

DISEÑO SÍSMICO DE EDIFICIOS

UNIVERSIDAD DE MENDOZA
BIBLIOTECA
INVENTARIO 29756
UBICACION 624
B-362d

Temas que trata la obra:

- Introducción a la sismología y a la ingeniería sísmica.
- Edificios sujetos a fuerzas laterales.
- Conceptos de dinámica estructural.
- Propiedades de materiales y sistemas estructurales.
- Criterios de estructuración de edificios.
- Análisis sísmico estático.
- Análisis sísmico dinámico.
- Dimensionamiento y detallado de los elementos estructurales.
- Elementos no estructurales.

11 AGO 2015
18 AGO 2015

DISEÑO SÍSMICO DE EDIFICIOS

Enrique Bazán

Roberto Meli

LIMUSA

UNIVERSIDAD DE MENDOZA



12 120906002507

UNIVERSIDAD DE MENDOZA
BIBLIOTECA CENTRAL

INVENTARIO 29756

UBICACION

Bazán, Enrique
Diseño sísmico de edificios / Enrique Bazán. –
México : Limusa, 2010
320 p. : il. ; 27.5 x 21 cm.
ISBN: 978-968-18-5349-5
Rústica

1. Diseño Sísmico

Dewey: 624.1771 | 22 / B363d LC: TH1095

A
*nuestras
esposas
e hijos*

LA PRESENTACIÓN Y DISPOSICIÓN EN CONJUNTO DE

DISEÑO SÍSMICO DE EDIFICIOS

SON PROPIEDAD DEL EDITOR. NINGUNA PARTE DE ESTA OBRA
PUEDE SER REPRODUCIDA O TRANSMITIDA, MEDIANTE NINGÚN
SISTEMA O MÉTODO, ELECTRÓNICO O MECÁNICO (INCLU-
YENDO EL FOTOCOPIADO, LA GRABACIÓN O CUALQUIER SISTEMA
DE RECUPERACIÓN Y ALMACENAMIENTO DE INFORMACIÓN),
SIN CONSENTIMIENTO POR ESCRITO DEL EDITOR.

DERECHOS RESERVADOS:

© 2010, EDITORIAL LIMUSA, S.A. DE C.V.
GRUPO NORIEGA EDITORES
BALDERAS 95, México, D.F.
C.P. 06040
☎ 5130 0700
☎ 5512 2903
✉ limusa@noriega.com.mx
www.noriega.com.mx

CANIEM Núm. 121

HECHO EN MÉXICO
ISBN: 978-968-18-5349-5

11.1



Prólogo

En 1985 salió al mercado el *Manual de diseño Sísmico de Edificios* que habíamos elaborado en años anteriores y que había sido ya publicado por el Instituto de Ingeniería en 1981. El propósito de ese libro era presentar los elementos teóricos básicos y los procedimientos de análisis específicos para la aplicación de los requisitos de diseño sísmico contenidos en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal que había entrado en vigor en 1977.

Los sismos de 1985 y las consecuentes modificaciones del Reglamento del Distrito Federal volvieron pronto obsoletas partes importantes de ese Manual e hicieron necesaria una actualización del material. Al comenzar este proceso, llegamos rápidamente a la decisión de que eran necesarios cambios radicales y, principalmente, era conveniente reducir el énfasis en los procedimientos y en los métodos de análisis y prestar más atención a los criterios y a las bases teóricas. La razón de lo anterior es que actualmente ha perdido importancia la habilidad para aplicar métodos refinados de análisis porque el proceso ha sido transferido en su mayor parte a las computadoras, principalmente a través del uso de paquetes integrados de cómputo que realizan las etapas principales del proceso de cálculo.

Es ahora más importante el conocimiento de las bases teóricas en que se fundan los métodos y los sistemas automatizados de cálculo, para entender por qué se especifican determinados procedimientos e interpretar adecuadamente los resultados de los cálculos automáticos.

Por otra parte, se vuelve esencial contar con las bases para tomar las principales decisiones del proceso de diseño, como son la elección de los materiales, de los sistemas estructurales y de los modelos analíticos representativos de la estructura, los cuales serán sometidos al proceso formal de cálculo.

Al concluir la revisión se llegó a un texto que no guarda casi nada del que le sirvió como punto de partida, por lo que se decidió presentarlo como una obra diferente y, en particular, eliminar el término "Manual", que ya no corresponde a su enfoque.

