

## Teoría del Capítulo 3

### Desplazamiento en reservorios estratificados

A diferencia de los reservorios homogéneos y con desplazamiento lineal, en un reservorio estratificado existe una definida variación en los parámetros de reservorio con el espesor en dirección perpendicular al buzamiento, por lo cual la descripción del desplazamiento necesariamente es más complejo. Sin embargo, el mismo método utilizado en el capítulo anterior para generar las permeabilidades relativas promediadas como función de la saturación de agua promediada en el espesor se utiliza con el objetivo de reducir el problema a una dimensión y así aplicar la teoría de B-L y el método de Welge.

Sin embargo Dake<sup>1</sup> aprovecha para llamar la atención de que la recuperación secundaria se lleva adelante en reservorios y no en testigos obtenidos de una corona y por lo tanto la eficiencia del proceso es gobernada por tres procesos físicos :

- La relación de movilidades (M)
- Heterogeneidades
- Gravedad

El primer punto es estudiado en el trabajo experimental de laboratorio tanto en el análisis de permeabilidades relativas y mojabilidades como al efecto de la relación de movilidades.

Estos aspectos fueron tratados con detenimiento en el capítulo 1.

Tanto las heterogeneidades como los efectos gravitatorios están relacionados unos con otros y su efecto debe estudiarse con detenimiento en formaciones de espesor finito.

Si hacer cálculos previos, es difícil ver cual de estos tres factores es el predominante sobre la recuperación de petróleo, por lo que se sugiere ser muy cuidadoso en hacer suposiciones a priori sobre cual es el factor controlante. La razón sobre este comentario es que es típico prestar mas atención a los resultados de laboratorio que a las realidades macroscópicas del reservorio mismo.

Las heterogeneidades del reservorio afectan la recuperación de petróleo tanto alterando las eficiencias de barrido areal como vertical de acuerdo a la siguiente ecuación:

donde

- $N_d / N$  es la recuperación fraccional del STOIIP(Stock Tank Original Initially in Place)  
 $E_A$  : Eficiencia de barrido areal- La fracción de petróleo recuperado arealmente por secundaria  
 $E_v$  : Eficiencia de barrido vertical-La fracción de petróleo recuperado en el plano x-y por secundaria.

#### **Heterogeneidades verticales**

El factor mas importante que afecta  $E_v$  es la permeabilidad y particularmente la forma en que esta varía a lo largo de la sección del reservorio.

Las permeabilidades pueden variar en el orden de varios órdenes de magnitud en pocos cm, y cuando un parámetro fundamental en la descripción de un proceso presenta este grado de variación, en general , se puede esperar que oculte el efecto de otras variables.

Un segundo aspecto a tener en cuenta respecto a las heterogeneidades verticales es la presencia de varias capas con propiedades muy variables dentro de un mismo reservorio. El origen de esta *estratificación* puede ser el resultado de múltiples factores como cambios en las condiciones de depositación, cambios del ambiente de depositación, cambios de la fuente de depositación, etc.

No importa cual sea su origen, la presencia de la estratificación está asociada a cambios importantes en las permeabilidades y el agua cuando se inyecte para un barrido barrerá preferencialmente aquellas capas mas permeables, por lo que cuando se produzca el BT una parte significativa del reservorio representada por las zonas menos permeables aun contendrán importantes cantidades de petróleo.

Por las razones anteriormente expuestas, el análisis de estratificaciones constituye una herramienta principal en el planeamiento de un waterflooding exitoso.

Tanto los perfiles, como los datos obtenidos de coronas dan una buena idea sobre las variaciones verticales de las distintas propiedades. Esta información es completada con los datos provenientes de ensayos de pozos, ensayos de producción, perfiles de producción, trazadores etc.

Si una capa en particular aparece en varios pozos, las propiedades entre los pozos pueden estimarse.

Los métodos que se presentan asumen que existe continuidad lateral en las distintas capas.

## **Métodos para evaluar la permeabilidad**

### **a.- Valor único**

La media aritmética calculada con (1) utilizada por muchos ingenieros, en general, conduce a resultados optimistas y por lo tanto no es recomendable

$$\bar{k} = \frac{k_1 h_1 + k_2 h_2 + \dots + k_n h_n}{k_1 + k_2 + \dots + k_n} \quad (1)$$

Distintos autores en base a estudios con simuladores han concluido que la mejor representación con un solo valor viene dada por la media geométrica (ecuación 2), la cual al aplicarse a una sección vertical, la formación debe ser dividida en intervalos de igual espesor para pesar igualmente los valores de permeabilidad

$$\bar{k} = (k_1 * k_2 * \dots * k_n)^{1/n} \quad (2)$$

Aunque sería ideal representar un reservorio con un solo valor, uno debe tener muy presente que este tipo de idealización conduce a resultados inciertos. De todas maneras, su uso está justificado en estudios de productividad de pozos, cálculo de inyección. Si lo que se busca es hacer predicciones sobre el comportamiento del reservorio luego del BT, por ejemplo, este modelo presenta severísimas limitaciones.

### **b.- Coeficiente de variación de la permeabilidad o coeficiente de Dykstra-Parsons**

Está demostrado que la permeabilidad tiene una distribución log-normal. Dykstra-Parsons supusieron un reservorio compuesto por un número determinado de capas, cada una de las cuales son su permeabilidad correspondiente y sin flujo cruzado entre ellas. Este tipo de modelo de reservorio se lo conoce como *modelo de torta* (layer cake model)

El método de cálculo del coeficiente de variación de permeabilidad es el siguiente:

- ⇒ Dividir los valores de permeabilidad de las muestras en capas en igual espesor
- ⇒ Arreglar los valores de permeabilidad en orden decreciente
- ⇒ Calcular para cada muestra el porcentaje de muestras que tienen una permeabilidad mayor y expresar este número como *porcentaje mayor que*. La tabla 1 muestra el arreglo que se hace

Tabla 1: Arreglo para el cálculo del Coeficiente de Variación de Permeabilidad

<b>k [md]</b>	<b>% mayor que</b>
10	0
9	10
8	20
7	30
6	40
6	40
6	40
5	70
4	80
3	90

- ⇒ Graficar los valores de la tabla 1 en papel probabilístico logarítmico, donde k se grafica en la escala logarítmica y % mayor que en la escala probabilística.
- ⇒ Trazar la recta que mejor ajuste esos datos y determinar k para los valores de 84.1 y 50% de probabilidad.
- ⇒ Calcular el coeficiente V con

$$V = \frac{k_{50} - k_{84.1}}{k_{50}} \quad (3)$$

El valor de V se considera un indicador cuantitativo del grado de heterogeneidad en el reservorio. Si V=0, el reservorio es homogéneo, y por supuesto a medida que crece V, aumenta la heterogeneidad del mismo.

El uso de este coeficiente, es la base para el posterior desarrollo del método de Dykstra-Parsons para cálculo del comportamiento de reservorios multicapas bajo inyección de agua.

#### c.- Método de Stiles

El método también está basado en un modelo de torta.

El procedimiento para expresar la variación vertical de la permeabilidad es el siguiente:

Ordenar los datos de permeabilidad, no importando de que pozo ni su posición estructural, en forma decreciente.

Determinar la distribución de capacidades de flujo, kh, dentro de la formación. Conviene expresar esta distribución en forma adimensional. La tabla 2 muestra el esquema de cálculo

Graficar la curva de distribución de capacidad para el reservorio(línea llena ABC en la fig.1)

Tabla 2: Arreglo de Stiles

$\Delta h$	$k$	$k \Delta h$	$\Delta C = (k \Delta h)_i / \sum k \Delta h$	$C = \sum k \Delta C$	$h = \sum \Delta h_i$	$h' = h/h_t$
$\Delta h_1$	$k_1$	$(k \Delta h)_1$	$\Delta C_1$	$C'_1$	$h_1$	$h'_1$
$\Delta h_2$	$k_2$	$(k \Delta h)_2$	$\Delta C_2$	$C'_2$	$h_2$	$h'_2$
$\Delta h_3$	$k_3$	$(k \Delta h)_3$	$\Delta C_3$	$C'_3 = 1$	$h_3$	$h'_3 = 1$
$h_t = \sum \Delta h$		$\sum k \Delta h$	1.0			

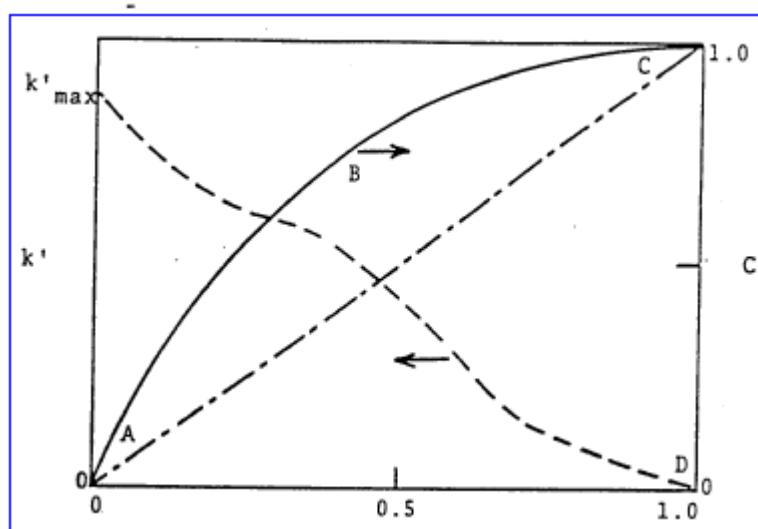


Fig.1:Curvas de distribución de la capacidad y la permeabilidad para el método de Stiles

Usar la curva de distribución de la capacidad para determinar la curva de distribución de la permeabilidad. Para ello, y teniendo en cuenta que la definición de capacidad como el producto de  $kh$ , la permeabilidad no es otra cosa que la derivada de la capacidad respecto al espesor

o en forma adimensional

$$k = \frac{dC}{dh} \quad (4)$$

$$k' = \frac{dC}{dh'} \quad (5)$$

La obtención de los valores de  $k'$  se hace gráficamente dividiendo el eje de absisas  $h'$  en incrementos iguales (10 en general son suficientes). El método de cálculo está esquematizado en la tabla 3.

