

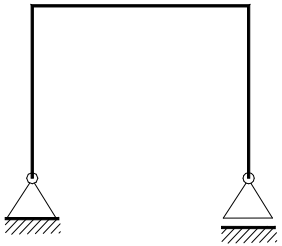


**UNCUYO**  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE CUYO

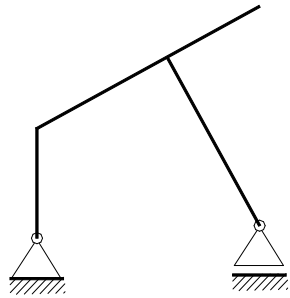
# **ESTATICA Y RESISTENCIA DE MATERIALES**

## **ESFUERZOS INTERNOS EN PÓRTICOS**

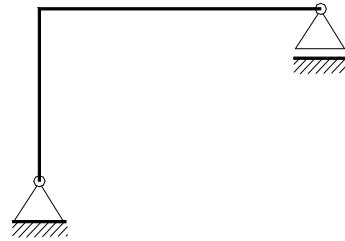
- Designaremos bajo el nombre de **pórticos de alma llena** a estructuras constituidas por piezas prismáticas, generalmente rectas, que se enlazan entre sí en nudos rígidos.-
- Los elementos verticales o muy inclinados se llaman **pilares o columnas** y los horizontales o tendidos **vigas o dinteles**.-



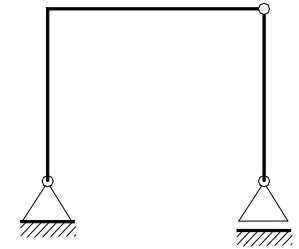
Portico simple  
ortogonal, arti-  
culado y apoyado



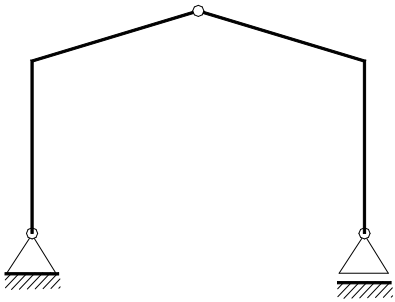
Portico simple  
oblicuo con vo-  
ladizo, articula-  
do y apoyado



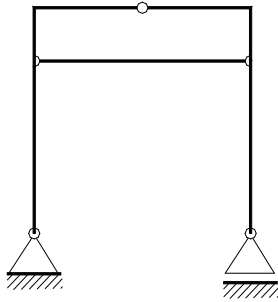
Semiportico  
articulado y  
apoyado



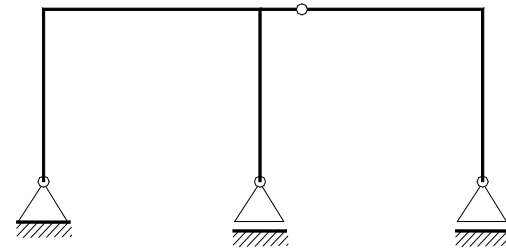
Simple Triarti-  
culado ortogonal



Portico simple  
triarticulado de  
dos vertientes



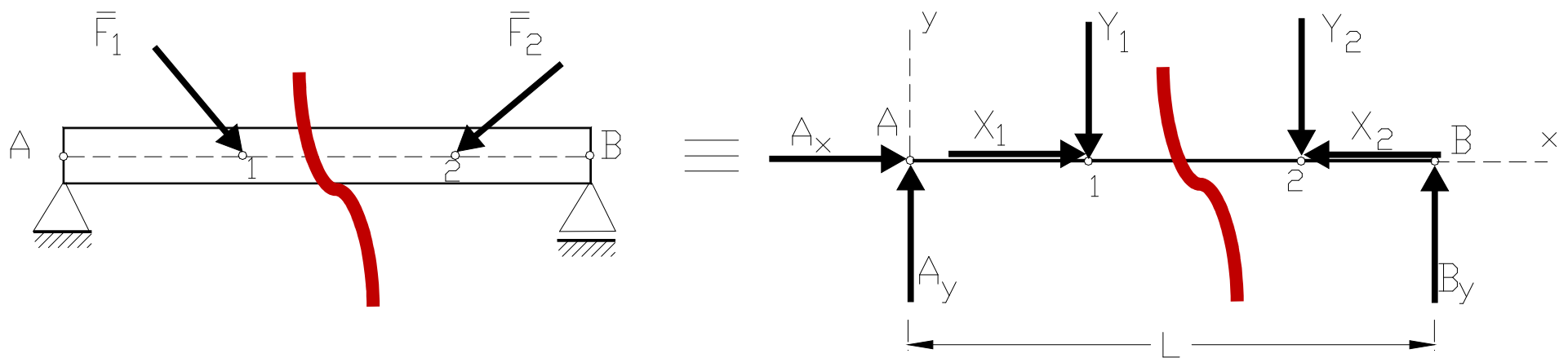
Portico simple  
atirantado

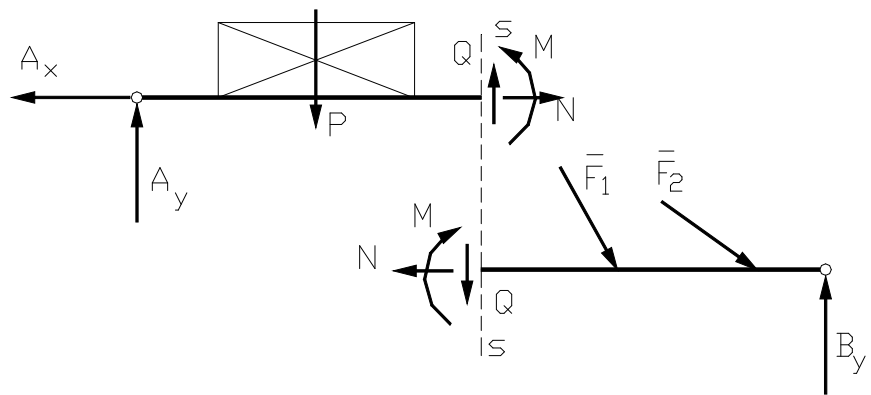
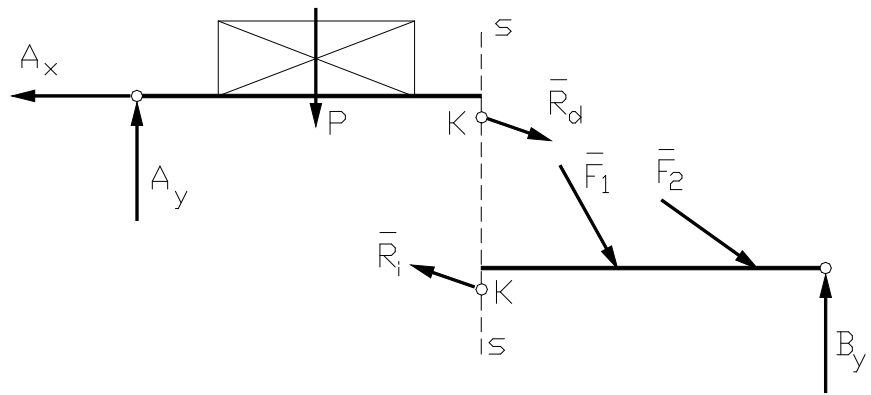
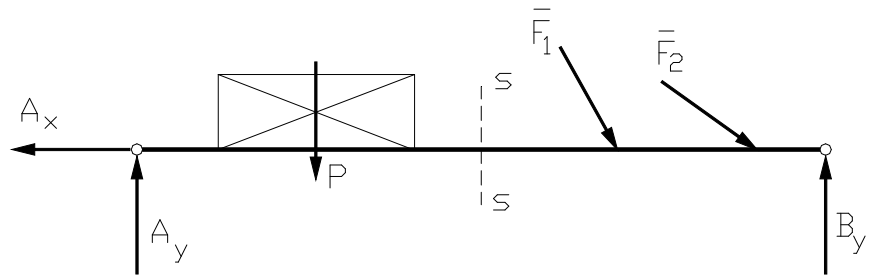
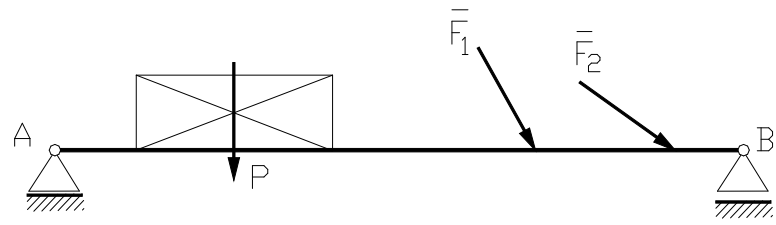


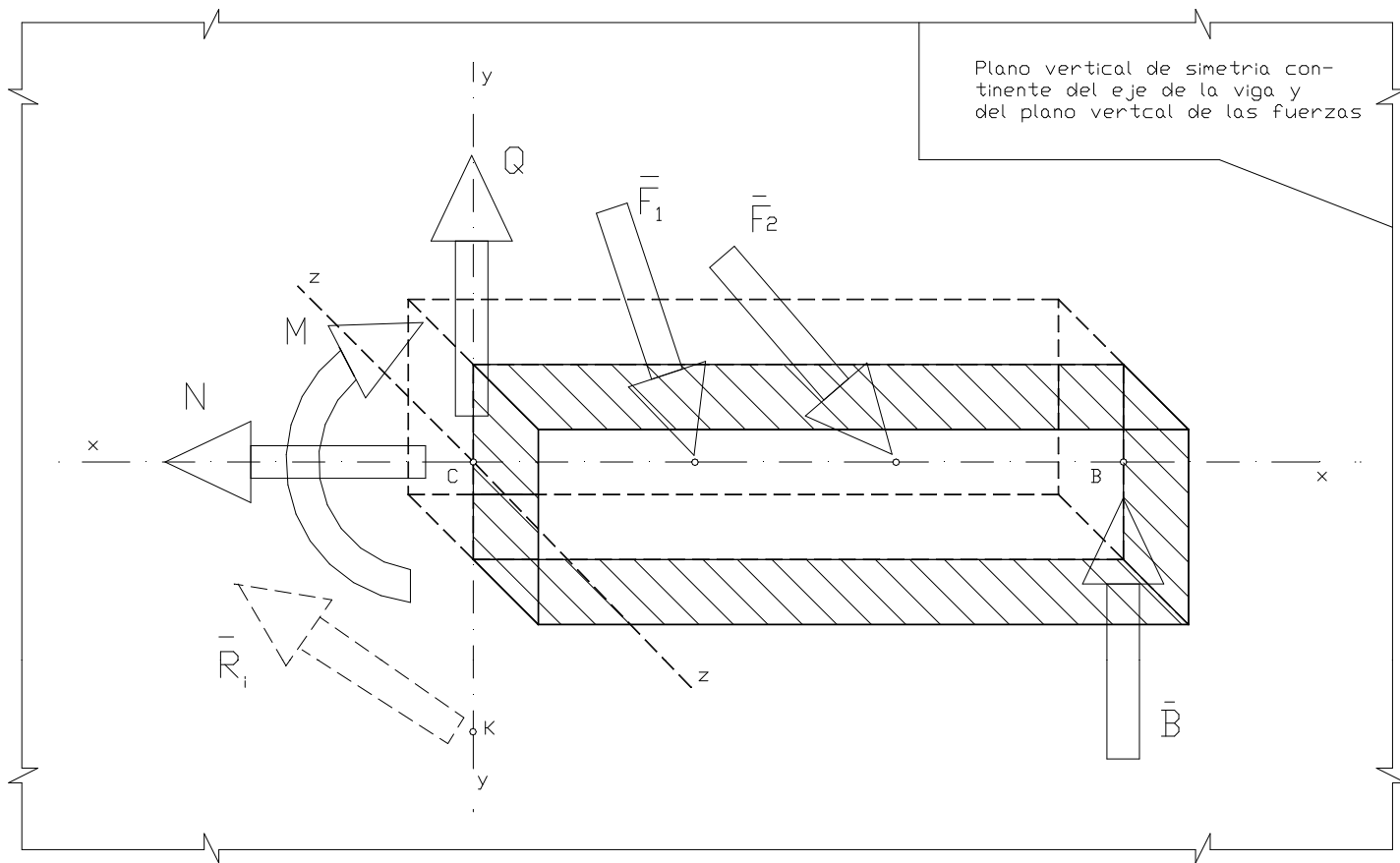
Portico doble ortogonal

El análisis de un pórtico se inicia representándolo por su eje y trazando su diagrama de cuerpo libre para determinar las reacciones de vínculo externo y **establecer los esfuerzos internos que se desarrollan a lo largo del mismo.**