El contenido mantiene cierta liga con el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal en lo relativo a la ilustración de los conceptos y a los ejemplos, pero se ha vuelto más general y más conceptual.

El texto comienza con una introducción que pretende dar una visión de conjunto de la problemática de los efectos sísmicos en los edificios y de la manera de diseñar éstos para resistirlos. Los dos capítulos siguientes contienen los fundamentos teóricos del análisis de las estructuras y de su respuesta dinámica, así como el planteamiento de los métodos de análisis que utilizan los paquetes de cómputo para diseño sísmico de edificios.

El cuarto capítulo se dedica a la presentación de las principales características de los materiales, elementos y sistemas estructurales que influyen en el comportamiento de los sismos.

A partir del capítulo 5 comienza la parte que se dedica a presentar las etapas principales del diseño sísmico. En este capítulo se tratan los principios que conducen a definir el sistema estructural idóneo para los edificios y para identificar aquellos aspectos que pueden causar problemas de mal comportamiento. En los tres capítulos siguientes se tratan sucesivamente los métodos de diseño sísmico estático y dinámico, y los requisitos de dimensionamiento y detallado para que las estructuras tengan el comportamiento sísmico adecuado. Finalmente, el capítulo 9 se refiere al cuidado de los elementos no estructurales de los edificios, como los acabados, instalaciones y equipo.

El texto ha sido preparado a partir de diversos escritos que los autores hemos venido desarrollando a lo largo de muchos años, y que han servido de base para cursos, conferencias y artículos técnicos. En este proceso hemos contado con la participación de un gran número de colaboradores, sobre todo estudiantes. Nos ha resultado imposible llevar una relación de todos ellos, por lo que preferimos darles un agradecimiento general para no incurrir en inevitables omisiones.

No queremos, sin embargo, dejar de mencionar la destacada contribución de Catherine Bazán, Gerardo Aguilar y Leonardo Flores en la preparación de figuras en formato digital.

ENRIQUE BAZÁN

ROBERTO MELI

Contenido



1. INTRODUCCIÓN A LA SISMOLOGÍA Y A LA INGENIERÍA SÍSMICA, 15

1.1 Sismología y peligro sísmico, 15

- 1.1.1 Causas y efectos de los sismos, 15
- 1.1.2 Movimientos sísmicos del terreno, 17
- 1.1.3 Registros sísmicos. Acelerogramas, 21
- 1.1.4 Peligro sísmico, 23
- 1.1.5 Efectos locales y microzonificación, 25

1.2 Efectos sísmicos en los edificios, 29

- 1.2.1 Características de la acción sísmica, 29
- 1.2.2 Respuesta de los edificios a la acción sísmica, 30
- 1.2.3 Daños estructurales más comunes, 33

1.3 Criterios de diseño sísmico, 37

- 1.3.1 Objetivos del diseño sísmico, 37
- 1.3.2 Aspectos principales del diseño sísmico, 40
- 1.3.3 Enfoques de diseño, 40

1.4 Criterios de diseño sísmico del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF), 43

2. EDIFICIOS SUJETOS A FUERZAS LATERALES, 47

2.1 Método de rigideces, 47

- 2.1.1 Conceptos básicos, 47
- 2.1.2 Elemento viga, 50
- 2.1.3 Elemento barra, 52

2.2 Marcos planos

- 2.2.1 Método directo de rigideces, 54
- 2.2.2 Método de Bowman, 60
- 2.2.3 Fórmulas de Wilbur, 62
- 2.2.4 Edificios de cortante, 65

2.3 Sistemas con muros, 67

- 2.3.1 Método de la columna ancha, 67
- 2.3.2 Método de MacLeod, 71
- 2.3.3 Marcos contraventados, 73
- 2.3.4 Muros confinados por marcos, 73
- 2.3.5 Método del elemento finito, 76