Tabla 3: Cálculo de  $k'$

$C$	$h'$	$\Delta C$	$\Delta h'$	$k' = \Delta C / \Delta h'$	Graficar
$C_1$	$h'_1$	$C_1$	$h'_1$	$k'_1$	$h'_1/2$
$C_2$	$h'_2$	$C_2 - C_1$	$h'_1 - h'_2$	$k'_2$	$h'_1 + (h'_2 - h'_1)/2$
..	..	..	..	..	..
$C_{10}$	$h'_{10} = 1.0$	$1.0 - C_9$	$1.0 - h'_9$	$k'_{10}$	$h'_9 + (1.0 - h'_9)/2$

Obsérvese que el punto que se grafica es el correspondiente al punto medio del intervalo para el que se calcula  $k'$ . La línea de puntos en la fig.3 muestra la distribución de permeabilidades.

La mayor crítica que se le hace a este método es que no tiene en cuenta la posición de la cual se obtiene el valor de la permeabilidad, ya que cada punto se lo trata como si fuera un valor aleatorio.

A pesar de estas limitaciones, este método se ha utilizado exitosamente, de allí que sea muy popular como método para expresar las variaciones de permeabilidad.

### El problema de la selección de las capas

Tanto el método de Dykstra-Parsons como el de Stiles seleccionan capas sin sentido físico, aunque estos métodos pueden aplicarse cuando las capas se eligen en función de la posición.

Para la selección de las capas pueden sin embargo elegirse entre distintas alternativas tales como :

- ⇒ En función de la existencia de barreras naturales, como la presencia de capas arcillosas
- ⇒ Igual espesor: Es el método mas utilizado porque es sencillo, su principal limitación es que no tiene en cuenta la ocurrencia de capas que naturalmente aparecen en un reservorio
- ⇒ Igual capacidad de flujo ( $kh$ ): En teoría, aparece como mejor que el anterior ya que refleja el efecto de las zonas con alta permeabilidad que controlan el comportamiento agua-petróleo del frente.
- ⇒ Por capas geológicas: En este caso las zonas se seleccionan en función de características litológicas semejantes. Esto obliga a un análisis geológico de detalle auxiliados en datos de coronas, perfiles, afloramientos, análisis de facies,etc. Esta es la mejor aproximación al problema, pero la que mayor tiempo consume y al mismo tiempo es la mas cara.

Todos los métodos presentados tienen en común suponer la inexistencia de crossflow entre las capas y que al mismo tiempo tienen continuidad lateral, esta es una condición que no es cumplida por todos los reservorios y donde la permeabilidad vertical juega un rol importante.

El efecto del crossflow ha sido estudiado tanto con modelos físicos como matemáticos y en general estos trabajos concluyen que para movilidades menores que 1 ( $M < 1$ ) el crossflow tiende a aumentar la recuperación de petróleo, en cambio si  $M > 1$ , la recuperación será menor.

Dake<sup>1</sup> presenta una serie de reparos a la teoría presentada aquí, y que podríamos llamar clásica, ya que es la presente en todos los libros de ingeniería de reservorios o waterflooding.

Sus principales puntos de vista están relacionados a la importancia de las variaciones de la permeabilidad vertical, las cuales juegan un rol preponderante en la recuperación y por eso critica dos gráficos muy utilizados en la industria:

a.- El de  $k$  vs  $\phi$ , por ser incapaz de dar una idea correcta sobre la severidad de la distribución variable de la permeabilidad.

b.- El método de Dykstra –Parsons para obtener el valor de  $V$ . Su principal crítica es que este método descarta el problema de la segregación gravitacional ya que sólo incorpora las relaciones de movilidad y la heterogeneidad. En efecto, al realizarse el gráfico no se tiene en cuenta cual es la posición de la muestra, por lo que trata a cada valor de la corona como si fuera un reservorio separado y aislado, con lo que se descarta las condiciones de equilibrio vertical ya discutidas, y por lo tanto si se aplica el método a distintos reservorios como los presentados en la fig.2, conduce a la misma eficiencia vertical, lo cual no es cierto.

Finalmente terminaremos esta sección con un comentario sobre "cut offs". Cuando se hace este análisis, en general se excluyen secciones del reservorio que se caracterizan por su baja  $k$  y/o  $\phi$  y/o su alta  $S_w$ , pero no se indica la posición relativa de estas secciones, por lo tanto cuando se calcula el espesor neto, no sabemos si la parte excluida corresponde al tope, la base o el medio del reservorio, y como dijimos en el párrafo anterior esta información es crucial

para incorporar los efectos gravitatorios, por lo que se sugiere que dichas figuras se incorporen a los gráficos que proporcionan tanto los petrofísicos como a partir del análisis de los perfiles

Una consecuencia de lo anterior es que **todo análisis de permeabilidad debe comenzar con el gráfico  $k$  vs profundidad o espesor en escala lineal** y no logarítmica como es costumbre. La razón de lo anterior es simple, la escala logarítmica distorsiona el efecto de la severidad de las heterogeneidades verticales.

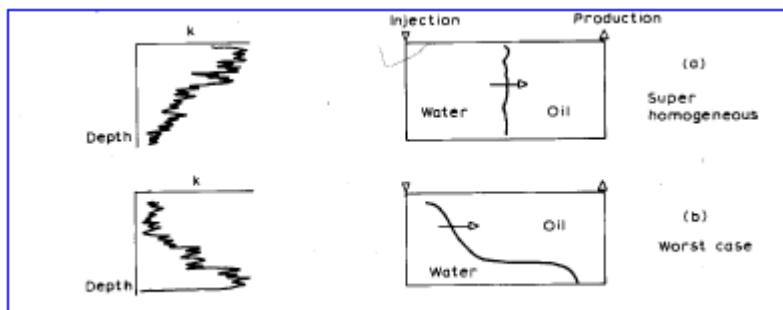


Fig.2: Influencia de la distribución de permeabilidad en un reservorio continuo sobre la eficiencia de desplazamiento vertical

### Heterogeneidades areales

Incluye variaciones en las propiedades de la formación ( $h$ ,  $\phi$ ,  $k$ ,  $S_{wc}$ ), factores geométricos tales como las posiciones y formas de las fallas y límites, como así también su tipo.

El objetivo de coronar pozos, perfilar, realizar ensayos de pozo (well testing) es precisamente poder hacer una correcta estimación de  $E_v$  ya que las incertidumbres areales son mucho mayores. Es por lo tanto que  $E_A$  es la gran incertidumbre en los estudios de desarrollo de un reservorio.

El ajuste de producción utilizando un simulador numérico es el gran desafío, fundamentalmente una vez que se alcanzó el BT y en donde los pozos productores podrán ajustarse en el tiempo que se alcanzó el mismo (BT) junto al corte de agua subsiguiente.

De esta manera el modelo puede usarse para resolver la ecuación donde  $N_p/N$  se conoce,  $E_v$  se la considera un dato y por lo tanto la única incógnita es  $E_A$ .

La necesidad de tener un valor confiable de  $E_v$  implica poner todo el énfasis en el análisis de los datos verticales obtenidos de todos los pozos y su correcta interpretación. Este análisis generalmente finaliza con la construcción de las curvas de pseudopermeabilidades relativas.

### 1.-Receta para calcular la eficiencia de barrido vertical en reservorios heterogéneos

Dake<sup>1</sup> sugiere los siguientes pasos no importando cual sea la naturaleza de las heterogeneidades:

1. Dividir la sección en  $N$  capas, cada una caracterizada con los siguientes parámetros:  $h_i$ ,  $k_i$ ,  $f_i$ ,  $S_{wci}$ ,  $S_{ori}$ ,  $k'_{rwi}$ ,  $k'_{roi}$
2. Decidir si existe comunicación vertical entre las capas o no.
3. Decidir el orden de barrido de las capas y generar las curvas de pseudopermeabilidad relativa para reducir el problema a una dimensión

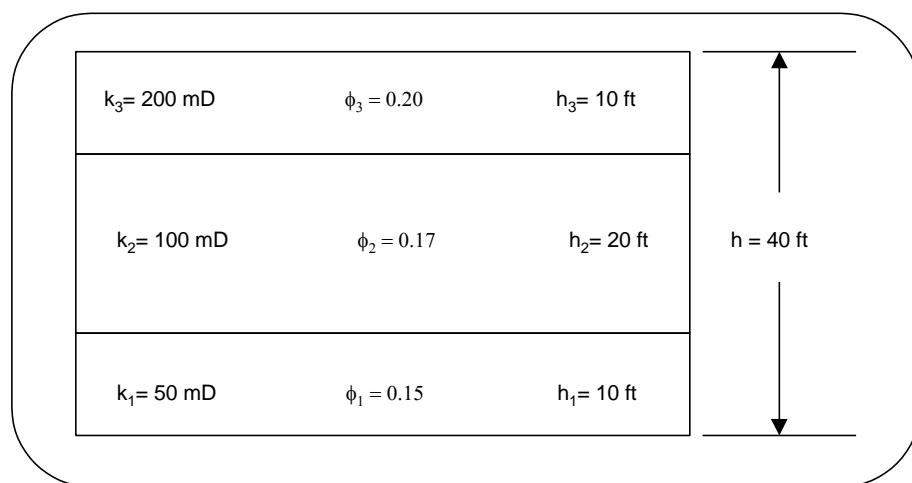
4. Con las pseudofunciones generadas calcular las curvas de flujo fraccional y aplicar el método de Welge para calcular la recuperación de petróleo,  $N_{pD}$  (VP) como función de la acumulada de agua,  $W_{ID}$  (VP).
5. Convertir el volumen de petróleo a fracción recuperada  $N_p/N$ , y relacionarlo luego con el corte de agua en superficie  $f_{ws}$ .

