

DISEÑO ESTRUCTURAL II

EJEMPLO de DISEÑO: Distribución Sísmica en Planta y Altura

Diseño Sismorresistente de Edificios Bajos

OBJETIVOS

- **Incentivar** la Investigación y Observación de Estructuras.
- **Observar** y familiarizarse con las construcciones y sus materiales.
- **Identificar** los componentes de una construcción.
- **Demostrar** habilidad para realizar análisis de carga.
- **Conocer** la rigidez que aportan distintos sistemas estructurales.
- **Comprender** la variación de rigidez de cada sistema y el comportamiento estructural de sistemas resistentes (STR y STNR).
- **Analizar, Formular y Evaluar** alternativas de Diseño adecuadas al Proyecto Arquitectónico.
- **Desarrollar** habilidades de análisis crítico.

MATERIALES:

- Hormigón Armado: $E_{HA} = 24000 \text{ MPa}$
- Mampostería: $E_M = 1600 \text{ MPa}$ $E_{HA} / E_M = 15$
- Resistencia al corte: $V_{tab} = 1000 \text{ KN/m}^2$
 $V_{mamp} = 180 \text{ KN/m}^2$
 $V_{port} = 650 \text{ KN/m}^2$

CARGAS DE DISEÑO:

- La acción gravitatoria asociada a la acción sísmica actuante en un punto i cualquiera, se determina mediante $W_i = D_i + f_1 \cdot L_i + f_2 \cdot S_i$; para considerar una carga de diseño, y a modo de predimensionado, se considera: $q_u = 12 \text{ KN/m}^2$

CARACTERÍSTICAS DE LA CONSTRUCCIÓN y SU EMPLAZAMIENTO

- Desarrollo en Planta: 15 m x 8m. Superficie por nivel = 120 m²
- Niveles: 3
- Según **INPRES-CIRSOC-103-Parte I**:
 - Zonificación Sísmica IV (Cap. 2.2).
 - Clasificación del Sitio: Influencia del Suelo: S_D (Cap. 2.3 - Tabla 2.2).
 - Parámetro característico del espectro de diseño: $C_a = 0.4$ (Aplicación del Método Estático).
 - Clasificación de las Construcciones según su destino y funciones: Grupo B, donde $\gamma_r = 1$ (Cap. 2.4.3.)
- Se considerará en la dirección X-X, estructura sismorresistente compuesta por tabiques y muros de mampostería; y en la dirección Y-Y la estructura será definida con tabiques y pórticos.

PESO DEL EDIFICIO

$$W_i = q_u \cdot 15\text{m} \cdot 8\text{m} = 12 \text{ KN/m}^2 \cdot 15\text{m} \cdot 8 \text{ m} = 1440 \text{ KN}$$

$$W_T = 3 \cdot W_i = 3 \cdot 1440 \text{ KN} = 4320 \text{ KN}$$

COEFICIENTE SISMICO

$$C = 2.5 \cdot C_a \cdot \gamma_r / R$$

R: Es un factor de reducción, que toma en cuenta el comportamiento en estado último de la construcción en su conjunto, para la determinación de las acciones sísmicas de diseño. Puede diferir en cada uno de las direcciones de análisis de la construcción. R tiene en cuenta la ductilidad y sobrerresistencia del sistema (Ver apunte de diseño sísmico.)

Para los casos en que, en la dirección en estudio se presenten distintos tipos estructurales, al determinar el factor de reducción, se empleará alternativamente: El mínimo valor de R, correspondiente a todos los tipos estructurales de la dirección analizada, o el Promedio ponderado de los valores de todos los tipos estructurales (Cap. 5 – Tabla 5.1).