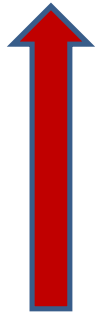
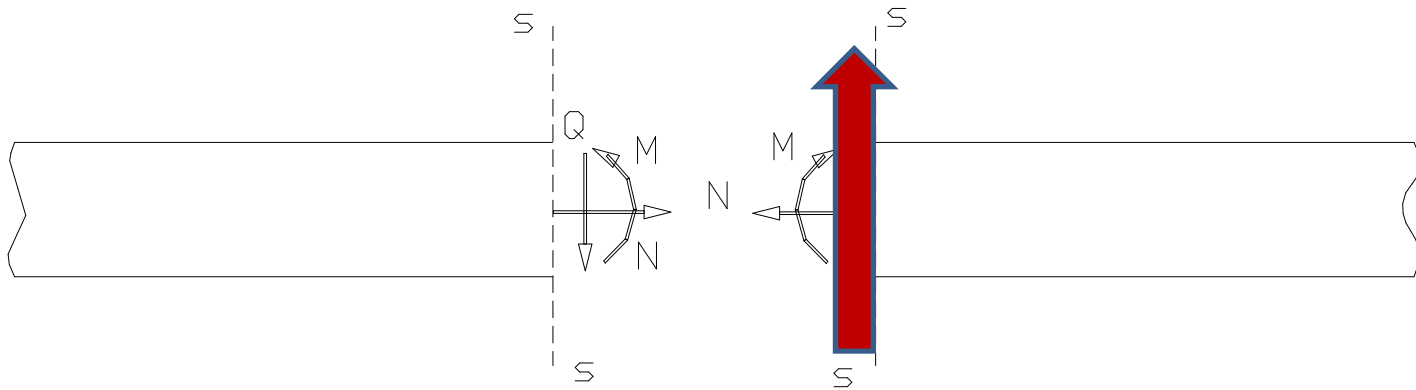
Practiquemos un corte s-s normal al eje del elemento estructural que analizamos; para restablecer el equilibrio en los dos tramos en que ha quedado dividido, se deben aplicar las interacciones que existían entre las partículas adyacentes al corte antes que se practicase el mismo.





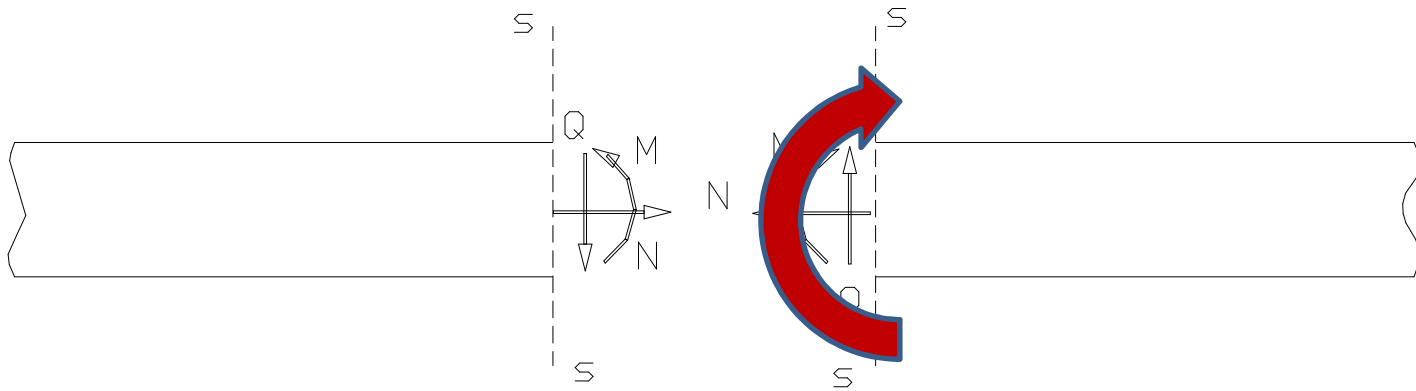


**Las tres componentes de la reacción interna  $M$  ,  $Q$  ,  $N$  , expresadas cada una de ellas por dos elementos iguales y opuestos según se considere la cara izquierda o derecha del corte, se denominan **esfuerzos internos o característicos en la sección transversal considerada.****

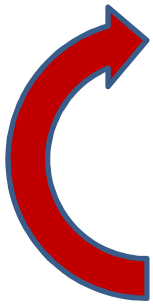


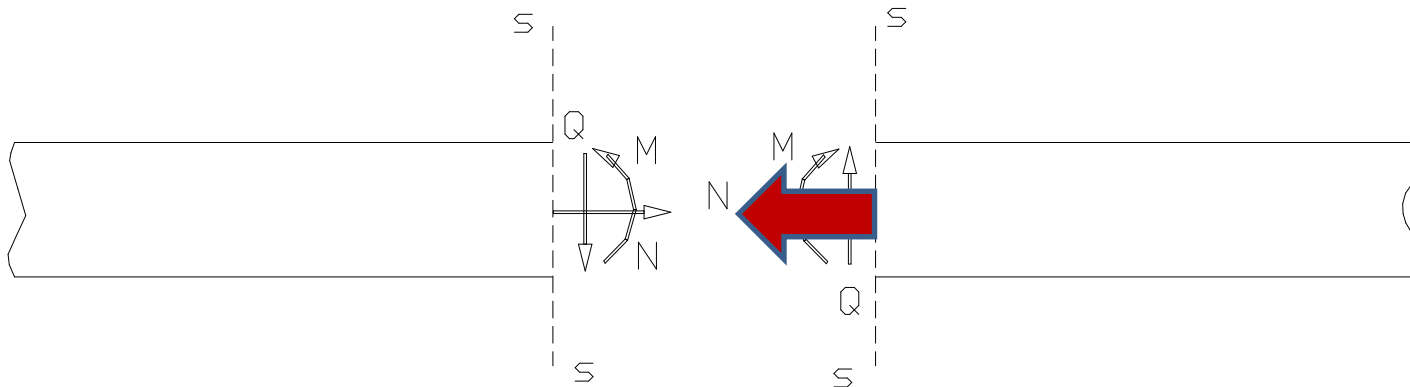
**El esfuerzo de corte  $Q$  es una componente de la resultante de las fuerzas internas que se desarrollan en la sección, y se calcula sumando algebraicamente las proyecciones sobre el plano de la sección, de las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección considerada.**





**El momento flector  $M$  es una componente de la resultante de las fuerzas internas que se desarrollan en la sección, y se calcula sumando algebraicamente los momentos, respecto al baricentro de la sección, de todas las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección considerada.**

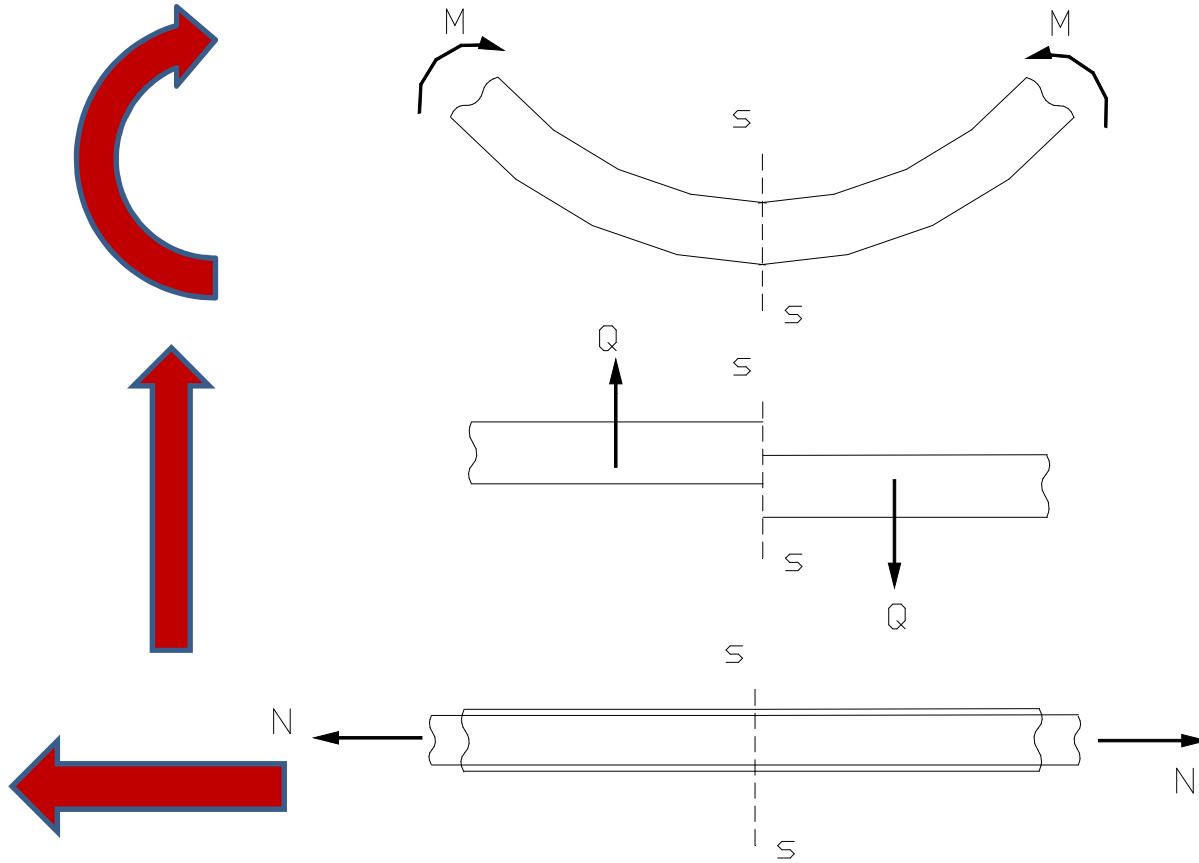


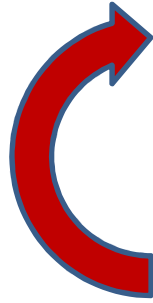


***El esfuerzo normal  $N$  es una componente de la resultante de las fuerzas internas que se desarrollan en la sección, y se calcula sumando algebraicamente las proyecciones sobre la normal al plano de la sección, de las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección considerada.***