2.4 Análisis tridimensional, 78

- 2.4.1 Edificios con pisos rígidos en planta, 78

2.4.2 Ejemplo, 82	3.5 Respuesta a temblores de sistemas sin torsión, 121
2.4.3 Edificios con sistemas resistentes ortogonales, 84	3.5.1 Análisis modal, 121
2.5 Observaciones y comentarios, 89	3.5.2 Modos ortonormales, 123
2.5.1 Métodos aproximados para marcos, 90	3.5.3 Estructura tratada en la sección 3.3.4, 124
2.5.2 Sistema con muros y contravientos, 92	3.5.4 Edificio tratado en la sección 2.4.3, 125
2.5.3 Efectos no lineales, 94	3.6 Análisis dinámico tridimensional, 127
2.5.4 Análisis tridimensional con computadora, 95	3.6.1 Ecuaciones de equilibrio dinámico, 127
3. CONCEPTOS DE DINÁMICA ESTRUCTURAL, 99	3.6.2 Análisis modal, 128
3.1 Grados de libertad dinámicos, 99	3.6.3 Edificio de un piso, 129
3.2 Sistemas lineales de un grado de libertad, 100	3.6.4 Edificio tratado en la sección 2.4.3, 130
3.2.1 Descripción y ecuación de equilibrio dinámico, 100	3.6.5 Análisis paso a paso, 132
3.2.2 Vibraciones libres, 101	3.7 Sistemas suelo-estructura, 133
3.2.3 Respuesta a movimientos del terreno, 103	3.7.1 Ecuaciones de movimiento, 134
3.2.4 Análisis paso a paso, método β de Newmark, 103	3.7.2 Estimación aproximada de propiedades dinámicas, 137
3.2.5 Espectro de respuesta elástico, 107	3.7.3 Rigideces equivalentes del suelo, 139
3.3 Sistemas lineales de varios grados de libertad sin torsión, 108	3.8 Análisis no lineal, 140
3.3.1 Ecuaciones de equilibrio dinámico, 108	3.8.1 Ecuaciones de movimiento, 141
3.3.2 Vibraciones libres no amortiguadas, 109	3.8.2 Solución analítica, 141
3.3.3 Frecuencias y modos de vibración, 110	3.8.3 Análisis paso a paso, 142
3.3.4 Ejemplo, 111	3.8.4 Espectro de respuesta inelástico, 143
3.4 Cálculo numérico de modos y frecuencias de vibrar, 113	3.9 Comentarios y observaciones, 144
3.4.1 Método de Newmark, 113	4 PROPIEDADES DE MATERIALES Y SISTEMAS ESTRUCTURALES, 147
3.4.2 Método de Holzer, 115	4.1 Alcance, 147
3.4.3 Método de iteración inversa, 117	4.2 Características de los edificios que definen la respuesta a sismos, 147
	4.2.1 Conceptos generales, 141

4.2.2 Periodo natural de vibración, 148	4.6 Propiedades mecánicas y geométricas de los elementos estructurales para el análisis de los edificios, 171
4.2.3 Amortiguamiento viscoso, 150	
4.2.4 Comportamiento inelástico, 151	
4.3 Características de los materiales, 153	5. CRITERIOS DE ESTRUCTURACIÓN DE EDIFICIOS, 175
4.3.1 Propiedades relevantes, 153	5.1 Importancia de la configuración estructural en el comportamiento sísmico, 175
4.3.2 Concreto, 153	5.2 Características relevantes del edificio para el comportamiento sísmico, 176
4.3.3 Acero, 154	5.2.1 Peso, 176
4.3.4 Mampostería, 155	5.2.2 Forma del edificio en planta, 177
4.3.5 Madera, 156	5.2.3 Forma del edificio en elevación, 180
4.4 Comportamiento de los principales elementos estructurales, 157	5.2.4 Separación entre edificios adyacentes, 181
4.4.1 Vigas y columnas de concreto reforzado, 157	5.3 Requisitos básicos de estructuración, 181
4.4.2 Uniones de viga-columna de concreto reforzado, 159	5.4 Requisitos específicos de estructuración, 183
4.4.3 Muros de concreto, 160	5.5 Ventajas y limitaciones de los sistemas estructurales básicos, 187
4.4.4 Vigas y columnas de acero estructural, 161	5.5.1 Marcos rígidos, 187
4.4.5 Conexiones viga-columna de acero, 162	5.5.2 Sistemas tipo cajón, 188
4.4.6 Contravientos de acero, 163	5.5.3 Marcos rigidizados, 188
4.4.7 Muros de mampostería, 164	5.5.4 Otros sistemas, 189
4.4.8 Paredes de madera, 165	5.6 Sistemas de piso y techo. Diagramas horizontales, 192
4.5 Comportamiento de sistemas estructurales, 165	5.7 Cimentaciones, 194
4.5.1 Respuesta no lineal de sistemas, 165	
4.5.2 Medidas de la respuesta no lineal de sistemas, 166	6. ANÁLISIS SÍSMICO ESTÁTICO, 199
4.5.3 Relación entre ductilidad de un elemento y ductilidad de una sección, 167	6.1 Aspectos reglamentarios, 199
4.5.4 Relación entre ductilidad de entrepiso y ductilidad de la sección crítica, 168	6.1.1 Métodos de análisis, 199
4.5.5 Relación entre ductilidad global de un marco y ductilidad local de la sección crítica, 170	