Existen ciertas consideraciones a tener en cuenta para la aplicación de esta receta:

- En general la permeabilidad es el factor dominante, por lo que es común seleccionar las capas basándose en este parámetro.
- Las saturaciones residuales y los puntos extremos de las permeabilidades relativas, en general, no están disponibles para cada capa en que se subdividió el reservorio.
- Los RFT (Repeat Formation Tester) constituyen una invaluable herramienta para determinar grados de comunicación en un reservorio. Su uso es altamente recomendado, incluso, a pesar que existen otras fuentes para la obtención de los contactos agua-petróleo (como los perfiles, por ejemplo). Se recomienda punzar en los pozos tanto exploratorios como de avanzada para la determinación de la presión en capas con agua para así tener otra fuente de estos datos.

### **1.- Capas con la presión comunicada**

Consideremos el caso del reservorio mostrado en la figura 3



**figura 3:**reservorio estratificado con comunicación entre capas

Si mantenemos las suposiciones que  $\gamma_o = 0.81$  y  $\gamma_w = 1.04$  la relación entre presión capilar y elevación del plano de saturación es

$$dP_c = 0.1 dz \text{ (psi)}$$

De igual manera, la ecuación de la pseudo presión capilar para calcular la diferencia de presiones entre las fases en el centro del reservorio será

$$P_c^0 = 0.1(20 - z_{1-Sor})$$

donde  $z_{1-Sor}$  es la elevación del plano de máxima saturación  $S_w = 1 - S_{or}$  y donde  $P_c$  es siempre cero.

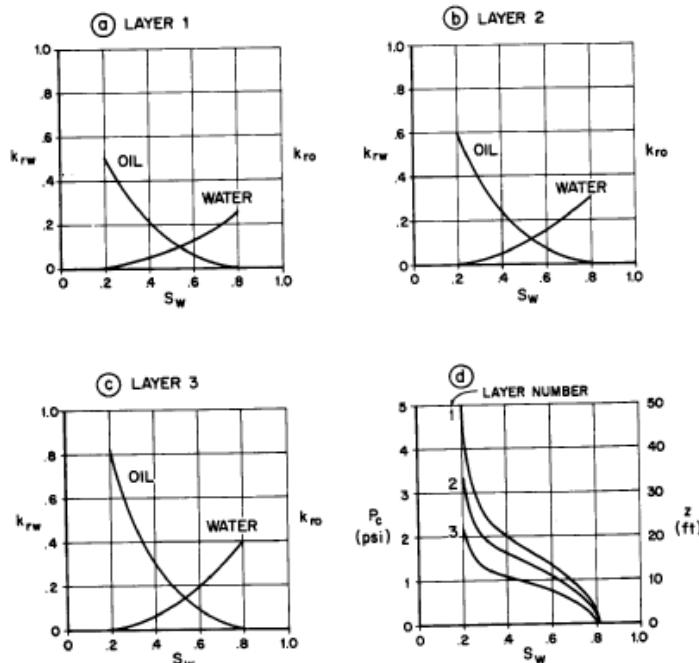


Fig.4: (a); (b) y (c) curvas de  $k_r$  para cada capa (d) curvas de  $p_c$

La figura 4 muestra las permeabilidades relativas medidas en laboratorio para cada una de las capas. Como se mostró en el capítulo anterior se pueden generar las curvas de permeabilidad relativa promedio tomando el plano de máxima saturación en  $S_w = 1 - S_{or}$ , y suponiendo luego equilibrio vertical para determinar los valores de  $S_{wmed}$ ,  $k_{rwmed}(S_{wmed})$  y  $k_{romed}(S_{wmed})$ . Como las presiones de agua y petróleo son continuas a lo largo del espesor del reservorio, mientras que las saturaciones no. Los valores de  $P_c^o$  variarán entre 2 psi cuando  $z=1-z_{or}$  igual a 0 y -2 psi para  $z=40$  ft que corresponde cuando todo el reservorio ha sido barrido.

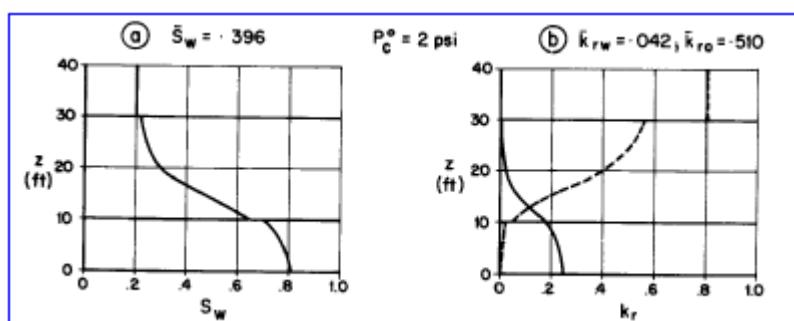


Fig.5 : (a) Saturación de agua (b) Distribución de  $k_r$  en función del espesor cuando  $p_c^o = 2$  psi

Las figuras 6 a 9 representan curvas para saltos de  $P_c^o = 2$  psi donde las saturaciones y permeabilidades relativas se graficaron.

Consideremos la situación inicial donde  $P_c^o = 2$  psi o  $z = z_{1-Sor} = 0$ . La tabla 4 muestra la diferencia de presión entre las fases a lo largo del reservorio, la distribución de saturaciones de agua y las permeabilidades relativas obtenidas usando las figuras 4.

Las presiones del agua y del petróleo son funciones continuas, y por lo tanto las diferencias también lo son a lo largo del reservorio. Sin embargo, la saturación de agua es discontinua en los límites de las capas (ver figura 8), y como los valores de saturación en la tabla 4 se obtuvieron de los valores de presión capilar para cada una de las capas, en la interfase entre

las capas 1 y 2, donde  $P_c = 1$ ,  $S_w = 0.69$  en la capa 1 y 0.63 en la capa 2. De igual manera, al haber 3 curvas de permeabilidades relativas, tambien habrá discontinuidades en las distribuciones de  $k_r$  en los límites de las capas.

**TABLA 4**

Capa	$z$ (ft)	$P_c$ (psi)	$S_w$	$K_{rw}$	$k_{ro}$
	40	4.0	.2	0	.8
3	35	3.5	.2	0	.8
	30	3.0	.2	0	.8
	30	3.0	.22	.002	.55
	25	2.5	.24	.003	.50
2	20	2.0	.29	.02	.40
	15	1.5	.45	.07	.18
	10	1.0	.63	.17	.05
	10	1.0	.69	.18	.02
1	5	.5	.78	.23	.002
	0	0	.80	.24	0

Para la figura 8, la saturación de agua promedio,  $S_{wmed}$ , matemáticamente se calcula con

que al haber tres capas distintas se expresa como

y donde por ejemplo

y donde  $S_{wmed1}$ ,  $S_{wmed2}$  y  $S_{wmed3}$  pueden evaluarse tanto gráfica como numéricamente.

Ecuaciones similares pueden escribirse para las permeabilidades relativas, donde la ecuación para su cálculo es

Los valores de  $P^o_c$ ,  $S_{wmed}$ ,  $k_{rwmed}$  ( $S_{wmed}$ ) y  $k_{romed}$  ( $S_{wmed}$ ) se muestran en la tabla 6 y se grafican en las figuras 10a y 11a y fueron obtenidos por integración gráfica de las figuras 5 a 9.

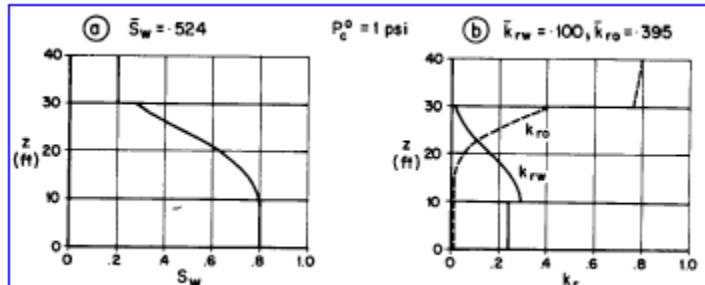
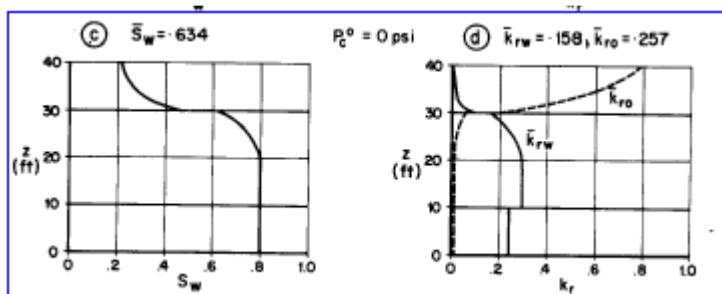
**TABLA 5**

$P^o_o$	$S_{wmed}$	$k_{rwmed}$	$K_{romed}$
7	.200	0.000	.678
2	.396	.042	.510
1	.524	.100	.395
0	.634	.158	.257
-1	.765	.280	.028
-2	.800	.338	0.000

En particular para  $S_{wmed} = 0.2$ , la  $S_{wc}$ , y usando la presión capilar de la capa 1, la presión de la fase en la base del reservorio debe ser al menos 5 psi y por lo tanto  $P^o_c = 7$  psi.

El método descripto es general y el caso estudiado es para cuando las permeabilidades cambian desde el tope a la base del reservorio. Si el reservorio mostrado en la figura 3 fuera invertido los resultados no hubieran sido los mismos (fig.10b y 11b), y donde se puede ver que el desplazamiento mas favorable se alcanza cuando la capa superior es la mas permeable.

En efecto, el agua inyectada barre preferencialmente la capa superior, y luego se va desplazando hacia las capas inferiores, por efecto de la diferencia de gravedad entre el agua y el petróleo, generando una distribución de saturaciones mas pareja. En cambio, si la capa mas permeable es la inferior, la presión capilar tiende a elevar el plano de agua, pero en esta acción no es tan efectiva como las fuerzas gravitatorias para lograr una distribución de saturaciones uniformes.