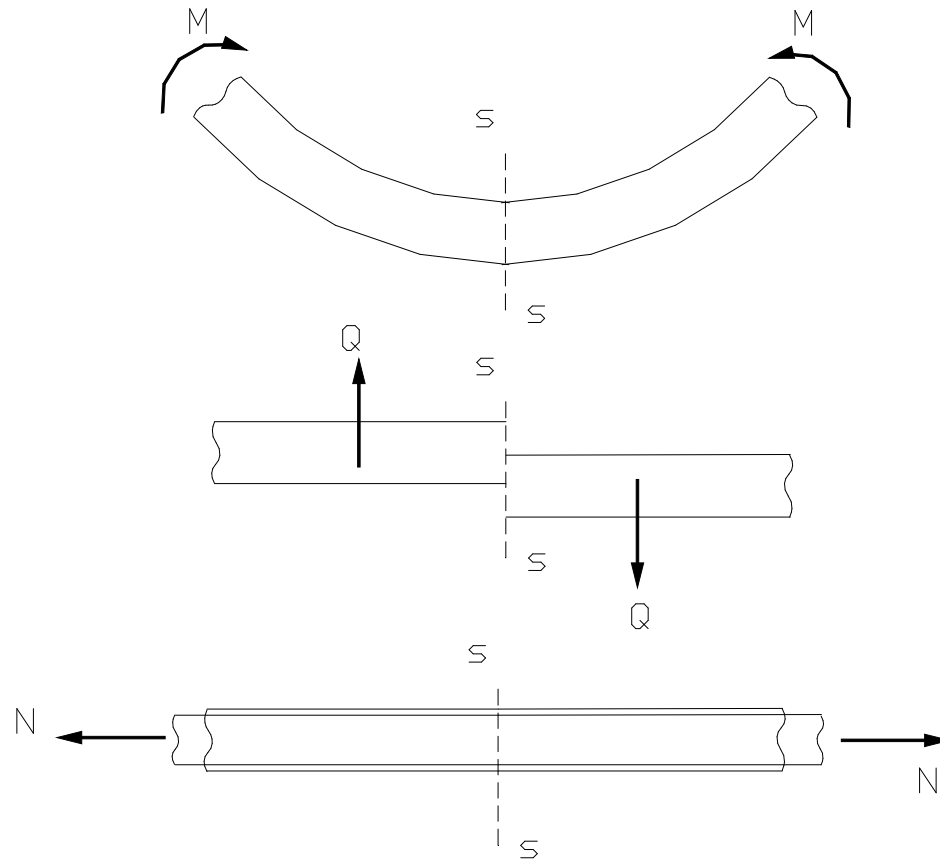


# SIGNOS

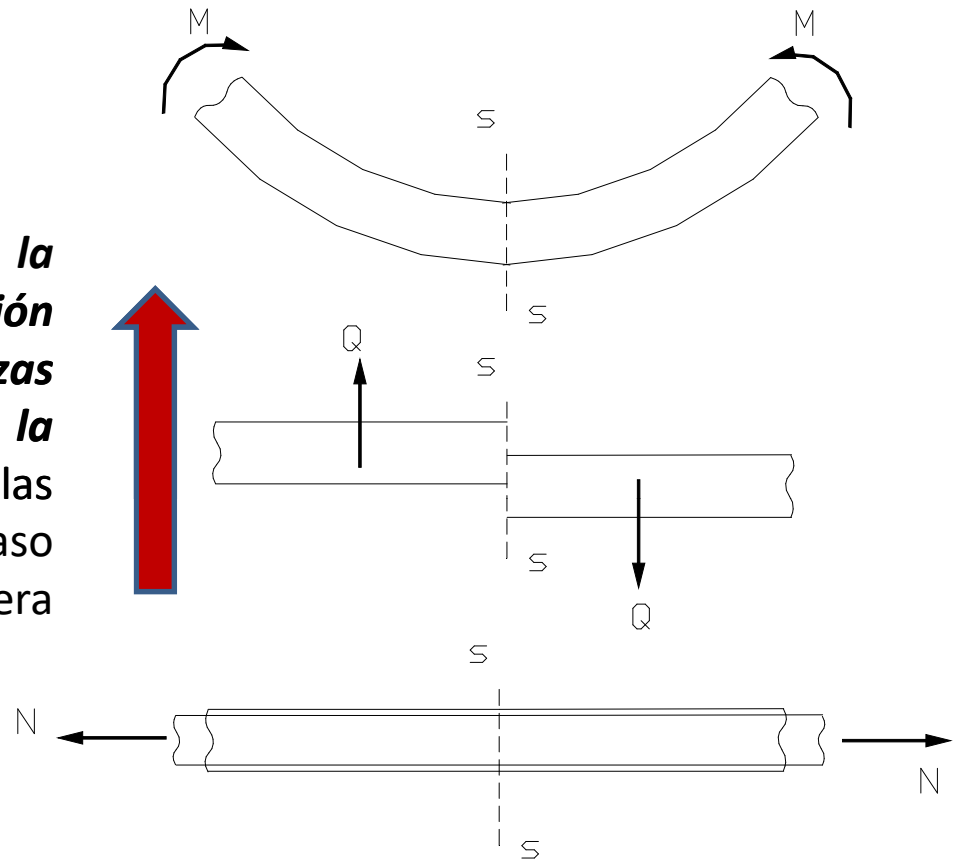




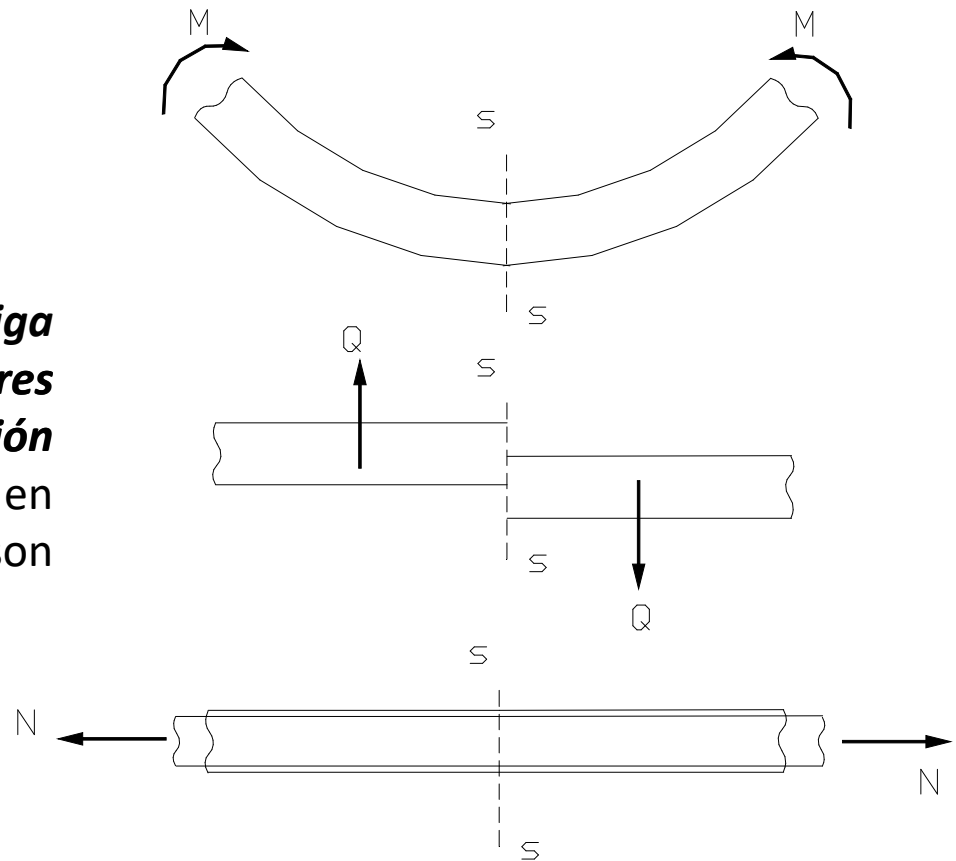
**El momento flector en la sección s-s de la viga se considera positivo si el momento resultante de las fuerzas exteriores a la izquierda de la sección es horario (y el de las fuerzas de la derecha antihorario).**



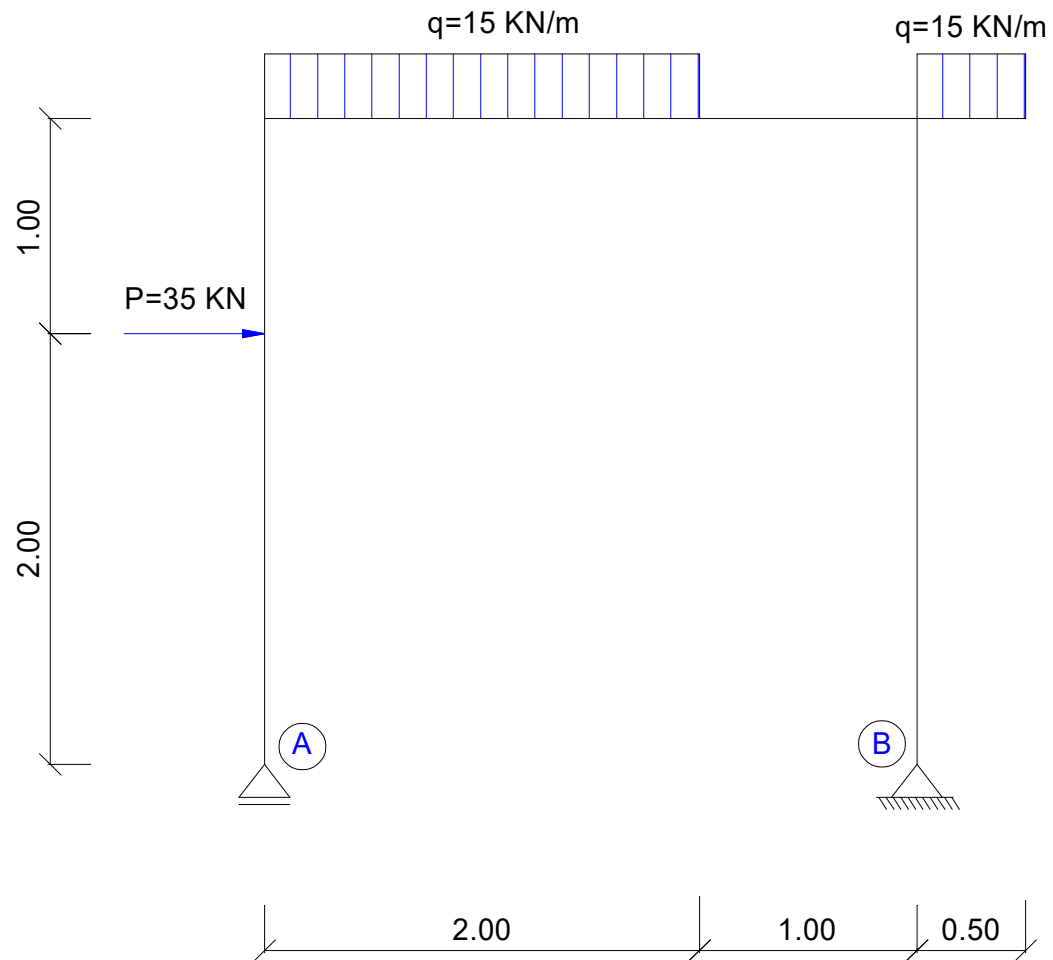
**El esfuerzo cortante en una sección s-s de la viga se considera positivo si la proyección sobre su plano de la resultante de las fuerzas exteriores actuantes a la izquierda de la sección, está dirigida hacia arriba (y la de las fuerzas de la derecha hacia abajo).- En caso contrario el esfuerzo de corte se considera negativo.**

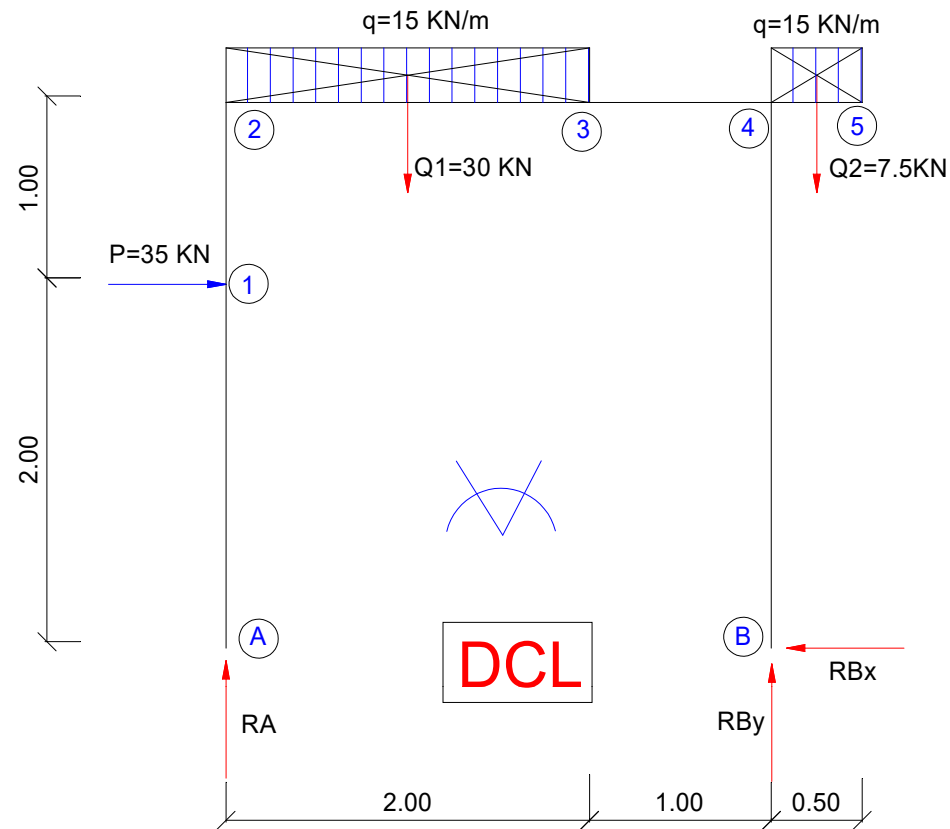


***El esfuerzo axial en una sección s-s de la viga se considera positivo si las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección tienden a alargar la viga traccionándola, en cambio es negativo si las fibras son comprimidas.***