Dirección X-X: $R = 3$ (el más desfavorable, corresponde a mampostería)

Dirección Y-Y: $R = 4$ (el más desfavorable, corresponde a tabiques)

$$C_x = 2.5 \cdot 0.4 \cdot 1/3 = 1/3 = 0.33$$

$$C_y = 2.5 \cdot 0.4 \cdot 1/4 = 1/4 = 0.25$$

CORTE BASAL

Se aplicará el Método Estático (Cap. 6.1 y 6.2), La acción sísmica se considera equivalente a la acción de un sistema de fuerzas, paralelo a la dirección analizada y aplicada en los centros de las masas que conforman el modelo estructural. La resultante de ese sistema y la distribución de fuerzas se determinan según lo indicado en dichos capítulos.

$$V_o = W_T \cdot C$$

$$V_{ox} = 4320 \text{ KN} \cdot 0.33 = 1440 \text{ KN}$$

$$V_{oy} = 4320 \text{ KN} \cdot 0.25 = 1080 \text{ KN}$$

AREA MINIMA

Se determinará el área mínima de estructura necesaria en ambas direcciones, en función del corte basal calculado y los elementos estructurales considerados en cada dirección.

Dirección X-X: se considerarán 2 tabiques de (0.2 x 2.5) m cada uno.

$$V_{tab} = (0.2\text{m} \cdot 2.5\text{m} \cdot 1000 \text{ KN/m}^2) \cdot 2 = 1000 \text{ KN}$$

Se visualiza que no alcanzan los dos tabiques, para resistir el corte basal, entonces se deberá proponer como estructura adicional en la misma dirección, muros de mampostería sismorresistentes

$$V_{mamp} = V_{ox} - V_{tab} = 1440 \text{ KN} - 1000 \text{ KN} = 440 \text{ KN}$$

$$\text{Área mínima de mampostería: } A_m = V_{mamp} / v_{mamp} = 440 \text{ KN} / 180 \text{ KN/m}^2 = 2.44 \text{ m}^2$$

$$\text{La longitud necesaria sería: } L_{nec} = A_{mamp} / esp = 2.44 \text{ m}^2 / 0.18 \text{ m} = 13.6 \text{ m}$$

Se adoptan 4 muros de mampostería de (0.18 x 3.5) m cada uno.

Dirección Y-Y: se considerarán 2 pórticos de 2 vanos y 3 columnas cada uno, con columnas (6 en total) de (0.35 x 0.35) m cada una.

$$V_{port} = 6 \cdot (0.35\text{m} \cdot 0.35\text{m} \cdot 650 \text{ KN/m}^2) = 477.75 \text{ KN}$$

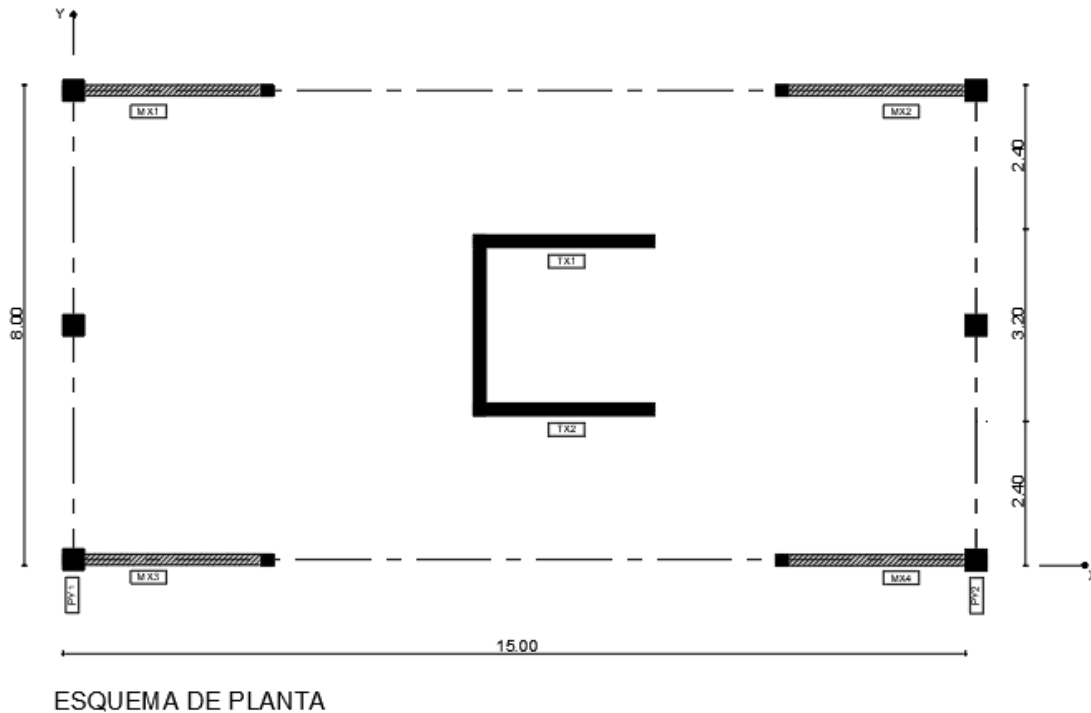
Se visualiza que no alcanzan los dos pórticos, para resistir el corte basal, entonces se deberá proponer como estructura adicional en la misma dirección, tabiques de hormigón armado.