Fig.6: Distribución de saturaciones y permeabilidades para  $p^o_c= 1$  psiFig.7: Distribución de saturaciones y permeabilidades para  $p^o_c= 0$  psi

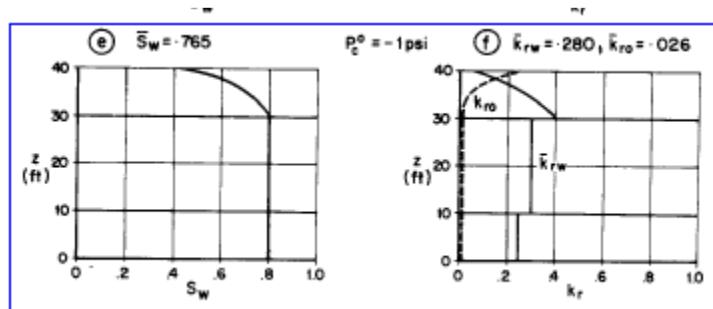


Fig.8: Distribución de saturaciones y permeabilidades para  $p_c^0 = -1 \text{ psi}$

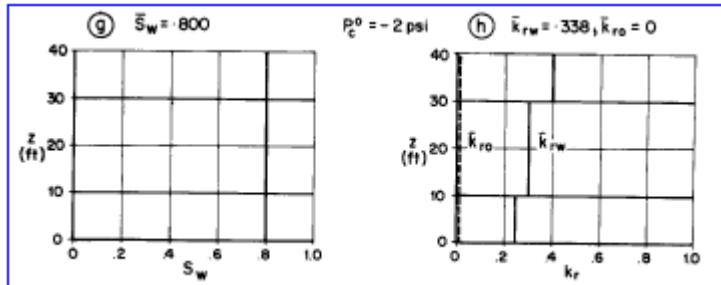


Fig.9: Distribución de saturaciones y permeabilidades para  $p_c^0 = -2 \text{ psi}$

Un caso especial de este método ocurre cuando la zona de transición capilar en cada capa es despreciable y por lo tanto el flujo se produce bajo condiciones segregadas, si el número de capas es  $N$ , y la interfase agua-petróleo se ha elevado hasta la capa  $n$ ésima, la saturación media promedio en el espesor será

$$S_{wmed} = \frac{\sum_{j=1}^n h_j \phi_j (1 - S_{or_j}) + \sum_{j=n+1}^N h_j \phi_j S_{wc_j}}{\sum_{j=1}^N h_j \phi_j} \dots (9)$$

mientras que las permeabilidades relativas promedio en el espesor son

$$k_{rwmed_n}(S_{wmed_n}) = \frac{\sum_{j=1}^n h_j k_j k'_{rw_j}}{\sum_{j=1}^N h_j k_j} \dots (10)$$

y

$$k_{romed_n}(S_{wmed_n}) = \frac{\sum_{j=n+1}^N h_j k_j k'_{ro_j}}{\sum_{j=1}^N h_j k_j} \dots (11)$$

siendo  $k'_{rw_j}$  y  $k'_{ro_j}$  las permeabilidades relativas de los puntos finales al agua y al petróleo en la capa  $j$ ésima, para saturaciones de agua  $(1 - S_{or_j})$  y  $S_{wc_j}$ , resolviéndose los valores discretos de

$S_{wmedn}$ ,  $k_{rwmedn}$  y  $k_{romedn}$ , conectándose a los valores calculados para las capas n-1 y n+1 mediante una línea recta.

La ecuación (9) calcula la saturación promediada en el espesor de agua a medida que sucesivamente se van barriendo, donde el primer término del numerador relaciona las n capas ya barridas y el segundo las capas por barrer conteniendo agua irreductible.

Las ecuaciones (10) y (11) son las permeabilidades relativas promediadas en el espesor, donde (10) se calcula para el agua evaluada sobre las capas barridas, mientras (11) se calcula sobre las capas no barridas. Este procedimiento considera que una capa está barrida con una saturación  $1-S_{ori}$  para el cual el punto extremo es  $k'_{rw}$  se necesita, o está completamente sin barrer, con saturación  $S_w = S_{wc}$ ,  $k_{ro} = k'_{ro}$ . No existen estados intermedios.

Las ecuaciones (10) y (11) reducen el problema de 2 dimensiones a una dimensión, y se usan luego para calcular la ecuación de flujo fraccional a través de la cual se incorporan las viscosidades reales del agua y del petróleo.

En primer lugar conviene calcular la recuperación de petróleo en términos de volúmenes porales (HCPV)

$$N_{pD} = \frac{(S_{wemed} - S_{wc}) + (1 - f_{wemed}) * W_{ID}}{(1 - S_{wemed})} \dots (12)$$

donde  $S_{wemed}$  y  $f_{wemed}$  son las saturaciones promediadas en el espesor y el flujo fraccional medio .

Si el barrido se conduce a una presión media para la cual el factor de volumen es  $B_o$  , luego el volumen de petróleo recuperado por secundaria será

$$N_{pD} = \frac{N_p B_o}{N B_{oi}} \dots (13)$$

donde  $N_p$   $B_{oi}$  es HCPV inicial del reservorio subsaturado. Permitiendo que una cierta depletación del reservorio antes de iniciar la recuperación secundaria, y teniendo en cuenta una eficiencia de barrido areal,  $E_A$  , el factor de recuperación total puede expresarse como

$$\frac{N_p}{N} = \frac{B_{oi}}{B_o} \left( c_{ef} \Delta p + E_A N_{pD} \right) \dots (14)$$

En general,  $E_A$  , se obtiene como resultado de simulaciones de detalle, aunque también puede estimarse por métodos analíticos.

La cantidad de agua inyectada, en PV, se calcula con

$$W_{ID} = \frac{5.615 q_i t}{LA\phi} \dots (15)$$

donde t está expresado en días,  $W_{ID}$  en PV, el denominador en  $\text{ft}^3$ , y q en bbl/d.

Finalmente el corte de agua,  $f_{wemed}$  , que aparece en la ecuación (12) se calcula en condiciones de reservorio y debe corregirse por el efecto del encogimiento (shrinkage) para obtener su equivalente en condiciones de superficie,  $f_{ws}$  que se calcula con

$$f_{ws} = \frac{q_w/B_w}{(q_w/B_w) + (q_o/B_o)} \dots (16)$$

donde los caudales se expresan en condiciones de reservorio.

Si se combina (16) con la ecuación de flujo fraccional para reservorio  $f_{we}$  se obtiene

$$f_{ws} = \frac{1}{1 + \frac{B_w}{B_o} \left( \frac{1}{f_{wemed}} - 1 \right)} \dots (17)$$

Las ecuaciones (13) y (17) proveen las relaciones fundamentales entre  $f_{ws}$  y  $N_p/N$  para la predicción del comportamiento de un reservorio bajo waterflooding, especialmente para el cálculo de las instalaciones de superficie.

El método descripto es general, con la excepción que las ecuaciones (9), (10) y (11) no pueden aplicarse para la generación de pseudos en reservorios en los cuales no existe cross-flow entre las capas y donde la relación de movilidades sea distinta que la unidad. Para estos casos se necesita la aplicación del método de Dykstra-Parsons.

## **2.-Capas sin comunicación de la presión**

Los reservorios en los cuales predominan las condiciones de equilibrio vertical se asocian generalmente a ambientes de depositación marinos en los cuales las arenas son relativamente limpias, depositándose en zonas arealmente extensas.

Sin embargo, otro tipo de reservorio muy común es aquel cuyo ambiente de depositación es de tipo continental, generalmente deltaico, en donde numerosos canales de arenas aparecen con distintas capacidades de aportes y sin conexiones tanto verticales como laterales, ya que cada cuerpo arenoso está separado por arcillas.

Si en estos sistemas meandrosos, donde las capas no tienen continuidad se corrieran RFT, lo que aparece es una pérdida total de las condiciones de equilibrio vertical y en donde las capas mas depletadas están asociadas a las capas de mayor permeabilidad y mejor conectadas.

En este tipo de reservorios, la mayor producción de un pozo, el cual puede tener muchas capas punzadas, proviene por supuesto de las capas mas permeables, produciéndose incluso cierto grado de cross-flow de capas de baja permeabilidad a las mas drenadas, generando un sistema de movimiento de fluidos como si se tratara de un reservorio de doble porosidad.

La recuperación de las zonas menos permeables se ve favorecida a medida que se incrementa la diferencia de presión entre capas, lo cual genera también el fenómeno de cross-flow mencionado anteriormente. Lo anteriormente explicado, tiene como contrapartida, que si se inicia una recuperación secundaria para mantenimiento de presión antes de lograr el cross-flow entre capas, sustanciales áreas del yacimiento pueden quedar sin ser barridas.

### **2a.-Datos para la generación de las pseudofunciones**

#### ***Número de capas y permeabilidades***

En estos ambientes deltaicos, o meandrosos, la selección del número de capas está asociado principalmente a los valores de permeabilidad, actuando como barrera de separación de capas la presencia de arcillas. Ahora bien, en muchos casos, esta separación no aparece y si un paquete de arenas con permeabilidades disminuyendo desde el tope a la base aparece, pueden agruparse como una capa, ya que lo que se producirá en el waterflooding es un flujo pistón, por el contrario, si el paquete de arenas presenta una distribución de permeabilidades

aumentando con la profundidad puede ser necesario separarlas en distintas capas, cada una con su respectivo  $k_i, \phi_i$ .

### **Orden de barrido de las capas**

Una vez dividido el reservorio en capas, es necesario predecir la secuencia en que las mismas serán barridas para generar las pseudo permeabilidades relativas.

Teniendo en cuenta que la cantidad de agua inyectada a un caudal constante es

$$W_i = q_i t = A L \phi (1 - S_{or} - S_{wc})$$

de donde la velocidad es

$$v' = \frac{L}{t} = \frac{q_i}{A \phi (1 - S_{or} - S_{wc})}$$

donde esta es la velocidad real de avance frontal y que si se compara con la velocidad de Darcy  $v = q_i / A$  permite obtener la siguiente relación

$$v = v' \phi (1 - S_{or} - S_{wc}) \dots (18)$$

lo que (18) nos está diciendo que la velocidad de Darcy, que se usa para el cálculo del término gravitatorio en la ecuación del flujo fraccional, es típicamente un orden de magnitud menor que la velocidad real.

Si en (18) sustituimos por el caudal utilizando Darcy y aceptando que la diferencia de presión entre el inyector y el productor es la misma para cada capa se puede escribir

$$v'_i \propto \frac{k_i k'_{rwi}}{\phi_i (1 - S_{or} - S_{wc})} \propto \frac{k_i k'_{rwi}}{\phi \Delta S_i} \propto \frac{k_i}{\phi} \dots (19)$$

donde se ve que  $k_i$ , es el parámetro mas importante en aquellos reservorios con grandes variaciones en permeabilidades.