## Ejercicio N°10: Determinar los esfuerzos internos





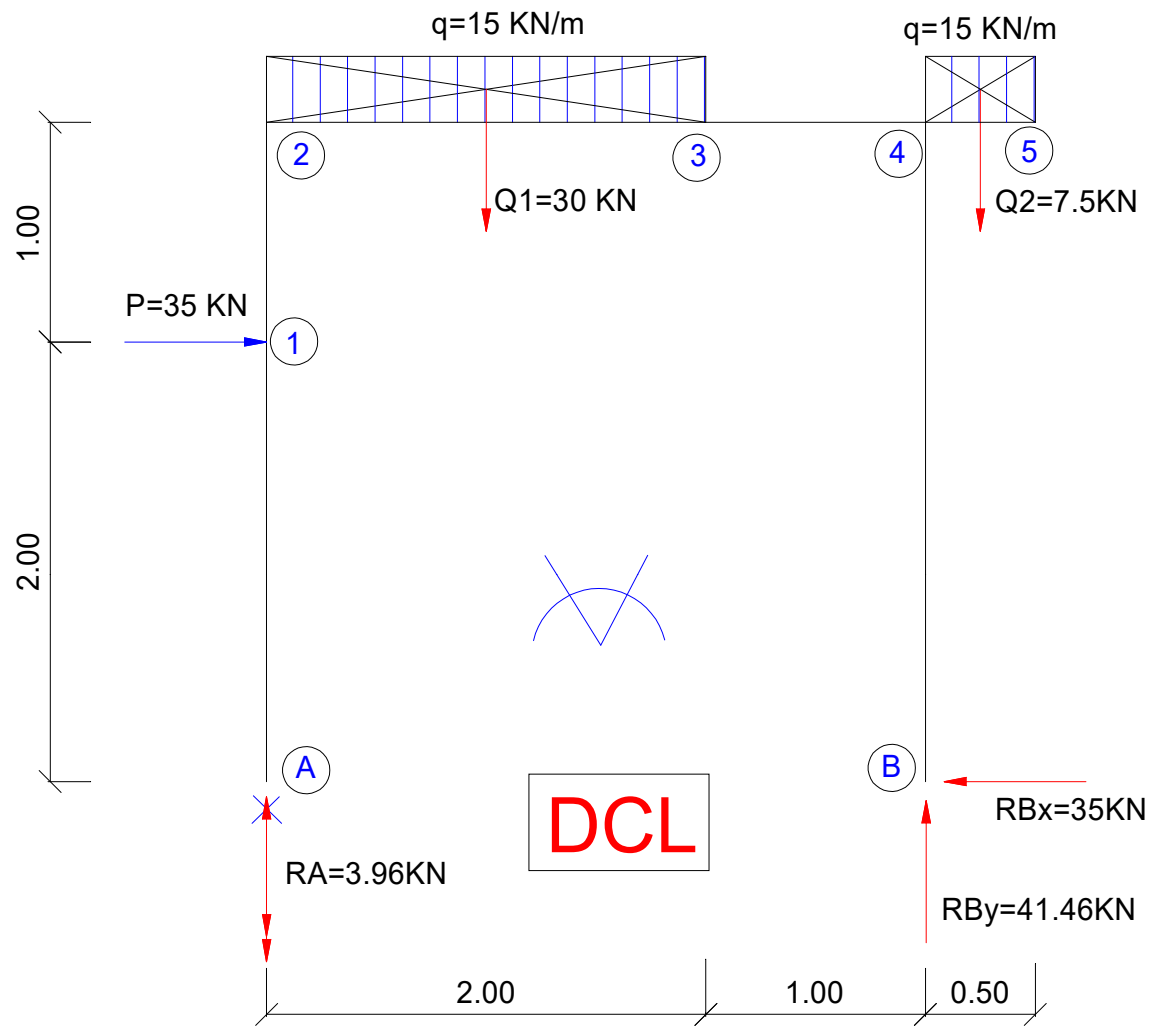
## Cálculo de Reacciones

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P - R_{Bx} \Rightarrow R_{Bx} = 35 \text{ kN}$$

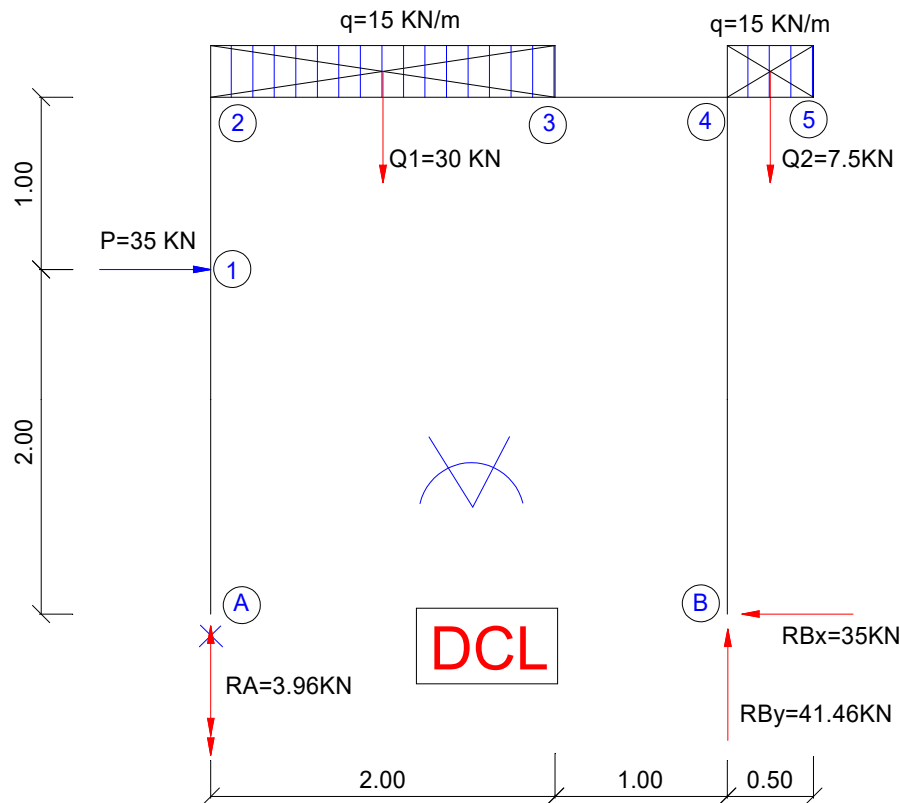
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow P * 2 \text{ m} + Q_1 * 1 \text{ m} + Q_2 * 3.25 \text{ m} - R_{By} * 3 \text{ m} \Rightarrow R_{By} = 41.46 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow Q_2 * 0.25 \text{ m} - Q_1 * 2 \text{ m} + P * 2 \text{ m} + R_{Ay} * 3 \text{ m} \Rightarrow R_{Ay} = -3.96 \text{ kN}$$





## Esfuerzo de corte: Q



Col. Izq.

$$Q_A = 0$$

$$Q_1^i = 0$$

$$Q_1^d = -P = -35 \text{ KN}$$

$$Q_2 = -P = -35 \text{ KN}$$

Viga

$$Q_2 = -R_{Ay} = -3.96 \text{ KN}$$

$$Q_3 = -R_{Ay} - q * 2 \text{ m} = -33.96 \text{ KN}$$

$$Q_4 = -R_{Ay} - q * 2 \text{ m} = -33.96 \text{ KN}$$

Vol.

$$Q_4 = -(-q * 0.5 \text{ m}) = -7.5 \text{ KN}$$

$$Q_5 = 0$$

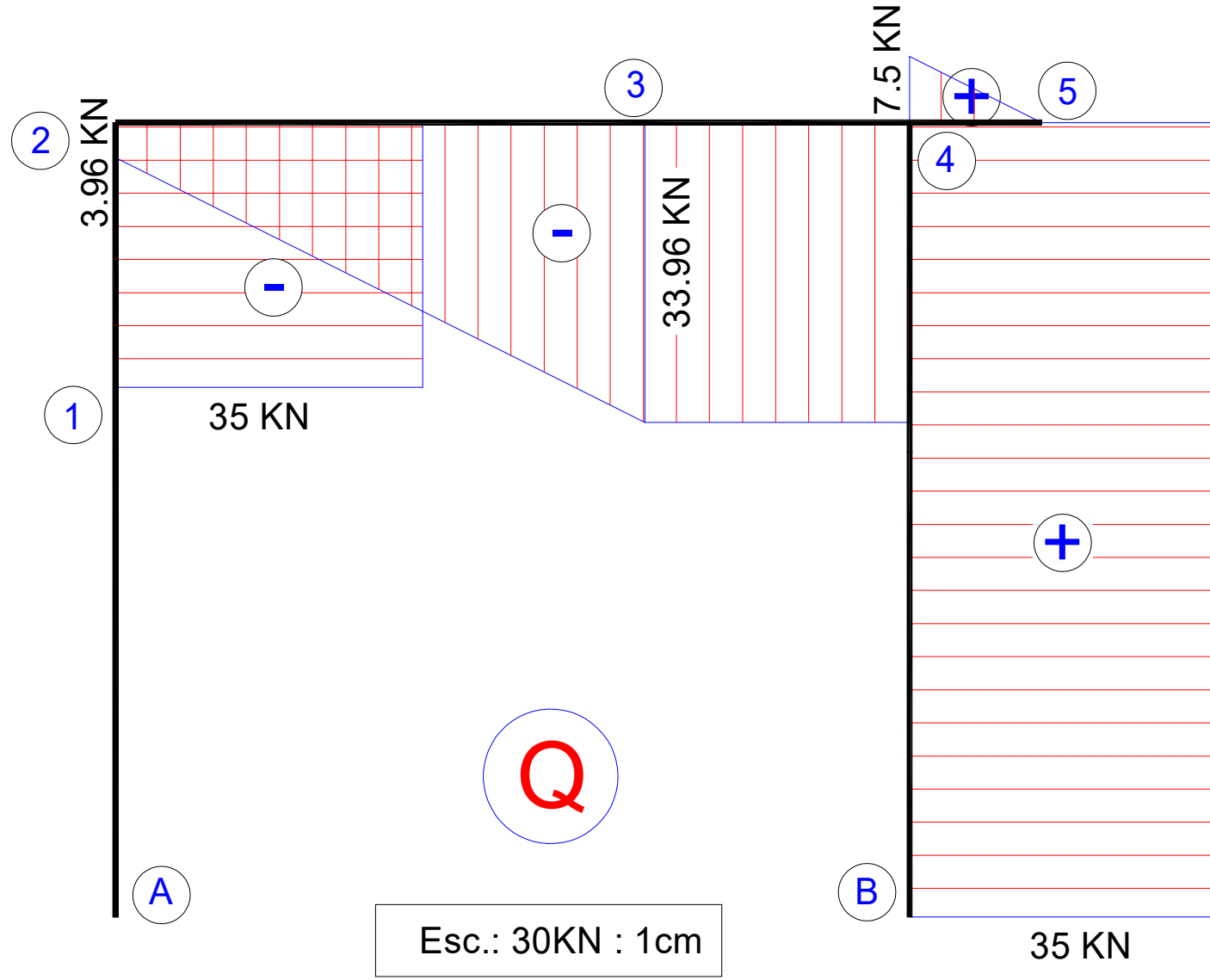
Col. Der.

