + \frac{dm}{dt}\,\mathbf{v}_{\mathbf{rel}}$

$\mathbf{F}_{\mathbf{ext}}$ Se refiere a todas las fuerzas actuando sobre M, (como el peso del cohete, la resistencia al aire, etc)

$\frac{dm}{dt}\,\mathbf{v}_{\mathbf{rel}}$ Representa la tasa a la que se transfiere la cantidad de movimiento a (o desde) la masa M, debido a la masa que se agrega (o elimina)

En el caso del cohete, esa fuerza se llama EMPUJE, ya que representa la fuerza ejercida sobre el cohete por los gases expelidos