### **Método de Stiles<sup>2</sup>**

El objetivo de este método es obtener directamente la recuperación de petróleo luego del breakthrough en cada una de las capas, siendo el orden de barrido el que se obtiene como se describió anteriormente.

El método está restringido a reservorios donde la relación de movilidades sea uno o muy próxima a ella.

La importancia de la restricción anterior hay que verla en que la velocidad de avance frontal en cada capa será constante durante el barrido, es decir, aunque las velocidades en cada capa son diferentes, la relación entre ellas a medida que el barrido avanza se mantiene constante.

Al ser las velocidades de agua y petróleo las misma se tiene

$$M \frac{\partial p_w}{\partial x} = \frac{\partial p_o}{\partial x}$$

pero siendo  $M \sim 1$ , los gradientes en el agua y el petróleo son iguales. Si la diferencia de presión  $\Delta p$  aplicada entre la inyección y la producción es constante, se verifica

$$\frac{\partial p_w}{\partial x} = \frac{\partial p_o}{\partial x} = \frac{\Delta p}{L}$$

en todas las capas, donde L es la longitud del reservorio. Aplicando B-L para calcular la velocidad en la capa  $j$  se tiene

$$v_j = \frac{q_{t_j}}{wh_j \phi_j} \left( \frac{\Delta f_w}{\Delta S_w} \right)_j \dots (20)$$

donde w es el ancho del reservorio y, en el frente, para un desplazamiento tipo pistón

$$\left( \frac{\Delta f_w}{\Delta S_w} \right)_j = \frac{1}{(1 - S_{or_j} - S_{wc_j})}$$

y finalmente dado que

$$q_{t_j} = -\frac{k_j k'_{rw_j}}{\mu_w} wh_j \frac{\partial p_w}{\partial x}$$

y usando (20)

$$|v_j| = \frac{k_j k'_{rw_j}}{\phi_j \mu_j (1 - S_{or_j} - S_{wc_j})} \frac{\Delta p}{L}$$

Una imposición adicional, inherente a haber supuesto que  $M \sim 1$  en todas las capas, es que la relación de permeabilidades en el punto final  $k'_{rw_j} / k'_{roj}$ , es constante.

El orden de las capas donde se producirá el breakthrough en el productor será en función de los valores decrecientes de

$$a_j = \frac{k_j k'_{rw_j}}{\phi_j (1 - S_{or_j} - S_{wc_j})} \dots (21)$$

La aplicación del método de Stiles para generar las curvas de permeabilidad relativa ponderadas requiere preliminarmente el reordenamiento de las capas en la secuencia en que el breakthrough se producirá, es decir, la arena con el mayor valor de "a" calculado con (21), sea la capa 1 y así subsiguientemente.

Si el reservorio tiene N capas, observando el breakthrough en el productor, la saturación promedio  $S_{wmedj}$  luego del mismo en la capa  $n$  puede calcularse de una forma semejante a la ecuación (9), y de manera similar las permeabilidades relativas promedio.

Es interesante remarcar que las permeabilidades relativas generadas de esta forma son independientes de la posición en un reservorio lineal donde se manifiesta este barido. La razón de ello, es que la diferencia entre las velocidades de agua entre dos capas cualquiera permanece constante mientras el barrido avanza. Esta condición es implícita al modelo de desplazamiento tipo pistón.

Cuando se grafican la permeabilidades relativas, los puntos no se unen por segmentos sino por funciones escalón dado que luego del breakthrough en la capa  $n$ , las permeabilidades relativas en la misma permanecen constantes hasta que se produzca en la capa  $n+1$ , donde se produce

un salto discreto a un nuevo valor de  $k_{romedj}$  y  $k_{rwmedj}$ . Si existieran un número grande de capas, estos escalones pueden suavizarse mediante curvas continuas.

Se quiere remarcar que la principal suposición del método de Stiles es que  $M \sim 1$ , lo cual limita su aplicabilidad a reservorios que la satisfagan. Sin embargo, este método se lo utiliza como primera aproximación cuando  $M > 1$ , y la curva de permeabilidades relativas se ajustan luego en función de la recuperación de petróleo obtenida en un piloto.

La única diferencia entre el método de Stiles y cuando hay condiciones de equilibrio vertical está dada por el orden en que se aplica el procedimiento. Mientras que en el segundo el orden de barrido está determinado por el término gravitatorio, en el método de Stiles es la ec.(19) la que lo establece independientemente de la ubicación en el paquete de capas.

### **Método de Dykstra-Parsons<sup>1</sup>**

Este método es general para calcular la eficiencia de barrido vertical, y se aplica cualquiera sea la relación de movilidades, es decir, tiene en cuenta la dispersión de velocidades en el frente de barrido entre las distintas capas.

Si consideramos que en cada capa el desplazamiento es tipo pistón, esto es válido cuando  $M < 1$ , pero sólo una aproximación cuando  $M > 1$ . Aceptando que en una escala macroscópica sin embargo sea válido, lo anterior significa aplicando Darcy en el frente

$$\frac{k'_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial x} = \frac{k'_{ro}}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial x}$$

o

$$M \frac{\partial p_w}{\partial x} = \frac{\partial p_o}{\partial x}$$

si  $x$  es la fracción de la longitud total del sistema barrida con agua y considerando que la caída de presión total a lo largo de dicha longitud, la cual permanece constante y se asume igual para todas las capas se tiene

$$\frac{\partial p_w}{\partial x} = \frac{\Delta p - x \frac{\partial p_w}{\partial x}}{M(1-x)}$$

o lo que es lo mismo

$$\frac{\partial p_w}{\partial x} = \frac{\Delta p / M}{Ax + 1} \dots (22)$$

donde

$$A = \frac{1}{M} - 1$$

y reemplazando en (19), donde  $v' = dx/dt$  y recordando que en esa ecuación no incluimos  $dp_w/dx$  podemos escribir

$$v' = \frac{dp}{dx} = ctte \frac{k k'_{rw}}{\phi \Delta S_w} \frac{1}{Ax + 1} \dots (23)$$

e integrando

$$ctte * t = \frac{\phi \Delta S_w}{kk'_{rw}} \left( \frac{Ax^2}{2} + x \right)$$

que es una expresión válida para todas las capas. Por lo tanto cuando la capa i de la sección haya sido barrida por el agua, la posición del frente en la capa j aún se está barriendo, y puede calcularse como

$$\frac{1}{2} Ax_j^2 + x_j = \frac{\lambda_j}{\lambda_i} \left( \frac{1}{2} A + 1 \right) \dots (24)$$

donde

$$\lambda = \frac{kk'_{rw}}{\phi \Delta S_w}$$

A medida que cada capa se barre, las posiciones del frente en las capas que no se barrieron se calculan con (24), y donde el orden de barrido puede predecirse con la secuencia decreciente de  $\lambda$  como en el método de Stiles. Si  $M=1$ ,  $A=0$  (24) reduce  $x_j = \lambda_j / \lambda_i$  la cual es apropiada para la condición de desplazamiento constante de Stiles.

El paso final es el cálculo de la ecuación del flujo fraccional, la cual para una sección de ancho fijo w, capas individuales de espesor  $h_i$  se calcula con

$$f_w = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i h_i}{A+1}}{\sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i h_i}{Ax_i + 1}} \approx \frac{\sum_{i=1}^n \frac{k_i h_i}{A+1}}{\sum_{i=1}^N \frac{k_i h_i}{Ax_i + 1}} \dots (25)$$

donde el numerador representa el flujo en las capas barridas y el denominador en la sección total.

Teniendo en cuenta la importancia del producto kh sobre los otros parámetros, la segunda expresión es generalmente una aproximación válida. La saturación promediada en el espesor se calcula con los métodos ya conocidos.

Esta interpretación no utiliza pseudopermeabilidades, pero si las mismas se necesitaran para un simulador, pueden obtenerse a partir de la curva de flujo fraccional. Esto implica suponer una curva  $f_w$  cóncava hacia abajo a partir de la cual la curva de petróleo puede obtenerse.

A pesar de las desfavorables eficiencias de barrido en ambientes continentales como los descriptos, las eficiencias de barrido vertical que se obtienen cuando se aplican tanto el método de Stiles como el de Dikstra-Parsons, generan resultados invariablemente optimistas. La razón de esto es porque en la derivación de las ecuaciones se consideró que la caída de presión a lo largo de cada capa es la misma y se mantiene constante. Pero si una de las capas se depletó antes de iniciar la secundaria, como ocurre en el mundo real, esto está indicando la existencia de capas con alta capacidad de flujo y depletadas.

Cuando se lleva adelante una campaña de medición de presión entre las capas en pozos de desarrollo con RFT, esta anomalía se detecta y es la mejor indicación de la no existencia de "cross flow".

La consecuencia de lo anterior es que cuando se inyecta agua dentro de estas capas mas depletadas, la mayoría del agua, si no se usa una inyección selectiva, se canalizará a través de estas arenas, que como se señaló en el párrafo anterior tienen, por supuesto, mayor capacidad de flujo. Como la velocidad de ingreso del agua es proporcional a  $k\Delta p = k(p_{wf} - p_{med})$ , donde  $p_{wf}$  es la presión de inyección y  $p_{med}$  es la presión media de la capa. El efecto es exacerbar la severidad de la distribución de la permeabilidad llevando a que se produzca el B.T.y en general una curva de  $f_w$  mas desfavorable.

Dake<sup>1</sup> sugiere para tener en cuenta este efecto desfavorable penalizar la ecuación multiplicando la permeabilidad de cada capa,  $k_i$ , por la relación  $\Delta p_i / \Delta p_{max}$ , donde  $\Delta p_{max}$  es la máxima caída de presión ocurrida en la capa. Esta medida afecta fuertemente la distribución de permeabilidades y consecuentemente la curva de  $f_w$ .

Se sugiere verificar la producción de cada capa siempre que las mismas lo permitan corriendo un ensayador PLT, el cual permite ver como produce cada capa.