$$Q_4 = P = 35 \text{ KN}$$

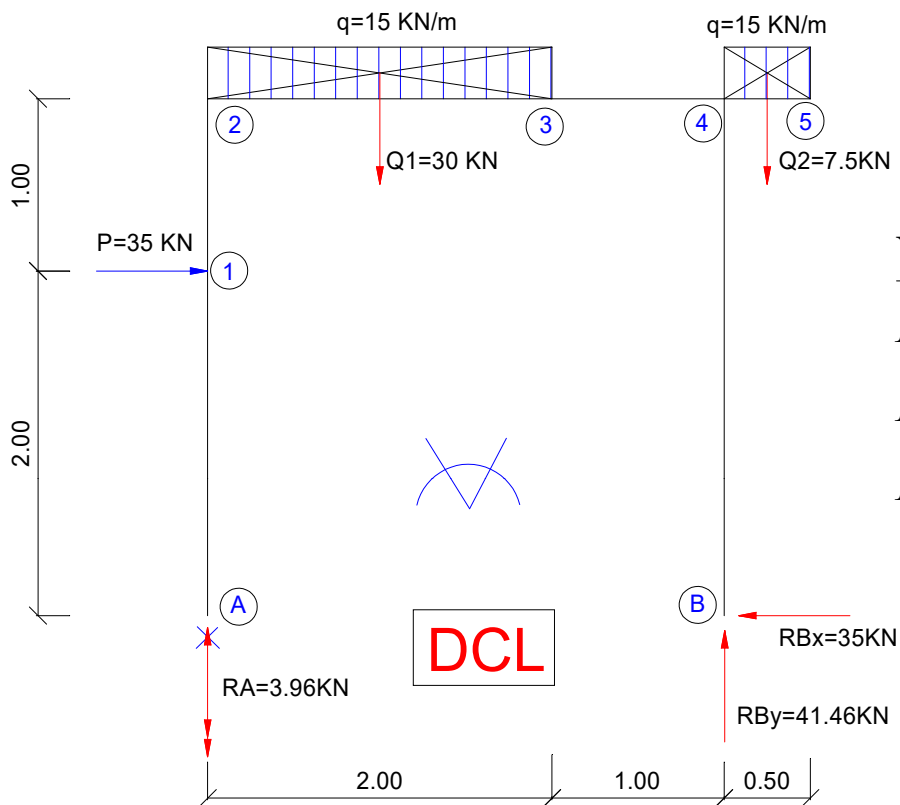
$$Q_B^i = -(-R_{Bx}) = 35 \text{ KN}$$

$$Q_B^d = 0$$

# Esfuerzo de corte: Q



## Momento Flector: M



Col. Izq.

$$M_A = 0$$

$$M_1 = 0$$

$$M_2 = -P * 1m = -35 \text{ KNm}$$

Viga

$$M_2 = -P * 1m = -35 \text{ KNm}$$

$$M_3 = -RAy * 2m - P * 1m - (q * 2m * 1m) = -72.92 \text{ KNm}$$

$$M_3 = -RAy * 3m - P * 1m - (q * 2m * 2m) = -106.87 \text{ KNm}$$

Vol.

$$M_4 = -(-q * 0.5m * 0.25) = -1.87 \text{ KNm}$$

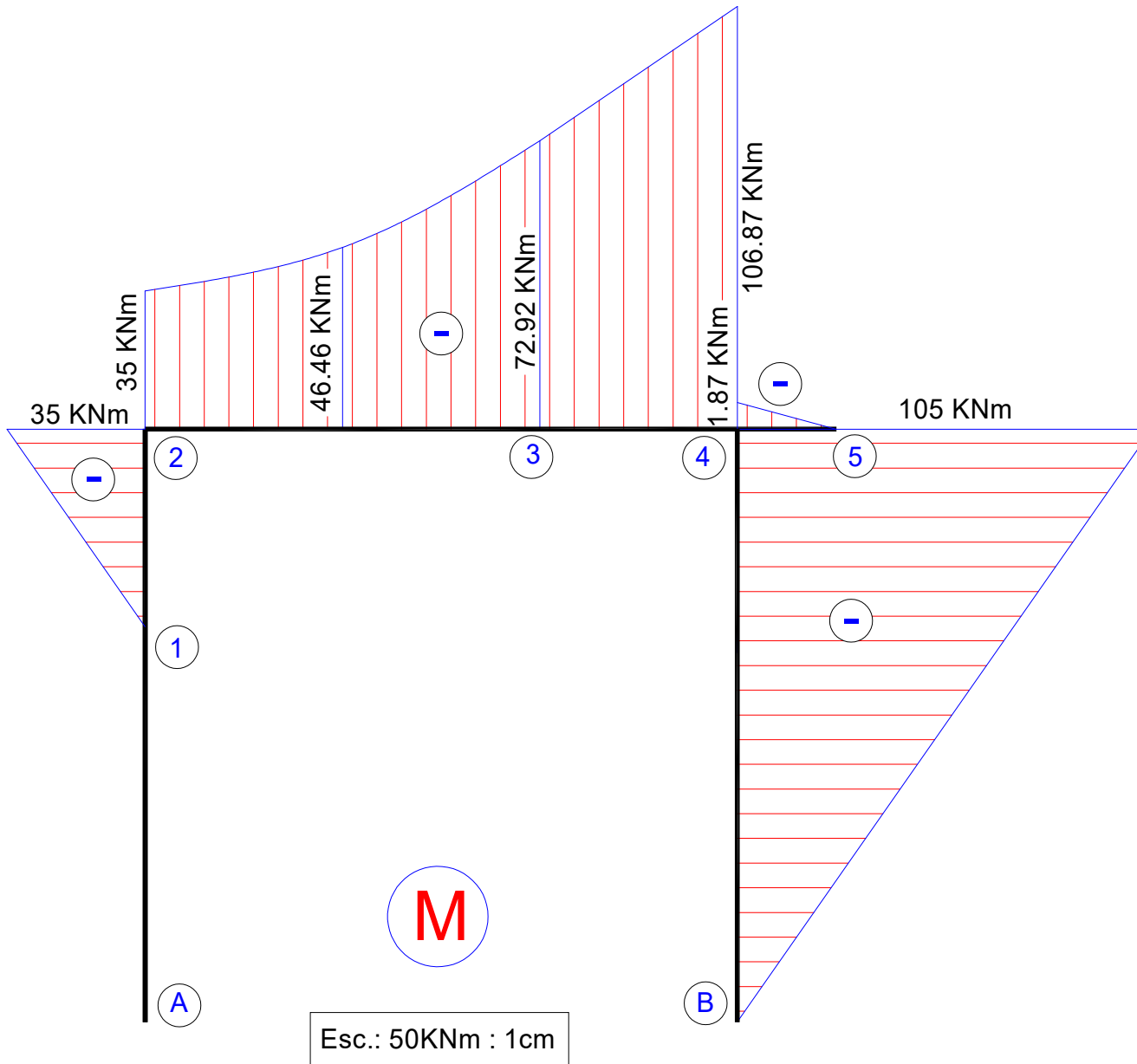
$$M_5 = 0$$

Col. Der.

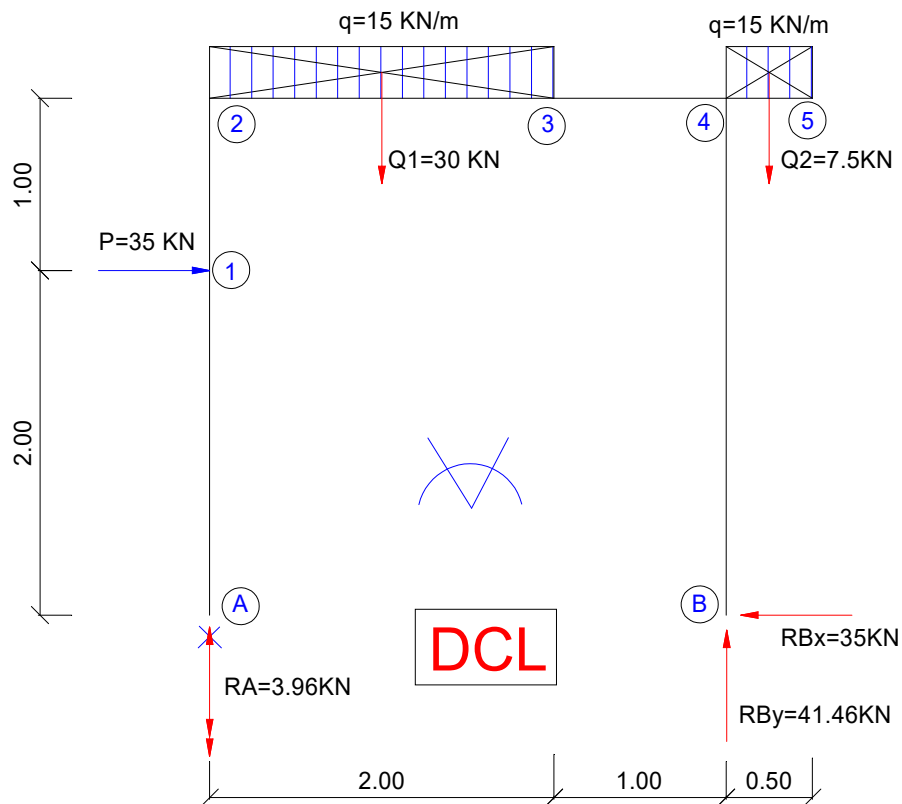
$$M_4 = -(RBx * 3m) = 105 \text{ KNm}$$

$$M_B = 0$$

# Momento Flector: M



## Esfuerzo Normal: N



Col. Izq .

$$N_A = R_{Ay} = 3.96 \text{ KN}$$

$$N_1 = R_{Ay} = 3.96 \text{ KN}$$

$$N_2 = R_{Ay} = 3.96 \text{ KN}$$

TRACCIÓN  
(+)

Viga

$$N_2 = P = 35 \text{ KN}$$

$$N_3 = P = 35 \text{ KN}$$

$$N_4 = P = 35 \text{ KN}$$

COMPRESIÓN  
(-)

Vol.

$$N_4 = 0$$

$$N_5 = 0$$

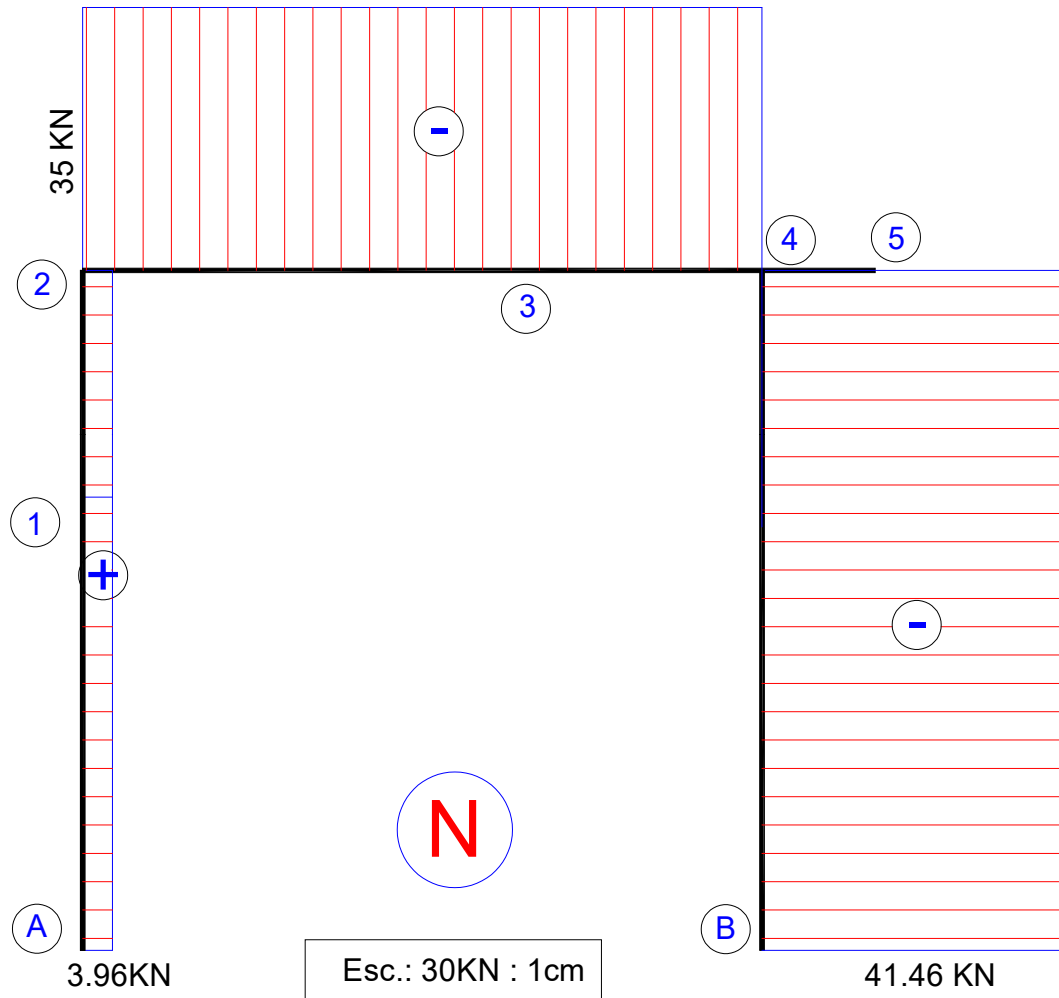
Col. Der .