6.1.2 Coeficientes y espectros de diseño sísmico, 200	7. ANÁLISIS SÍSMICO DINÁMICO, 237
6.1.3 Aplicabilidad y procedimiento del análisis sísmico estático, 205	7.1 Aspectos reglamentarios, 237
6.2 Valuación de fuerzas sísmicas sin estimar el periodo fundamental del edificio, 205	7.1.1 Tipos de análisis, 237
6.2.1 Edificios sin apéndices, 205	7.1.2 Requisitos generales, 238
6.2.2 Edificios con apéndices, 206	7.2 Análisis modal espectral, 238
6.3 Valuación de fuerzas sísmicas estimando el periodo fundamental del edificio, 210	7.2.1 Espectros de diseño, 239
6.3.1 Procedimiento, 210	7.2.2 Requisitos, 240
6.3.2 Edificio tratado en la sección 6.2.1, 210	7.3 Estructuras de varios grados de libertad sin torsión, 241
6.3.3 Edificio tratado en la sección 6.2.2, 212	7.3.1 Análisis modal de la respuesta estructural a un temblor, 241
6.4 Distribución de las fuerzas sísmicas entre los elementos resistentes del edificio, 212	7.3.2 Combinación de respuestas modales máximas, 242
6.4.1 Entrepisos con sistemas resistentes ortogonales, 213	7.3.3 Estructura tratada en la sección 3.3.4, 244
6.4.2 Ejemplo, 216	7.4 Análisis en dos dimensiones y efectos de torsión, 247
6.4.3 Cálculo matricial de momentos torsionantes, 221	7.4.1 Enfoque de análisis, 247
6.4.4 Ejemplo, 223	7.4.2 Ejemplo, 247
6.4.5 Distribución matricial de fuerzas sísmicas, 225	7.5 Análisis modal tridimensional, 252
6.5 Método simplificado de análisis sísmico, 226	7.5.1 Descripción, 252
6.5.1 Requisitos y descripción, 227	7.5.2 Edificio de un piso, 252
6.5.2 Ejemplo, 227	7.5.3 Consideraciones para diseño, 255
6.6 Efectos de segundo orden y revisión de desplazamientos, 230	7.5.4 Edificio de varios pisos, 256
6.6.1 Requisitos reglamentarios, 231	7.6 Tópicos adicionales, 264
6.6.2 Ejemplo, 231	7.6.1 Análisis paso a paso, 264
6.7 Momentos de volteo, 232	7.6.2 Sistemas suelo estructura, 265
6.8 Comentarios, 233	7.6.3 Periodos cercanos y efectos bidireccionales, 268
	8. DIMENSIONAMIENTO Y DETALLADO DE LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES, 271
	8.1 Aspectos generales, 271

8.2 Estructuras de concreto reforzado, 272	8.3.6 Elementos de contraviento, 296
8.2.1 Introducción, 272	8.4 Estructuras de mampostería, 297
8.2.2 Materiales, 272	8.4.1 Consideraciones generales, 297
8.2.3 Requisitos para vigas, 273	8.4.2 Mampostería confinada, 297
8.2.4 Requisitos para columnas, 279	8.4.3 Mampostería reforzada, 299
8.2.5 Uniones viga-columna, 285	
8.2.6 Requisitos para losas planas, 287	9. ELEMENTOS NO ESTRUCTURALES, 303
8.2.7 Requisitos para muros, 289	9.1 Conceptos generales, 303
8.3 Requisitos para estructuras de acero, 292	9.2 Métodos de diseño, 304
8.3.1 Conceptos generales, 292	9.3 Detalles para aislar elementos arquitectónicos, 306
8.3.2 Material, 292	9.4 Equipo e instalaciones, 312
8.3.3 Requisitos para vigas, 293	
8.3.4 Requisitos para columnas, 295	BIBLIOGRAFÍA, 313
8.3.5 Requisitos para uniones viga-columna, 296	

Introducción a la sismología y a la ingeniería sísmica

1.1 SISMOLOGÍA Y PELIGRO SÍSMICO

1.1.1 Causas y efectos de los sismos

Conviene comenzar con una breve exposición sobre el origen y características de los fenómenos sísmicos para aclarar la razón de ser de los procedimientos de diseño que se van a tratar a lo largo de este trabajo. El lector que quiera profundizar en estos temas debe recurrir a alguno de los muchos excelentes textos que sobre esta materia se encuentran publicados. Se recomiendan especialmente los textos de Bolt (1987) y de Sauter (1990).