### **Digitación viscosa (Viscous fingering)**

Hasta ahora toda la teoría presentada ha estado basada en una suposición fundamental, que el flujo que se desarrolla es tipo pistón. Al mismo tiempo se analizó la condición de equilibrio en condiciones de flujo segregado con el fin de evitar que el agua o el gas generen breakthrough prematuros.

Cuando la relación de movilidades es mucho mayor que 1, se genera un fenómeno que inicialmente en la literatura se lo llamó digitación viscosa, pero que en los procesos miscibles se lo llamó "channeling", es decir canales de desplazamiento preferencial que aparecen cuando la viscosidad del fluido desplazante es mucho menor que la del fluido que se desplaza.

Experimentalmente se ha observado que una zona estabilizada se forma sólo cuando el caudal de desplazamiento es menor que el caudal de desplazamiento de referencia para drenaje calculado con

$$u_c = \frac{q_c}{A} = \frac{k_L}{\mu} \Delta \rho \sin \alpha \quad (26)$$

Estas digitaciones se caracterizan por un flujo totalmente aleatorio e impredecible, y donde la velocidad varía tanto con la posición con el tiempo.

El comienzo y crecimiento de estos dedos se cree que es debido a la presencia de inestabilidades en la interface entre el fluido desplazante y el desplazado siempre y cuando la viscosidad del fluido desplazante sea mucho menor que la del fluido desplazado.

Hill<sup>3</sup> estudió el desarrollo de la aparición de digitaciones en desplazamientos miscibles en sandpacks verticales, su análisis se ha extendido desplazamiento inmisible en columnas porosa

La fig.10 muestra un fluido de viscosidad 2 y densidad 2 desplazando a un fluido de viscosidad 1 y densidad 1 y donde la velocidad de desplazamiento  $u$  se considera constante. En la figura se observa la formación de un dedo de longitud  $\Delta z$  en la interfase AB Para que se forme la digitación y crezca  $P_1 < P_2$  o lo que es lo mismo la condición de estabilidad es que

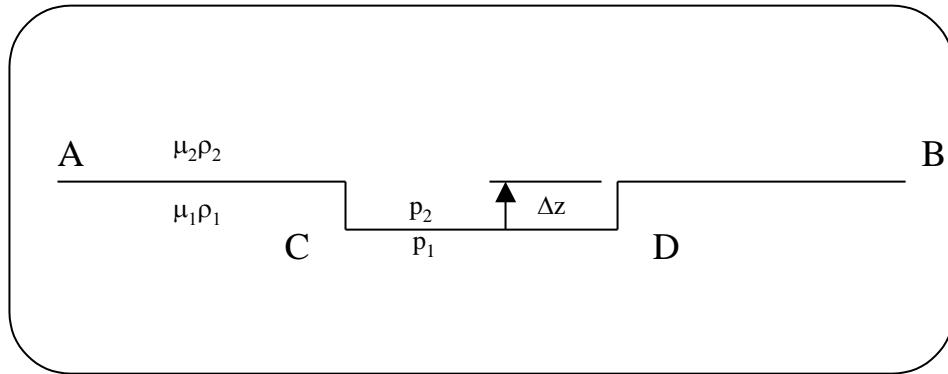


Fig.10: Modelo de Hill para el análisis de estabilidad en la interfase

$$\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2 > 0$$

Las expresiones para el cálculo de  $p_1$  y  $p_2$  se obtienen aplicando Darcy y suponiendo el desplazamiento de líquido por gas se obtienen las ecuaciones

$$p_1 = p_o + \rho_1 g \Delta z - \frac{u \mu_1 \Delta z}{k_1} \quad (27)$$

y

$$p_2 = p_o + \rho_2 g \Delta z - \frac{u \mu_2 \Delta z}{k_2} \quad (28)$$

dada la condición de estabilidad r.m.a m. (27) y (28)

$$g(\rho_1 - \rho_2) \Delta z - \left( \frac{\mu_1}{k_1} - \frac{\mu_2}{k_2} \right) u \Delta z > 0 \quad (29)$$

Si  $k_1 = k_2 = k$  se tendrá flujo estable cuando

$$u < \frac{k g \Delta \rho}{(\mu_1 - \mu_2)} \quad (30)$$

y esta ecuación es equivalente a la ec.(26) si omitimos la viscosidad de la fase desplazante, lo cual es razonable si ese fluido es gas

Dietz propuso que la velocidad crítica para que se produzca la digitación viscosa en un reservorio es

Donde  $\alpha$  es el ángulo entre la vertical y la normal a la interfase en la dirección de flujo.

$$u_c \leq \frac{g(\rho_1 - \rho_2) \cos \alpha}{\left( \frac{\mu_1}{k_1} - \frac{\mu_2}{k_2} \right)} \quad (31)$$

Aunque el criterio para la aparición de este fenómeno es aceptado, que es lo que pasa después es objeto de múltiples discusiones y aunque se han propuesto varios modelos, ninguno de ellos ha ganado aceptación como herramienta para predecir el comportamiento del reservorio una vez que el proceso de digitación viscosa se produce.

Lo único que si se puede afirmar es que este proceso disminuye la eficiencia de desplazamiento macroscópica como consecuencia de que zonas con alta saturación de petróleo son bypassadas por el fluido desplazante. Esta situación es crítica en los métodos de recuperación terciaria (IOR Improved Oil Recovery) por lo que en estos procesos se trata de incorporar compuestos que minimicen este efecto y que genéricamente reciben el nombre de productos para el control de la movilidad.

## Apéndice

### Método de Dykstra-Parson

Para la deducción de este método se sigue el curso dictado por Cobb<sup>4</sup>

Las suposiciones del método son:

- El modelo de reservorio es del tipo torta sin flujo cruzado entre las capas
- El desplazamiento es tipo pistón sin producción de petróleo por detrás del frente
- El flujo es lineal t en estado estacionario
- Las propiedades del fluido y de la roca son iguales para todo el reservorio
- Las permeabilidades en las distintas capas pueden variar
- El fillup del gas ocurre antes de que se produzca la respuesta de la secundaria

Este método requiere además el conocimiento del coeficiente de variación de permeabilidad, V, la relación de movilidades M, la saturación de agua inicial,  $S_{wi}$ , y el factor de recuperación para un WOR determinado.

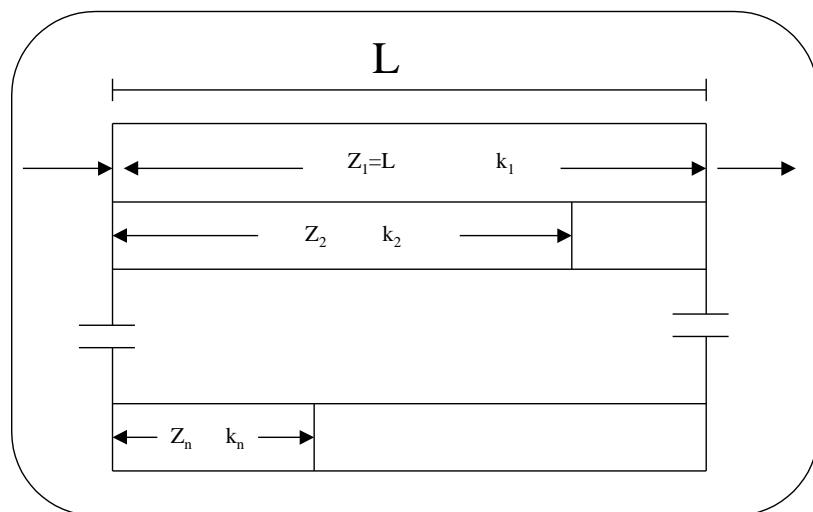


Fig.Ap1: Flujo lineal en el modelo de Dykstra-Parsons

La fig.Ap1 muestra el modelo de torta consistente en capas de igual espesor arregladas en orden a la permeabilidad decreciente, tal que el BT se produce primero en la capa 1 por ser la mas permeable.

Analizemos en primer lugar como es el comportamiento de la capa 1 cuando el agua ha avanzado una distancia  $z_1$ , como lo muestra la fig.2

La caída total de presión en la capa 1 es

Que expresado en función de la ecuación de Darcy queda

$$\Delta p = p_{iwf} - p_{wf} = \Delta p_1 - \Delta p_2 \quad (32)$$

$$\Delta p_1 = \frac{i_w \mu_w z_1}{k_w A_1} \quad (33)$$

$$\Delta p_2 = \frac{i_o \mu_o (L - Z_1)}{k_o A_1} \quad (34)$$

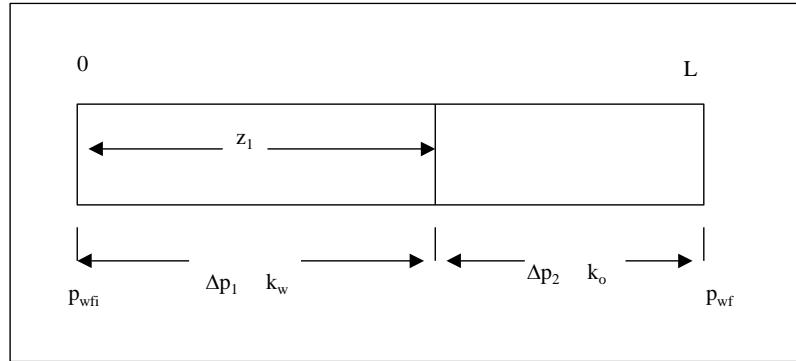


Fig.Ap2: Flujo en la capa 1

$$\Delta p = \frac{i_w L}{\left(\frac{\bar{k}}{\bar{\mu}}\right)_1 A_1} \quad (35)$$