$$N_4 = R_{By} = 41.46 \text{ KN}$$

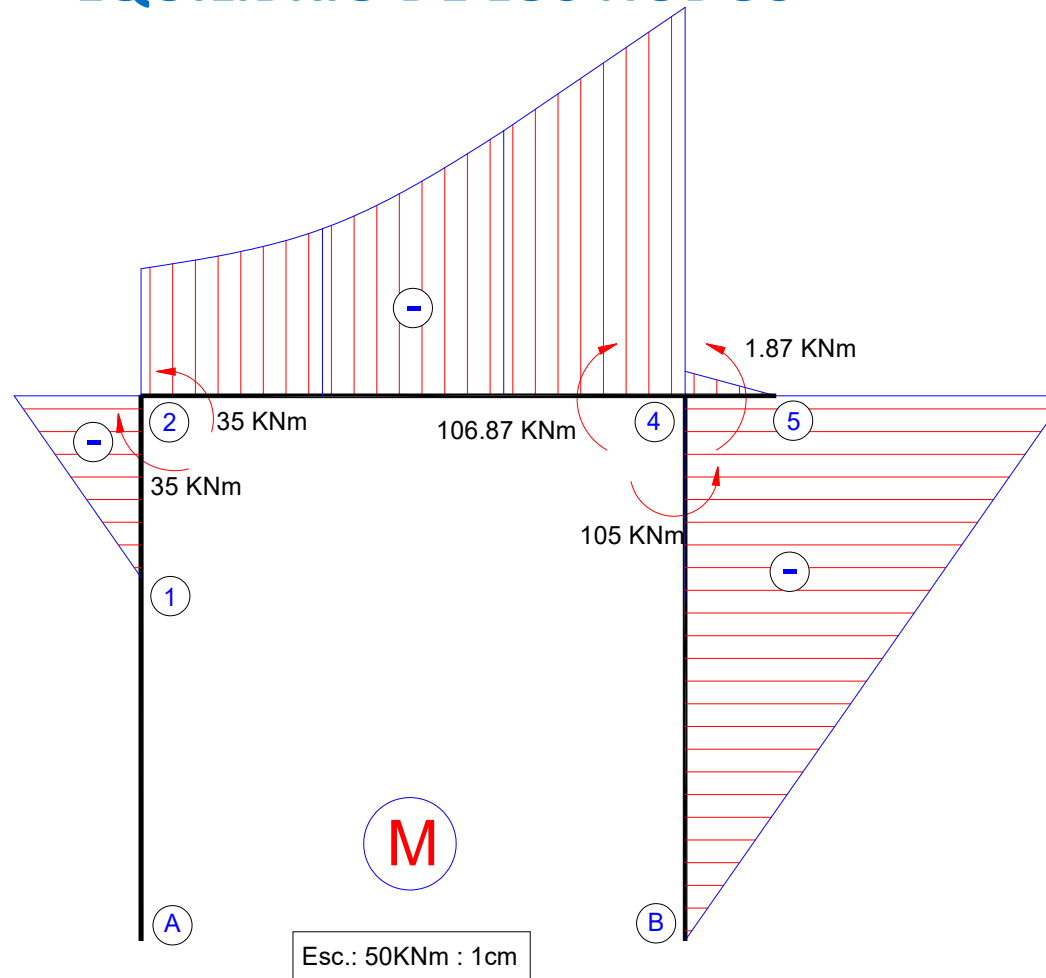
$$N_B = R_{By} = 41.46 \text{ KN}$$

COMPRESIÓN  
(-)

# Esfuerzo Normal: N



# EQUILIBRIO DE LOS NUDOS



Nudo2

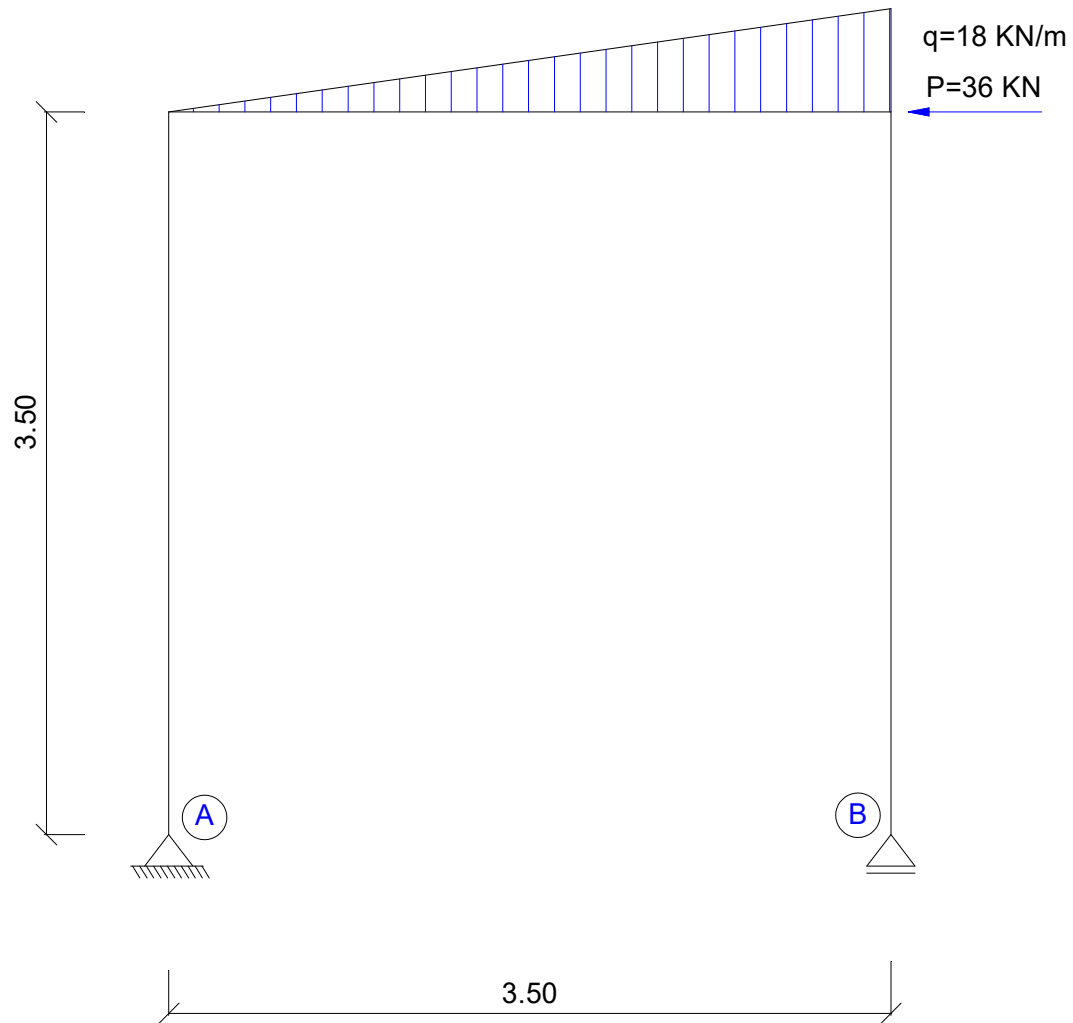
$$M_2 = M_2^{Col.izq} - M_2^{Viga} = 35KNm - 35KNm = 0$$