Los sismos, terremotos o temblores de tierra, son vibraciones de la corteza terrestre, generadas por distintos fenómenos, como la actividad volcánica, la caída de techos de cavernas subterráneas y hasta por explosiones. Sin embargo, los sismos más severos y los más importantes desde el punto de vista de la ingeniería, son los de origen tectónico, que se deben a desplazamientos bruscos de las grandes placas en que está subdividida dicha corteza. Las presiones que se generan en la corteza por los flujos de magma desde el interior de la tierra llegan a vencer la fricción que mantiene en contacto los bordes de las placas y producen caídas de esfuerzos y liberación de enormes cantidades de energía almacenada en la roca. La energía se libera principalmente en forma de ondas vibratorias que se propagan a grandes distancias a través de la roca de la corteza.

Es esta vibración de la corteza terrestre la que pone en peligro las edificaciones que sobre ella se desplantan, al ser éstas solicitadas por el movimiento de su base. Por los movimientos vibratorios de las masas de los edificios, se generan fuerzas de inercia que inducen esfuerzos importantes en los elementos de la estructura y que pueden conducirla a la falla.

Además de la vibración, hay otros efectos sísmicos que pueden afectar a las estructuras, principalmente los relacionados con fallas del terreno, como son los fenómenos de licuación, de deslizamiento de laderas y de aberturas de grietas en el suelo. No se tratarán aquí estos fenómenos que corresponden a condiciones muy particulares de subsuelo que requieren estudios especializados.

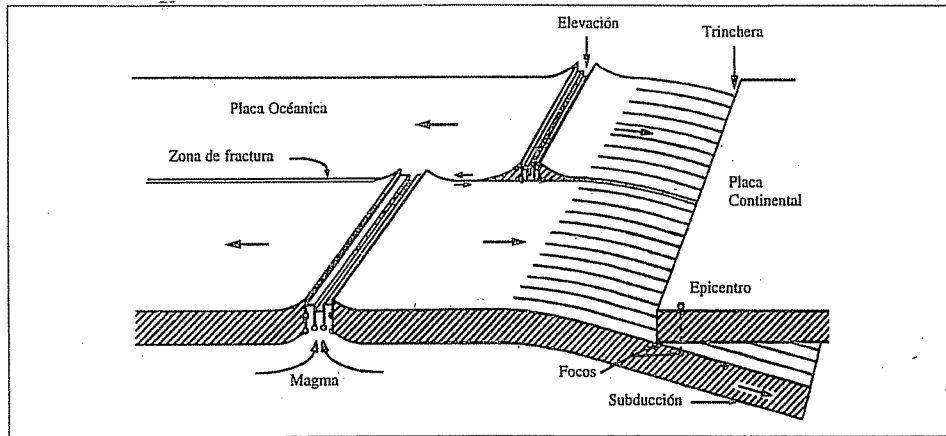


Figura 1.1 Movimiento de placas y generación de sismos. Mecanismo de subducción.

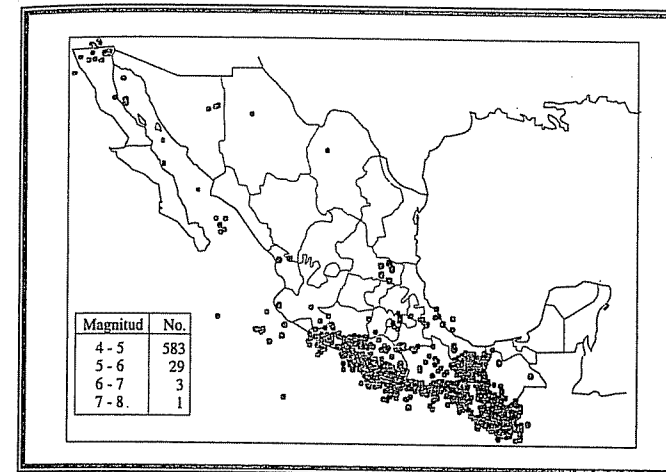


Figura 1.3 Epicentros de sismos ocurridos en México en 1993 (Servicio Sismológico Nacional).