Reemplazando (33) y (35) en (32) y resolviendo para encontrar la movilidad promedio se tiene

$$\left(\frac{\bar{k}}{\bar{\mu}}\right)_1 = \left[ \frac{\mu_w Z_1}{k_w} + \frac{\mu_o (L - Z_1)}{k_o} \right]^{-1} L \quad (36)$$

o

$$\left(\frac{\bar{k}}{\bar{\mu}}\right)_1 = k_1 L \left[ \frac{\mu_w Z_1}{k_{rw}} + \frac{\mu_o (L - Z_1)}{k_{ro}} \right]^{-1} \quad (37)$$

por lo que el flujo promedio es

$$u_1 = k_1 \Delta p \left[ \frac{\mu_w Z_1}{k_{rw}} + \frac{\mu_o (L - Z_1)}{k_{ro}} \right]^{-1} \quad (38)$$

recordando que la velocidad del frente viene dada por

$$v_1 = \frac{dZ_1}{dt} = \frac{u_1}{\phi \Delta S_w}$$

por lo tanto

$$\frac{dZ_1}{dt} = \frac{k_1 \Delta p}{\phi \Delta S_w} \left[ \frac{\mu_w Z_1}{k_{rw}} + \frac{\mu_0 (L - Z_1)}{k_{ro}} \right]^{-1} \quad (39)$$

y

$$\frac{\Delta p}{\phi \Delta S_w} = cte = \frac{dZ_1/dt}{k_1} \left[ \frac{\mu_w Z_1}{k_{rw}} + \frac{\mu_0 (L - Z_1)}{k_{ro}} \right] \quad (40)$$

Para la segunda capa puede hacerse un análisis similar, siendo la ecuación

$$\frac{\Delta p}{\phi \Delta S_w} = cte = \frac{dZ_2/dt}{k_2} \left[ \frac{\mu_w Z_2}{k_{rw}} + \frac{\mu_0 (L - Z_2)}{k_{ro}} \right] \quad (41)$$

Si igualamos (40) y (41) y resolvemos

$$k_2 \frac{dZ_1}{dt} \left[ \frac{k_{ro} \mu_w Z_1 + k_{rw} \mu_0 (L - Z_1)}{k_{rw} k_{ro}} \right] = k_1 \frac{dZ_2}{dt} \left[ \frac{k_{ro} \mu_w Z_2 + k_{rw} \mu_0 (L - Z_2)}{k_{rw} k_{ro}} \right]$$

multiplicando y dividiendo por  $k_{rw} / \mu_w$  se tiene

$$k_2 \frac{dZ_1}{dt} \left[ Z_1 + \frac{k_{rw} \mu_0 (L - Z_1)}{k_{rw} \mu_w} \right] = k_1 \frac{dZ_2}{dt} \left[ Z_2 + \frac{k_{rw} \mu_0 (L - Z_2)}{k_{rw} \mu_w} \right]$$

e introduciendo la definición de movilidad

$$k_2 [Z_1 + M(L - Z_1)] dZ_1 = k_1 [Z_2 + M(L - Z_2)] dZ_2 \quad (42)$$

La posición del frente de agua en la capa 2 en el momento en que se alcanza el BT en la capa 1 se obtiene integrando (42)

$$k_2 \int_0^L [Z_1 + M(L - Z_1)] dZ_1 = k_1 \int_0^{Z_2} [Z_2 + M(L - Z_2)] dZ_2 \quad (43)$$

$$k_2 \left[ \frac{L^2}{2} + ML^2 - \frac{ML^2}{2} \right] = k_1 \left[ \frac{Z_2^2}{2} + ML Z_2 - \frac{MZ_2^2}{2} \right]$$

Y resolviendo la ecuación cuadrática para  $Z_2/L$

Donde (44) da la distancia fraccional que se ha movido el frente a través de la capa 2 cuando se alcanzó el BT en la capa 1

$$\frac{Z_2}{L} = \frac{M - \left[ M^2 + \frac{k_2}{k_1} (1 - M^2) \right]^{1/2}}{M - 1} = \alpha_2 \quad (44)$$

Un análisis similar puede hacerse para ver cuanto se movió el frente en la capa n cuando se alcanza el BT para la capa 1 siendo la expresión general

$$\frac{Z_n}{L} = \frac{M - \left[ M^2 + \frac{k_n}{k_1} (1 - M^2) \right]^{1/2}}{M - 1} = \alpha_n \quad (45)$$

La cobertura vertical del frente de agua,  $C_V$ , al momento del BT en la capa 1 se define como

$$C_V = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i}{n} = \frac{1 + \sum_{i=2}^n \alpha_i}{n} = \frac{1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n}{n} \quad (46)$$

Este procedimiento puede extenderse para determinar la cobertura vertical al momento del BT para cualquier capa, así para la xesima capa  $C_V$  es

$$C_V = \frac{x + \sum_{i=x+1}^n M - \left[ M^2 + \frac{k_i}{k_x} (1 - M^2) \right]^{1/2}}{n} = \frac{x}{n} - \frac{1}{(M-1)n} \sum_{i=x+1}^n \left[ M^2 + \frac{k_i}{k_x} (1 - M^2) \right]^{1/2} \quad (47)$$

El otro valor importante es el WOR.

$$WOR = \frac{q_w}{q_o} = \frac{\left[ \sum_{i=1}^x h_i k_{wi} \right] \frac{W \Delta p}{\mu_w}}{\left[ \sum_{i=x+1}^n h_i k_{oi} \right] \frac{W \Delta p}{\mu_o}} = \frac{\sum_{i=1}^x \frac{h_i k_{wi}}{\mu_w}}{\sum_{i=x+1}^n \frac{h_i k_{oi}}{\mu_o}} \quad (48)$$

Si la movilidad es uno al momento del BT en la capa x

$$q_{wi} = \frac{k_w A_1 \Delta p}{L \mu_w} = \frac{k_1 A_1 \Delta p}{\frac{\mu_w L}{k_{rw}}} \quad (49)$$

Si la movilidad es diferente de 1, la ecuación del WOR debe tomar en cuenta la posición del frente en cada capa. Luego del BT en la primer capa, la producción de agua en ella puede calcularse a partir de la ecuación lineal de Darcy

$$q_{o2} = \frac{\left[ \frac{k}{\mu} \right]_{med} A_2 \Delta p}{L}$$

Al momento del BT en la capa 1, el frente se ha movido una distancia  $Z_2$  en la capa 2. El caudal de petróleo en ese momento se calcula también con la ecuación de Darcy y la movilidad **promedio** en la capa 2

$$q_{o2} = \frac{A_2 \Delta p k_2}{\frac{\mu_w Z_2}{k_{rw}} + \frac{\mu_o (L - Z_2)}{k_{ro}}} \quad (50)$$

y por lo tanto el WOR considerando estas dos capas solamente es

$$WOR = \frac{\frac{\mu_w Z_2}{k_{rw}} + \frac{\mu_o (L - Z_2)}{k_{ro}}}{\frac{k_1 A_1}{k_2 A_2} \frac{\frac{\mu_w L}{k_{rw}}}{\frac{\mu_w L}{k_{rw}}}}$$

Si el reservorio tiene n capas, el WOR al momento del BT en la capa 1 viene dado por

$$WOR = \frac{1}{\sum_{i=2}^n \frac{\frac{A_i k_i}{A_1 k_1}}{\left[ M^2 + \frac{k_i}{k_1} (1 - M^2) \right]^{1/2}}} \quad (51)$$

Si esta ecuación se expande para el caso general donde el BT se alcanza en la capa x se tiene

$$WOR = \frac{\sum_{i=1}^x q_{wi}}{\sum_{i=x+1}^n q_{oi}} = \frac{\sum_{i=1}^x A_i k_i}{\sum_{i=x+1}^n \frac{A_i k_i}{\left[ M^2 + \frac{k_i}{k_x} (1 - M^2) \right]^{1/2}}} \quad (52)$$

### Aplicación del método: Predicción sobre el comportamiento

Para el comportamiento del waterflooding se **asume que el petróleo desplazado es igual al petróleo producido**

- ⇒ Determinar la variación de permeabilidad V
- ⇒ Determinar la relación de movilidad M
- ⇒ Usando V y M obtener  $C_V$  para valores de WOR de 1,5,25 y 100
- ⇒ Calcular la eficiencia de barrido areal  $E_A$
- ⇒ Calcular la acumulada de petróleo correspondiente a cada valor del WOR

$$N_p = N_D = N * E_D * E_A * C_V \quad (53)$$

donde N es el petróleo in situ al comienzo del waterflooding

$$N = \frac{7758 A h \phi S_o}{B_o}$$

$$E_D = \frac{S_o - S_{or}}{S_o} = \frac{1 - S_{wc} - S_g - S_{or}}{1 - S_{wc} - S_g}$$

y  $E_A$  es la eficiencia de barrido areal

- ⇒ Graficar  $N_p$  vs WOR. Extrapolar esta curva hasta WOR=0 para obtener la recuperación al BT.
- ⇒ Calcular el agua inyectada para alcanzar el llenado (fill up) del espacio ocupado por el gas.

$$W_f = V_p (1 - S_o - S_{wi}) \quad (54)$$

- ⇒ Calcular el agua inyectada para reemplazar la producción de petróleo en función de  $N_p$ .

$$W_o = N_p B_o \quad (55)$$

- ⇒ Calcular el agua inyectada requerida para reemplazar el agua producida en función de  $N_p$

$$WOR = \frac{q_w}{q_o} = \frac{\frac{dW_p}{dt}}{\frac{dN_p}{dt}} \quad (56)$$

$$W_p = \int WOR \ dN_p \quad (57)$$

$W_p$  puede calcularse con una función de  $N_p$  al integrarse graficamente la curva WOR vs  $N_p$  para distintos valores de  $N_p$

- ⇒ Calcular la acumulada de agua inyectada como función de  $N_p$  y como función del tiempo.