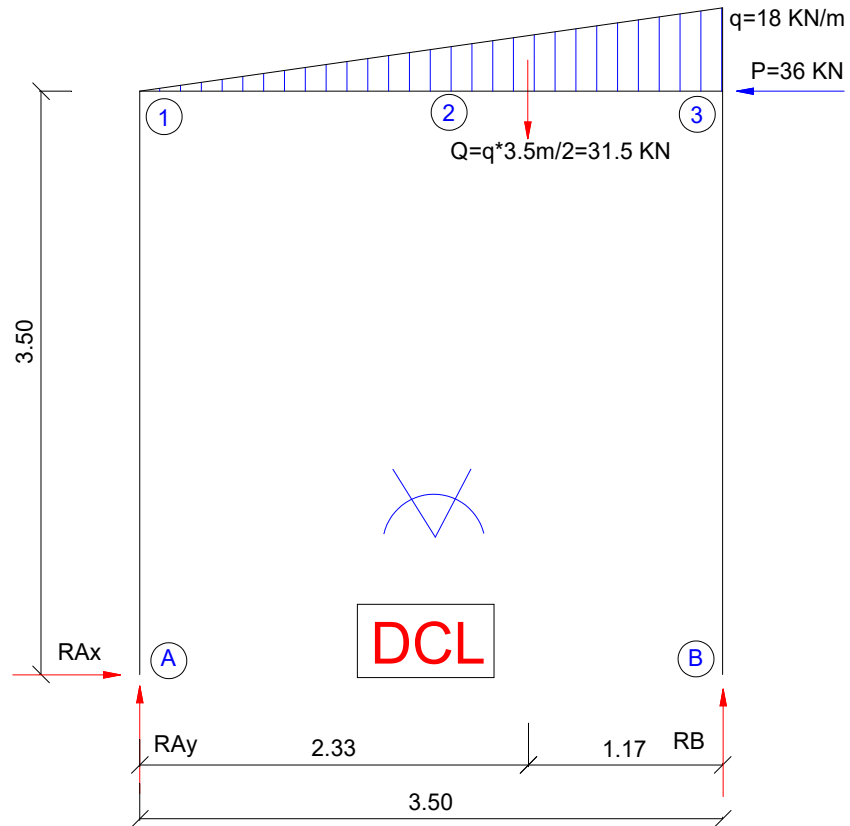
Nudo4

$$M_4 = M_4^{Viga} - M_4^{Vol} - M_4^{Col.der} = 106.87 - 1.87KNm - 105KNm = 0$$



# Ejercicio N°11: Determinar los esfuerzos internos



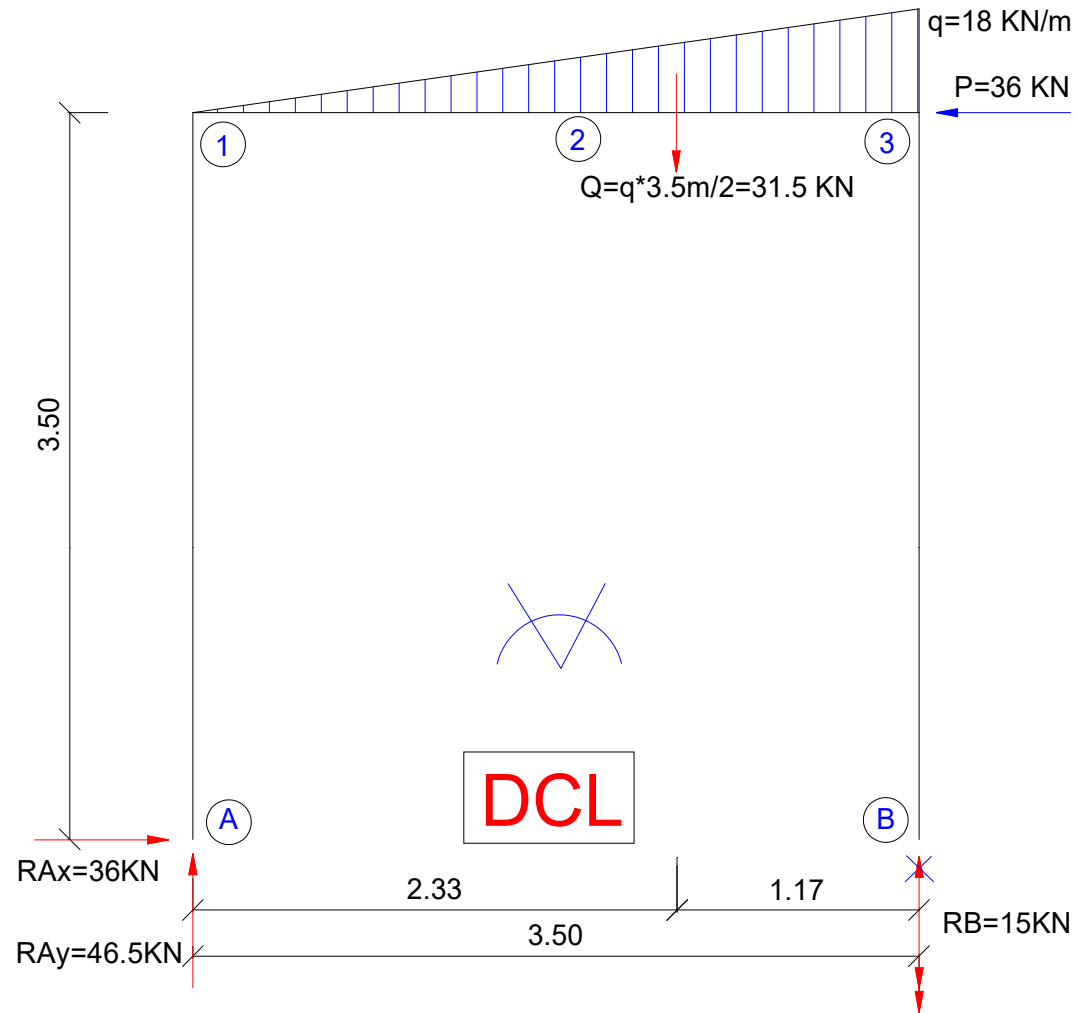


## Cálculo de Reacciones

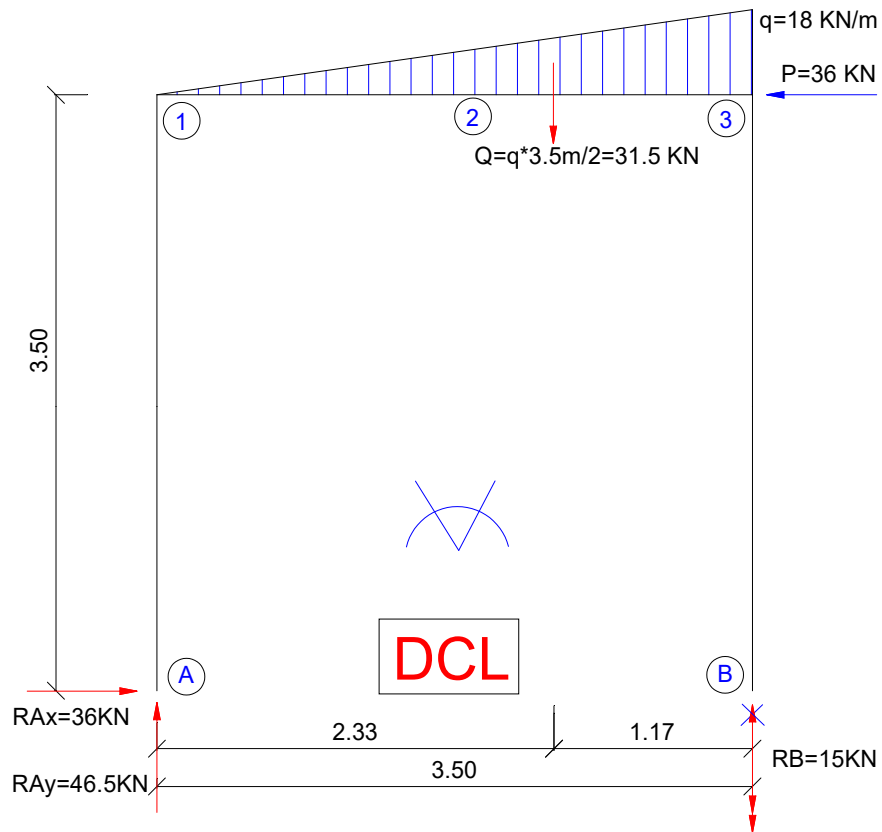
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow RAx - P \Rightarrow RAx = 36 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow +Q \cdot 2.33 \text{ m} - P \cdot 3.5 \text{ m} - RB \cdot 3.5 \text{ m} \Rightarrow RB = -15 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow RAy - Q - RB \Rightarrow RAy = 46.5 \text{ kN}$$



## Esfuerzo de corte: Q



Col. Izq .

$$Q_A^i = 0$$

$$Q_A^d = -R_{Ax} = -36 \text{ KN}$$

$$Q_1 = -R_{Ax} = -36 \text{ KN}$$

Viga

$$Q_1 = R_{Ay} = 46.5 \text{ KN}$$

$$Q_3 = R_{Ay} - \frac{q \cdot 1.75}{2} = 38.62 \text{ KN}$$

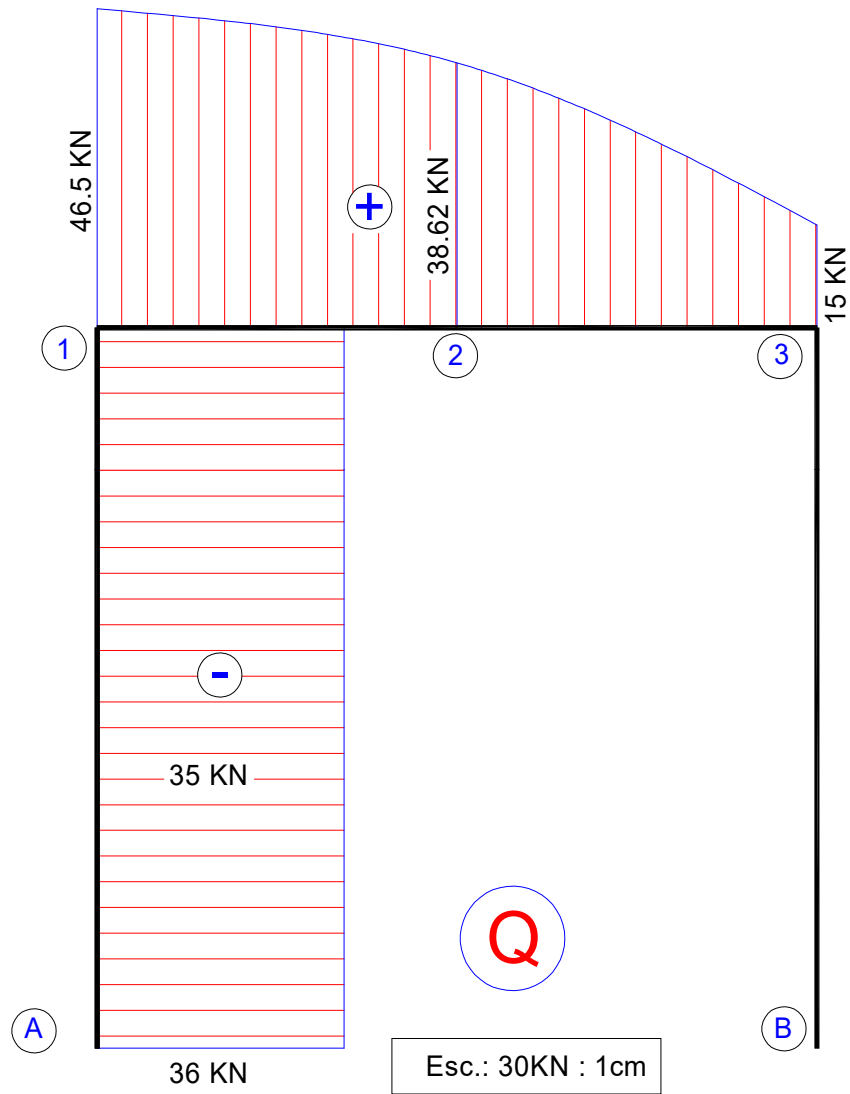
$$Q_3 = -(-R_{By}) = 15 \text{ KN}$$

Col. Der .

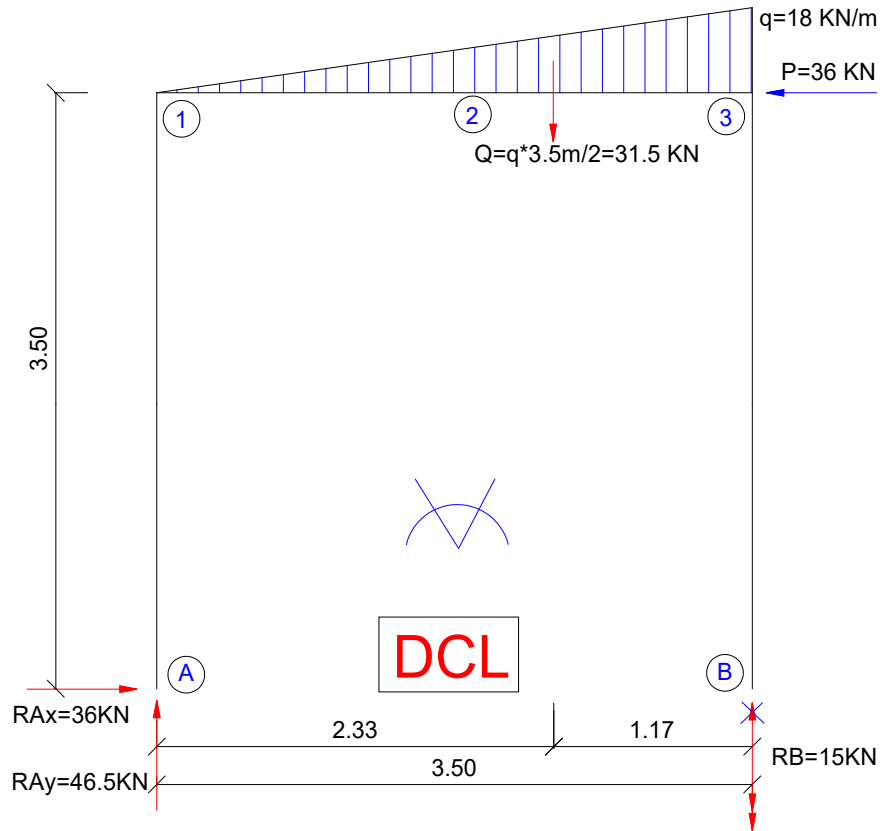
$$Q_3 = 0$$

$$Q_B = 0$$

# Esfuerzo de corte: Q



## Momento Flector: M



Col. Izq .