La figura 1.1 muestra de manera muy esquemática las principales características de este fenómeno tectónico. El sismo se genera por el corrimiento de cierta área de contacto entre placas. Se identifica un punto, generalmente subterráneo, que se denomina *foco* o *hipocentro*, donde se considera se inició el movimiento; a su proyección sobre la superficie de la tierra se le llama *epicentro*.

Aunque prácticamente toda la corteza terrestre está afectada por fallas geológicas, se ha observado que la actividad sísmica se concentra en algunas zonas donde los movimientos a lo largo de estas fallas son particularmente severos y frecuentes. Una visión global de la distribución espacial de los grandes sismos se muestra en la figura 1.2, de la que se aprecia cómo éstos se presentan principal, pero no exclusivamente, en los bordes de las grandes placas tectónicas. La zona donde se libera la mayor parte de la energía sísmica es un gran arco, conocido como Cinturón Circumpacífico, un tramo del cual está constituido por la zona de subducción entre la placa de Cocos y la placa de Norteamérica en la costa del Pacífico de México.

La figura 1.3 muestra en mayor detalle la localización de los epicentros de los sismos registrados en México durante cierto periodo. Se aprecia que, con mucho, la actividad se concentra en la zona de subducción antes mencionada, pero que se presentan también fenómenos significativos en algunas otras áreas. Destacan los de Baja California Norte, los de Sonora y del Istmo de Tehuantepec.

1.1.2 Movimientos sísmicos del terreno

La energía liberada por un sismo se propaga desde la zona de ruptura, mediante diversos tipos de ondas que hacen vibrar la corteza terrestre. Se identifican ondas de cuerpo que viajan a grandes distancias a través de roca y ondas superficiales que se deben a reflexiones y refracciones de las ondas de cuerpo, cuando éstas llegan a la superficie o a una interfase entre estratos. Las ondas de cuerpo se dividen en ondas *P*, también llamadas principales o de dilatación, y en ondas *S*, secundarias o de cortante. En las ondas *P* las partículas de la corteza experimentan un movimiento paralelo a la dirección de la propagación. En las ondas *S* las partículas se mueven transversalmente a la dirección de propagación.

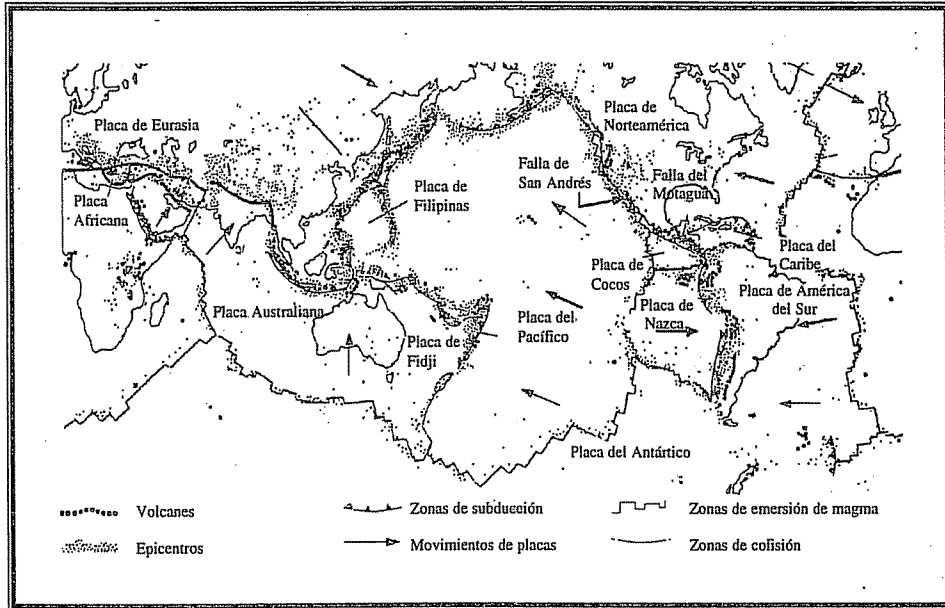


Figura 1.2 Mapa que muestra la relación entre las principales placas tectónicas y la localización de los epicentros de terremotos y de los volcanes (de Bolt, 1987).