---


$$W_i = W_f + W_{71} + W_p \quad (58)$$

$$t = \frac{W_i}{i_w}$$

Los últimos 4 pasos pueden resumirse en la siguiente tabla

<b>Np</b>	<b>W<sub>f</sub></b>	<b>W<sub>o</sub></b>	<b>W<sub>i</sub></b>	<b>t</b>
Np <sub>1</sub>	W <sub>f</sub>	W <sub>o1</sub>	W <sub>i1</sub>	t <sub>1</sub>
Np <sub>2</sub>	W <sub>f</sub>	W <sub>o2</sub>	W <sub>i2</sub>	t <sub>2</sub>
...	W <sub>f</sub>	...	...	...
Np <sub>n</sub>	W <sub>f</sub>	W <sub>on</sub>	W <sub>in</sub>	t <sub>n</sub>

## Método de Stiles

Las suposiciones principales son:

1. El modelo que se utiliza es el de torta sin flujo cruzado entre capas
2. El flujo es lineal y en estado estacionario
3. Las propiedades de los fluidos y de las rocas, con excepción de las permeabilidades, son iguales en todas las capas
4. El desplazamiento es tipo pistón
5. La distancia que se desplaza el frente en cada capa es proporcional a su capacidad de cada capa ( $kh$ ). Esto implica aceptar que la relación de movilidad es uno.
6. El llenado ocurre en todas las capas previamente a que se produzca la respuesta de flujo

### a.- Cobertura vertical

El primer paso es preparar las curvas adimensionales de capacidad y distribución de permeabilidad para el reservorio. La forma típica de las curvas se presentan en las fig.Ap3 y Ap4.

Como se dijo anteriormente, el método asume que el flujo es lineal y que la penetración del frente es proporcional a la permeabilidad. Esto significa que el frente de agua tendrá la misma forma que la curva de distribución de permeabilidades.

Suponiendo, en la fig.4, que el segmento ab representa el pozo inyector y el segmento cd al pozo productor , la posición del frente luego de que  $h_1$  capas han sido barridas, está representado por el segmento cfb , y la fracción del reservorio barrido hasta ese momento es proporcional al área X+Y.

Como el volumen total del reservorio es equivalente al área X+Y+Z, la fracción barrida del mismo representa la cobertura vertical,  $C_v$  igual a

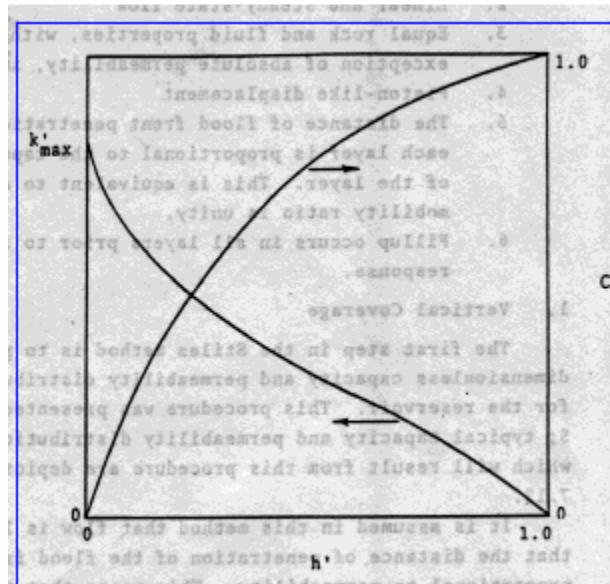


Fig.Ap3:Curvas típicas de distribución de permeabilidad y capacidad en el método de Stiles

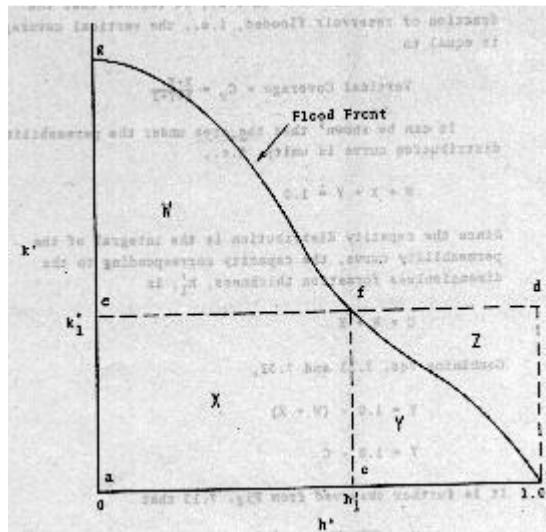


Fig.Ap4: Uso de la curva de distribución de Stiles para definir el frente

$$C_V = \frac{X + Y}{X + Y + Z} \quad (59)$$

Se puede demostrar que el área debajo la curva de distribución de permeabilidades es igual a 1, por lo que

$$W + X + Y = 1 \quad (60)$$

y dado que la distribución de capacidad es la integral de la curva de distribución de permeabilidades, la capacidad correspondiente al espesor adimensional  $h'$ , es

$$C = W + X \quad (61)$$

Combinando (60) y (61) se tiene

$$Y = 1 - C \quad (62)$$

Por otro lado observando la fig.4 se tiene

$$X = \overline{ae} * \overline{ac} = h' k'$$

Y en el caso general en que  $h'$  es la fracción del espesor total que ha sido barrido

$$x = h' k' \quad (63)$$

se tiene que  $C_V$  definido por (59) puede reescribirse como

$$C_V = \frac{h' k' + (1 - C)}{k'} \quad (64)$$

La ecuación (64) puede usarse para el cálculo de la cobertura vertical del frente de agua en función de la fracción de la formación que ha sido barrida.

Como puede observarse ***la única información que se necesita para hacer el cálculo es las curvas de distribución de la capacidad y permeabilidad.***

#### b.- Corte de agua y WOR

Volviendo nuevamente a la fig.4, aquellas partes del reservorio con permeabilidad mayor que  $k'_1$  sólo producirán agua, por lo tanto esa parte del reservorio tendrá capacidad  $C$ , mientras que la parte del reservorio que produce petróleo tendrá capacidad  $(1 - C)$ , por lo tanto según Darcy el caudal de producción de agua de la parte del reservorio cuya capacidad es  $C$  viene dada por:

$$q_w \propto C \left( \frac{k_{rw}}{\mu_w} \right) \frac{1}{B_w} \quad (65)$$

y la producción de petróleo es

$$q_o \propto (1 - C) \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o} \right) \frac{1}{B_o} \quad (66)$$

por lo tanto el caudal total es

$$q_t = q_o + q_w \propto \frac{C}{B_w} \frac{k_{rw}}{\mu_w} + \frac{(1 - C)k_{ro}}{B_o \mu_o} \quad (67)$$

por lo que el corte de agua en superficie,  $f_{ws}$  es igual a

$$f_{ws} = \frac{C \left( \frac{k_{rw} \mu_o B_o}{\mu_w k_{ro} B_w} \right)}{C \left( \frac{k_{rw} \mu_o B_o}{\mu_w k_{ro} B_w} \right) + (1 - C)} = \frac{CA}{CA + (1 - C)} \quad (68)$$

donde

$$A = \left( \frac{k_{rw} \mu_o B_o}{\mu_w k_{ro} B_w} \right) \quad (69)$$

Si el corte de agua,  $f_w$ , se calcula en condiciones de reservorio , la ecuación es

$$f_w = \frac{CA'}{CA' + (1 - C)} \quad (70)$$

siendo

$$A' = \frac{k_{rw} \mu_o}{k_{ro} \mu_w}$$

y el WOR se calcula con

$$WOR = \frac{q_w}{q_o} = \frac{CA}{1 - C} \quad (71)$$

#### c.- Caudales de agua y petróleo producidos

Teniendo en cuenta que en condiciones de flujo estacionarios, lo que inyectamos es igual a lo que producimos

$$i_w = q_o + q_w$$

la producción de agua en condiciones de reservorio es

$$q_w|_R = f_w i_w \quad [rb/d] \quad (72)$$

y la producción de petróleo es

$$q_o|_R = i_w - q_w|_R \quad [rb/d] \quad (73)$$

$$q_o|_S = \frac{q_o|_R}{B_o}$$

#### d.- Recuperación de petróleo Acumulado (Np)

La acumulada de petróleo en función de la cobertura se calcula con:

$$N_p = \frac{V_p (S_{oi} - S_{or}) E_A C_V}{B_o} \quad (74)$$

donde  $S_{oi}$  es la saturación de petróleo al comienzo del waterflooding  
 $S_{or}$  es la saturación de petróleo residual al finalizar el barrido.

#### e.- Procedimiento para predecir el comportamiento

Arreglar los datos de permeabilidad en orden decreciente y graficar la permeabilidad adimensional  $k'$  y la capacidad adimensional  $C$  en función del espesor adimensional  $h'$ .

Dividir las curvas adimensionales anteriores en incrementos de igual espesor (por ejemplo 10 capas) y seleccionar de las curvas los valores de  $k'$  y  $C$  que representan a cada capa

Np, como el caudal de producción de agua y petróleo se pueden poner sobre una escala de tiempo utilizando los cálculos que se resumen en la siguiente tabla:

$h'$	$k'$	$C$	$C_V$	$*f_w = (C_i - 1) M / (C_i - 1) M + (1 - C_i - 1)$	*WOR	$*q_{wR}$
$h_1'$	$k_1'$	$C_1$	$C_{V1}$	0	0	0
$h_2'$	$k_2'$	$C_2$	$C_{V2}$	$f_{w2}$	$WOR_2$	$q_{wR2}$
$h_{10}'$	$k_{10}'$	$C_{10}$	$C_{V10}$	$f_{w10}$	$WOR_{10}$	$q_{wR10}$

$h'$	$*q_{or}$	$*q_{os}$	$q_{osmed} = 0.5(*q_{osi} + *q_{osi-1})$	$\Delta t = (Npi - Npi - 1) / *q_{osmed}$	$t = \sum \Delta t$
$h_1'$	$i_w$	$i_w / B_o$	$i_w$	$\Delta t_1$	$t_1$
$h_2'$	$q_{or2}$	$q_{os2}$	$0.5 * (q_{os2} + q_{os1})$	$\Delta t_2$	$t_2$
$h_{10}'$	$q_{or10}$	$q_{os10}$	$0.5 * (q_{os10} + q_{os9})$	$\Delta t_{10}$	$t_{10}$

#### Referencias

- 1.- Dake, L.P.: "The Practice of Reservoir Engineering", Elsevier 1994
- 2.-Stiles, W.E.: "Use of Permeability Distribution in Water Flood Calculations", Trans.AIME(1949) vol.186,9
- 3.- Hill, S.: "Chaning in Packed Columns", Chem.Eng.Sci.(1952)6,247-23 (citado en Whillhite)
- 4.- Cobb, W.; Smith, J.T: Waterflooding, Curso dictado por Cobb, Argentina,1996