$$M_A = 0$$

$$M_1 = -R_{Ax} \cdot 3.5m = -126 \text{ KNm}$$

Viga

$$M_1 = -R_{Ax} \cdot 3.5m = -126 \text{ KNm}$$

$$M_2 = -R_{Ax} \cdot 3.5m + R_{Ay} \cdot 1.75m - \left( \frac{q' \cdot 1.75m}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.75m \right)$$

$$M_2 = -49.22 \text{ KNm}$$

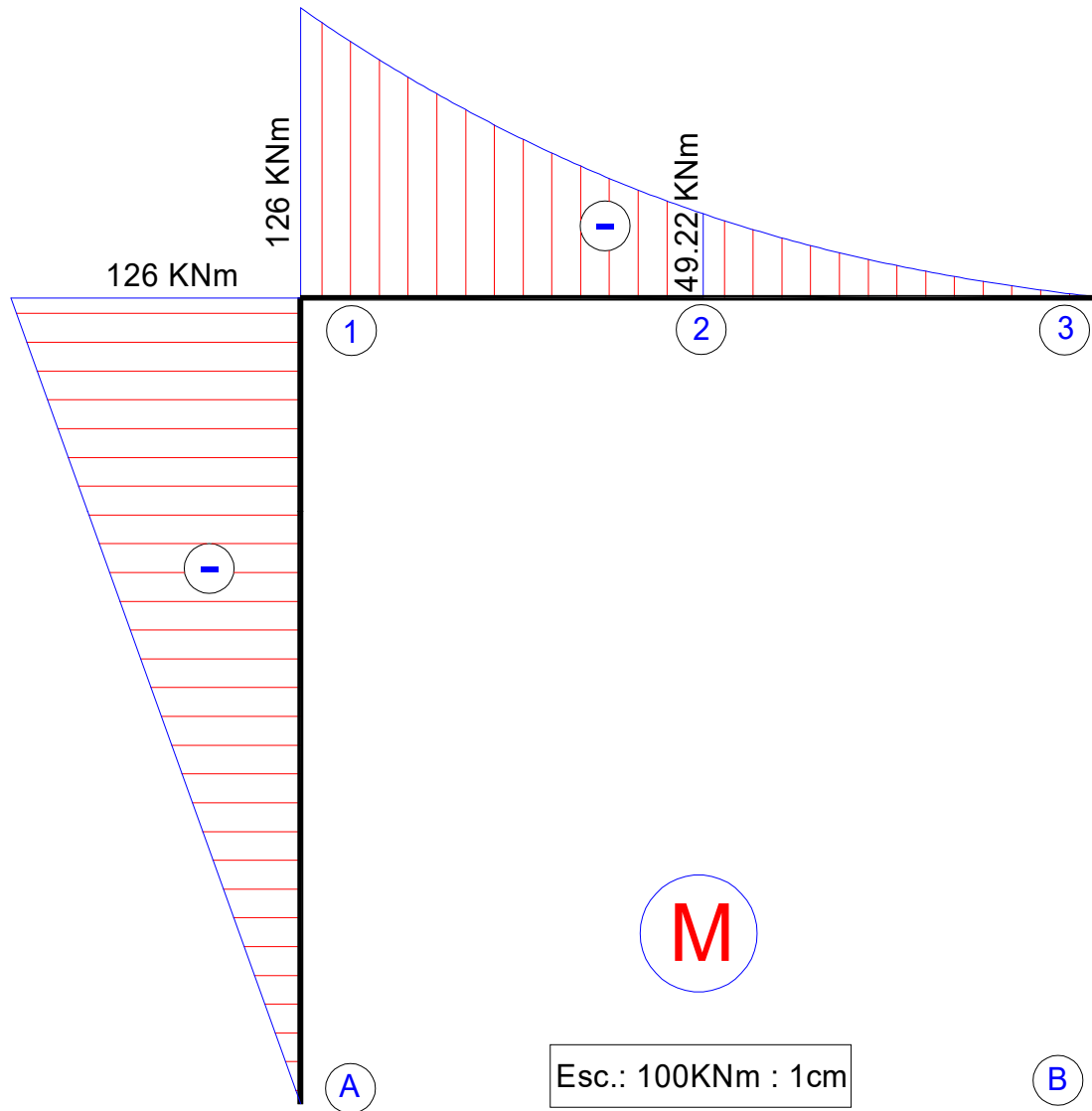
$$M_3 = 0$$

Col. Der .

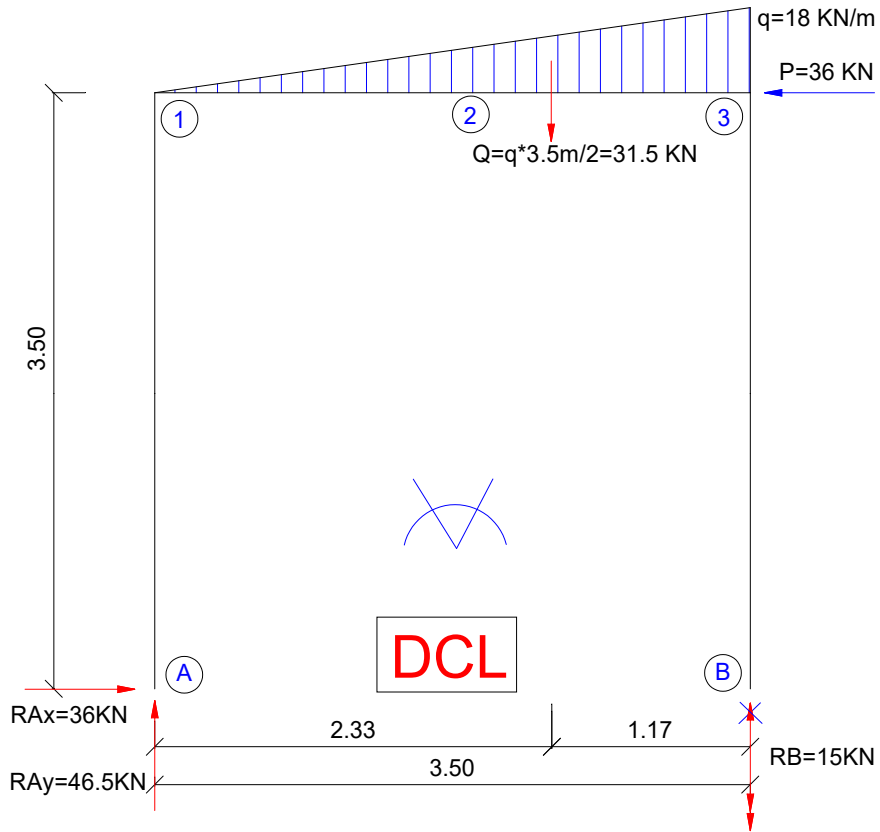
$$M_3 = 0$$

$$M_B = 0$$

# Momento Flector: M



## Esfuerzo Normal: N



Col. Izq.

$$N_A = RAy = 46.5 \text{ KN}$$

$$N_1 = RAy = 46.5 \text{ KN}$$

COMPRESIÓN  
(-)

Viga

$$N_1 = RAx = 36 \text{ KN}$$

$$N_2 = RAx = 36 \text{ KN}$$

$$N_3 = RAx = 36 \text{ KN}$$

COMPRESIÓN  
(-)

Col. Der.

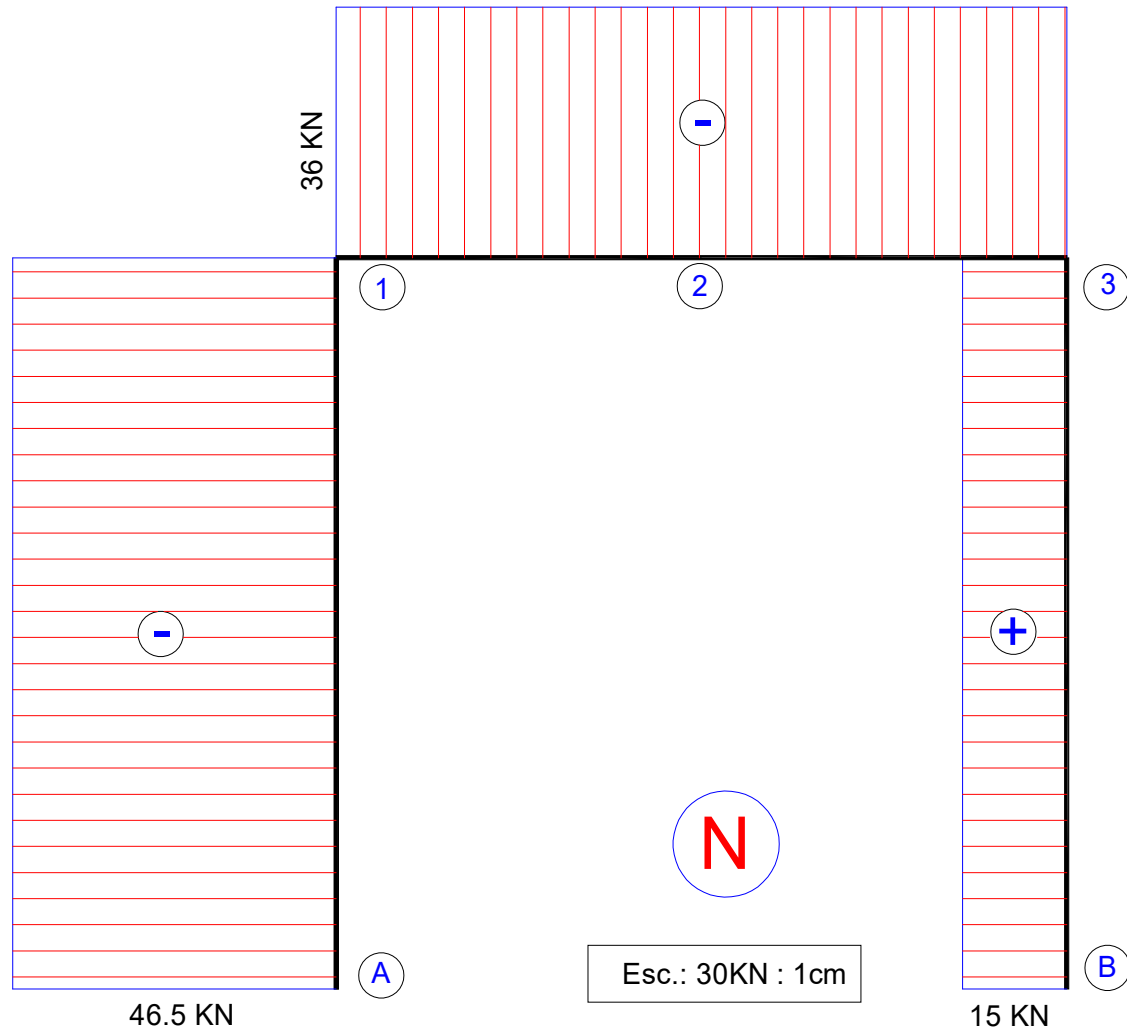
$$N_3 = RB = 15 \text{ KN}$$

$$N_B = RB = 15 \text{ KN}$$

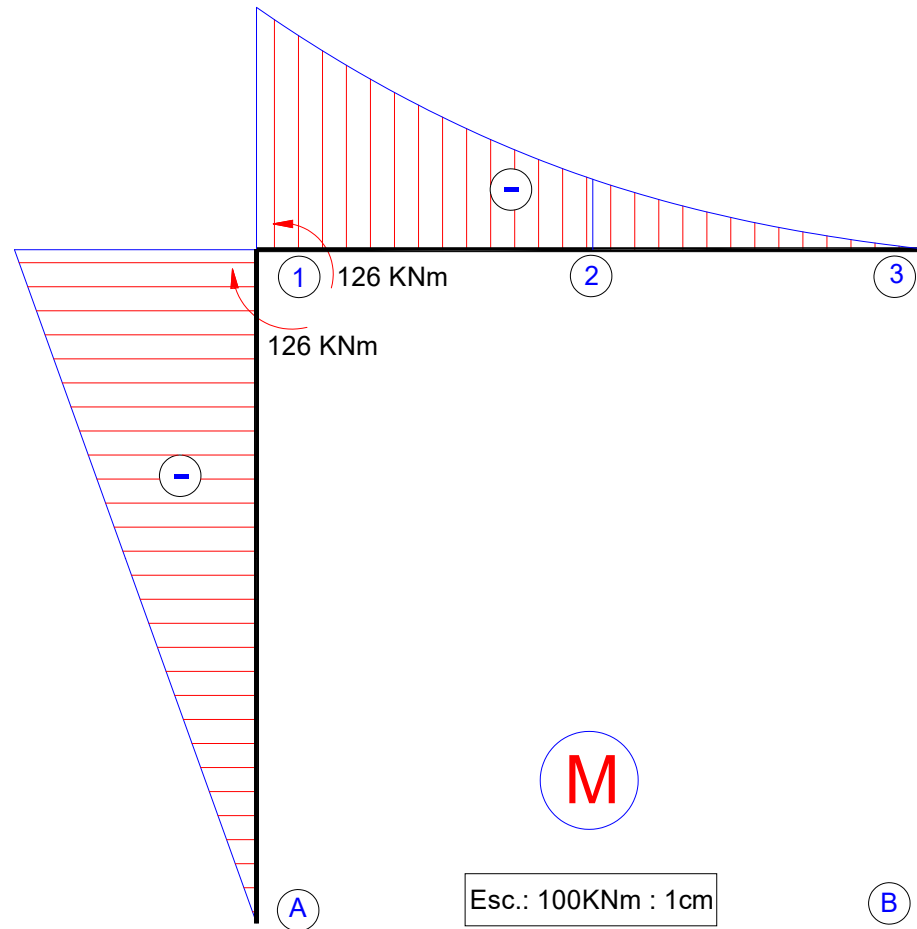
TRACCIÓN  
(+)



# Esfuerzo Normal: N



# EQUILIBRIO DE LOS NUDOS



Nudo1

$$M_1 = M_1^{Col.izq} - M_1^{Viga} = 126kNm - 126kNm = 0$$