$$V_{\text{tab}} = V_{\text{oy}} - V_{\text{port}} = 1080 \text{ KN} - 477.75 \text{ KN} = 603 \text{ KN}$$

$$\text{Área mínima de tabique: } A_{\text{tab}} = V_{\text{tab}} / v_{\text{tab}} = 603 \text{ KN} / 1000 \text{ KN/m}^2 = 0.60 \text{ m}^2$$

$$\text{La longitud necesaria sería: } L_{\text{nec}} = A_{\text{tab}} / \text{esp} = 0.60 \text{ m}^2 / 0.20 \text{ m} = 3 \text{ m}$$

Se adopta un tabique de hormigón armado de (0.20 x 3.2) m, un poco más largo por razones de diseño, se cierra espacio de la escalera (ver configuración en planta).



DETERMINACION DE RIGIDECES

Se evalúa las rigideces de los tabiques de hormigón armado y mampostería respectivamente como:

$$K_T = 3 \cdot E_H \cdot I / (H^3 \cdot [1 + 0.75 + (L/H)^2])$$

$$K_M = 3 \cdot E_M \cdot I / (H^3 \cdot [1 + 0.75 + (L/H)^2]) \cdot 0.6 \quad \text{Según INPRES-CIRSOC 103-Parte III. Art. 1.5: Rigideces de Muros.}$$

$$K_{PY} = \sum \alpha \cdot E \cdot I_c / H^3$$

Muros MX1 - MX2 - MX3 - MX4 de L=3.5 m

$$I = 0.18 \text{ m} \cdot (3.5 \text{ m})^3 / 12 = 0.643 \text{ m}^4$$

$$K_M = 3 \cdot 1 \cdot 0.43 \text{ m}^4 / ((3 \text{ m})^3 \cdot [1 + 0.75 \cdot (3.5 \text{ m}/3 \text{ m})^2]) \cdot 0.6 = 0.035 \text{ KN/m} \cdot 0.6 = 0.021 \text{ KN/m}$$

Tabiques TX1-TX2 de L=2.5 m

$$I = 0.20 \text{ m} \cdot (2.5 \text{ m})^3 / 12 = 0.260 \text{ m}^4$$

$$K_{TX} = 3 \cdot 15 \cdot 0.26 \text{ m}^4 / ((3 \text{ m})^3 \cdot [1 + 0.75 \cdot (2.5 \text{ m}/3 \text{ m})^2]) = 0.285 \text{ KN/m}$$

Tabique TY1 de $L=3.2$ m

$$I = 0.20 \text{ m} \cdot (3.2 \text{ m})^3 / 12 = 0.546 \text{ m}^4$$

$$K_{TY} = 3 \cdot 15 \cdot 0.546 \text{ m}^4 / ((3 \text{ m})^3 \cdot [1 + 0.75 \cdot (3.2 \text{ m}/3 \text{ m})^2]) = 0.491 \text{ KN/m}$$

Pórticos PY1-PY2

$$I_C = 0.35 \text{ m} \cdot (0.35 \text{ m})^3 / 12 = 0.00125 \text{ m}^4$$

$$K_{PY} = 3 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 0.00125 \text{ m}^4 / (3 \text{ m})^3 = 0.017 \text{ KN/m}$$

CM y CR (Centro de Masa y Centro de Rigidez)

El CM se determina trazando las diagonales de la planta, es decir:

$$X_{CM} = 7.5 \text{ m}$$

$$Y_{CM} = 4.0 \text{ m}$$

Para el CR, se puede determinar directamente, según los elementos sismorresistentes considerados:

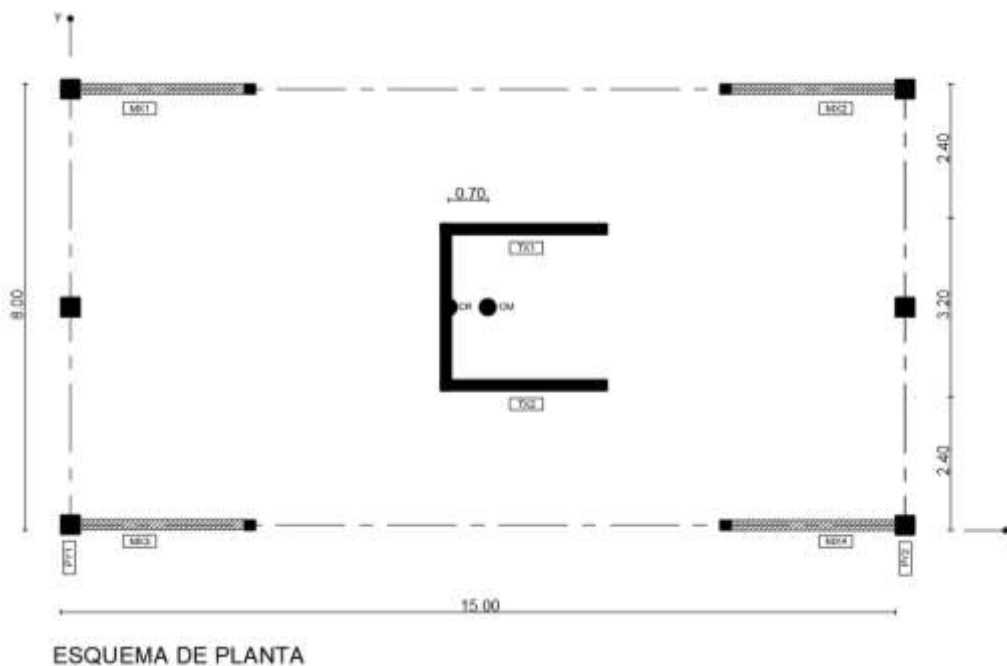
$$Y_{CR} = 4.0 \text{ m}$$

El X_{CR} se determina aplicando el Teorema de Varignon.

$$X_{CR} = K_{PY1} \cdot 0 \text{ m} + K_{TY1} \cdot (7.5 - 0.75) \text{ m} + K_{PY2} \cdot 15 \text{ m} / (K_{PY1} + K_{TY1} + K_{PY2})$$

$$X_{CR} = 0 + 0.491 \text{ KN/m} \cdot 6.75 \text{ m} + 0.017 \text{ KN/m} \cdot 15 \text{ m} / (0.017 + 0.491 + 0.017) \text{ KN/m} = 6.80 \text{ m}$$

$$X_{CR} = 6.80 \text{ m}$$



VERIFICACIÓN DE LA EXCENRICIDAD

$$e_{lim_X} = 0.05 \cdot L_x = 0.05 \cdot 15 \text{ m} = 0.75 \text{ m}$$

$$e_{lim_Y} = 0.05 \cdot L_y = 0.05 \cdot 8 \text{ m} = 0.4 \text{ m}$$

$$e_x = X_{CR} - X_{CM} = 6.80 \text{ m} - 7.5 \text{ m} = -0.70 \text{ m} < 0.75 \text{ m}$$

$$e_y = Y_{CR} - Y_{CM} = 0 \text{ m} - 0 \text{ m} = 0 \text{ m} < 0.40 \text{ m}$$

DISTRIBUCIÓN EN PLANTA

Al cumplirse la verificación de excentricidad, se supondrá que no se tendrán momentos torsores muy grandes, por ello se puede distribuir en forma directa el Corte Basal, en función de las rigideces de todos los materiales y en cada una de las direcciones principales.

Esto se puede resumir en la siguiente tabla:

DIRECCION	ELEMENTO	Vo [KN]	RIGIDEZ [KN/m]	(Ki / Σ Ki)	PORCENTAJE [%]	Vi (Ki / Σ Ki) . Vox [KN]
X-X	MX1	1440	0.021	0.032	3.2%	46.2
	MX2		0.021	0.032	3.2%	46.2
	MX3		0.021	0.032	3.2%	46.2
	MX4		0.021	0.032	3.2%	46.2
	TX1		0.285	0.436	43.6%	627.5
	TX2		0.285	0.436	43.6%	627.5
		Σ Ki	0.654	1.000	100%	1440.00

DIRECCION	ELEMENTO	Vo [KN]	RIGIDEZ [KN/m]	(Ki / Σ Ki)	PORCENTAJE [%]	Vi (Ki / Σ Ki) . Vox [KN]
Y-Y	PY1	1080	0.017	0.032	3.2%	35.0
	PY2		0.017	0.032	3.2%	35.0
	TY1		0.491	0.935	93.5%	1010.1
		Σ Ki	0.525	1.000	100%	1080.00

Como se puede apreciar, los tabiques resisten (más del 80%) del corte basal en cada una de las direcciones.

DISTRIBUCIÓN EN ALTURA

Se aplica lo indicado en el INPRES-CIRSOC-103-Part I, Cap. 6.2.4 y 6.2.4.1 (Método Estático).

Se puede ver en la imagen como las fuerzas son proporcionales a las aceleraciones de los pisos y a las masas de los mismos.

Es decir, a mayor desplazamiento en la parte superior del edificio, implica mayor velocidad y por ende mayor aceleración en un mismo lapso de tiempo.

Teniendo en cuenta la segunda Ley de Newton: $F = m \cdot a$; implica que las fuerzas en los niveles superiores son más grandes, decreciendo hacia abajo.

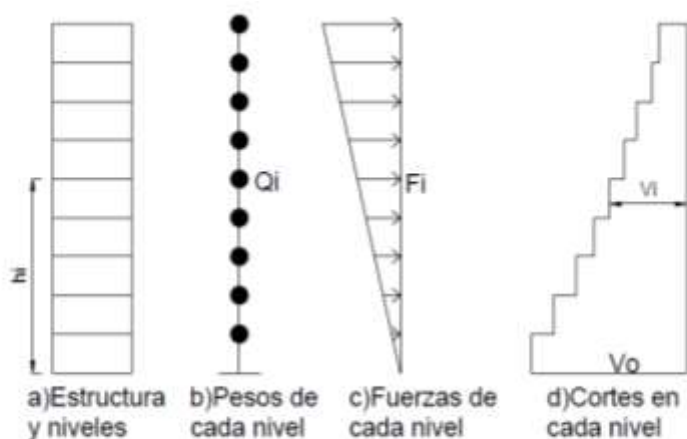


Figura 31: Distribución de fuerzas en altura y cortes de cada nivel

En la figura 31 se puede ver como a cada nivel “i” ubicado a una cierta altura “ h_i ” desde el suelo y con un peso “ Q_i ” recibe una fuerza “ F_i ” y debe soportar un corte “ V_i ”.

El corte en cada nivel no es otra cosa que la suma de todas las fuerzas “ F_i ” por encima de ese nivel. De acá se puede deducir que en la base, la suma de todas las fuerzas por encima es el corte basal “ V_o ”.

La fuerza en cada nivel se puede calcular como:

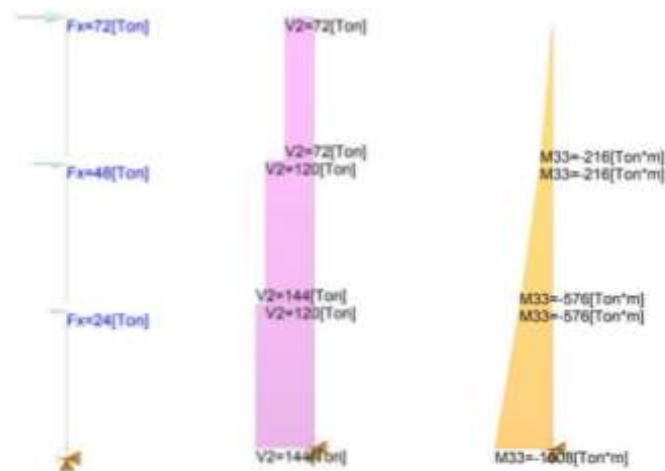
$$F_i = \frac{Q_i h_i}{\sum (Q_i h_i)} V_o$$

Siguiendo con el ejemplo, se puede realizar una planilla, para ambas direcciones, donde se calculan las fuerzas en cada nivel:

PISO	Altura Piso h_i [m]	Altura Total H_i [m]	Peso Piso W_i [KN]	$W_i \cdot H_i$ [KN . m]	$(W_i \cdot H_i) / \sum (W_i \cdot H_i)$	PORCENTAJE [%]	Corte Basal V_o [KN]	Fuerza en cada nivel F_{xi} [KN]	Corte en el nivel V_{xi} [KN]	M_{xi} [KNm]
3	3	9	1440	12960	0.50	50.0%		720.0	720.0	2160.0
2	3	6	1440	8640	0.33	33.3%	1440.0	480.0	1200.0	5760.0
1	3	3	1440	4320	0.17	16.7%		240.0	1440.0	10080.0
		Σ	4320	25920	1.00	100.0%		1440.00	1440.00	10080.00

PISO	Altura Piso h_i [m]	Altura Total H_i [m]	Peso Piso W_i [KN]	$W_i \cdot H_i$ [KN . m]	$(W_i \cdot H_i) / \sum (W_i \cdot H_i)$	PORCENTAJE [%]	Corte Basal V_o [KN]	Fuerza en cada nivel F_{yi} [KN]	Corte en el nivel V_{yi} [KN]	M_{xi} [KNm]
3	3	9	1440	12960	0.50	50.0%		540.0	540.0	1620.0
2	3	6	1440	8640	0.33	33.3%	1080.0	360.0	900.0	4320.0
1	3	3	1440	4320	0.17	16.7%		180.0	1080.0	7560.0
		Σ	4320	25920	1.00	100.0%		1080.00	1080.00	7560.00

A modo de ejemplo, se grafican en los distintos niveles y en la dirección X-X, fuerzas, cortes y momentos flectores.



Teniendo estos gráficos a disposición, se puede determinar rápidamente por piso, y además teniendo en cuenta las rigideces de los distintos elementos estructurales sismorresistentes, las demandas de solicitaciones para cada uno de esos elementos y en cada nivel; y así realizar las verificaciones y dimensionamiento correspondiente, según sea el elemento estructural a analizar.

Notar que la planilla anterior, los valores de “alfa” ($W_i H_i / \sum W_i H_i$) son iguales para ambas direcciones, dado que el peso y altura del edificio son únicos. De esta forma, entonces, se pueden obtener las fuerzas por piso en cualquier elemento.

Por ejemplo, el corte en el elemento $MX_1 = 46.2$ kN y sabiendo que los factores de distribución en altura son: 0.17, 0.33 y 0.50, podríamos formar el vector de fuerzas en altura en el muro MX_1 como:

$$F_1 = 0.17 \cdot 46.2 \text{ kN} = 7.85 \text{ kN},$$

$$F_2 = 0.33 \cdot 46.2 \text{ kN} = 15.25 \text{ kN},$$

$$F_3 = 0.50 \cdot 46.2 \text{ kN} = 23.10 \text{ kN},$$

siendo F_1 , F_2 y F_3 las fuerzas en los pisos 1, 2, y 3, respectivamente, en el muro MX_1 .

Ahora, con estas fuerzas podemos encontrar el diagrama de momentos y cortes en el muro MX_1 :

$$V_3 = F_3 = 23.10 \text{ kN},$$

$$V_2 = V_3 + F_2 = 38.35 \text{ kN},$$

$$V_1 = V_2 + F_1 = 46.20 \text{ kN} = V_{X_{MX1}}$$

y los momentos:

$$M_3 = F_3 \cdot h_3 = 23.10 \text{ kN} \times 3.00 \text{ m} = 69.30 \text{ kNm}$$

$$M_2 = F_3 \cdot (h_3 + h_2) + F_2 \cdot h_2 = 23.10 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} + 15.25 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} = 184.35 \text{ kNm}$$

$$M_1 = F_3 \cdot (h_3 + h_2 + h_1) + F_2 \cdot (h_2 + h_1) + F_1 \cdot h_1 = 23.10 \text{ kN} \cdot 9 \text{ m} + 15.25 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} + 7.85 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} = 322.95 \text{ kNm}$$

Con estos valores de corte **V** y momentos **M**, se puede verificar a corte cada nivel y diseñar los encadenados.