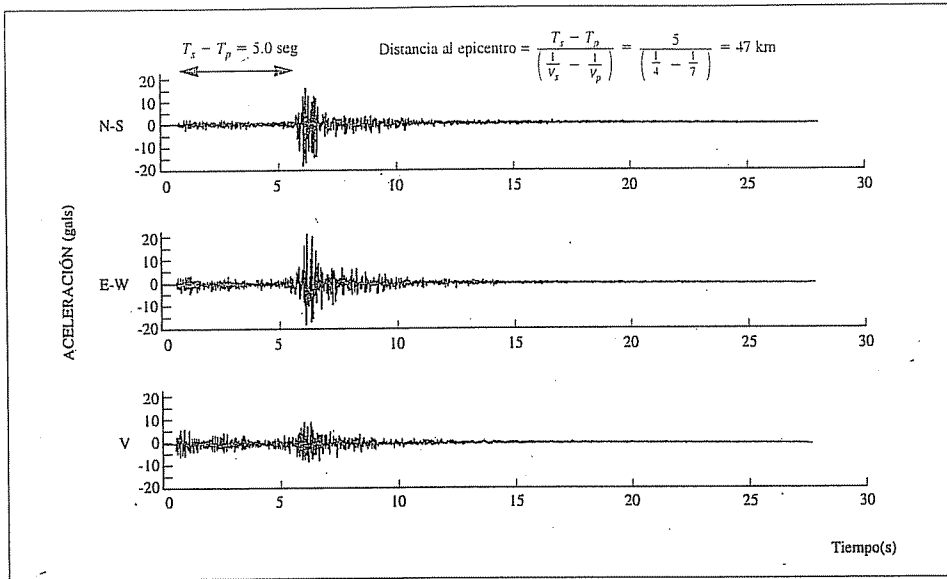


Figura 1.4 Registro de aceleraciones de un sismo en la Estación No. 1, Acapulco, México, el 9 de enero de 1992, obtenido en el CENAPRED (Tiempo de arribo de las ondas P y S , y determinación de distancia epicentral).

Las ondas de cuerpo se propagan a grandes distancias y su amplitud se atenúa poco a poco. La velocidad de propagación de las ondas P es mayor que la de las S , por lo que a medida que nos alejamos del epicentro crece la diferencia de tiempo de llegada de los dos tipos de trenes de ondas. Como se aprecia en la figura 1.4 esta diferencia de tiempo se emplea para determinar la distancia entre el epicentro y alguna estación sismológica donde se haya registrado el movimiento del terreno y, por tanto, sirve de base para la localización del epicentro.

Las ondas S producen un movimiento del terreno más intenso y de características más dañinas para las edificaciones que las ondas P . Por la complejidad de los mecanismos de ruptura y por la irregularidad de las formaciones geológicas por las que viajan las ondas y por las múltiples refracciones y reflexiones que sufren durante su recorrido, el movimiento del terreno en un sitio dado es muy complejo e irregular.

Para medir el tamaño de los sismos se utiliza la magnitud. Lo que se pretende cuantificar es la energía liberada por el temblor y su potencial destructivo global, de manera semejante a lo que se hace con las bombas. La escala de magnitud más común es la de Richter (más propiamente llamada magnitud local M_L), que se basa en la amplitud de un registro en condiciones estándar. Sin embargo, debemos tener presente que esta escala fue propuesta para temblores en California, empleando un sismógrafo particular. Para medir eventos en otras zonas sísmicas, que pueden ser más grandes y lejanos, varios autores han propuesto escalas basadas en registros de diversos tipos de ondas, siendo las más populares la magnitud de ondas superficiales M_s , y la de ondas de cuerpo m_b .

Las escalas mencionadas se limitan, no obstante, a temblores de ciertas características y se saturan, es decir, dejan de crecer cuando alcanzan valores alrededor de 8 aunque la destructividad del temblor siga aumentando. Por estas razones, los sismólogos han desarrollado una medida más directa de la energía

dissipada por un sismo denominada momento sísmico M_0 , el cual es el producto de la rigidez a cortante de la corteza terrestre por el área de ruptura y por el deslizamiento de la falla que genera el temblor. Así definido, M_0 tiene, de hecho, unidades de energía. Para relacionar el momento sísmico con las escalas convencionales de magnitud, Hanks y Kanamori (1979) han definido una nueva escala con la fórmula:

$$M = 2(\log M_0)/3 - 10.7$$

donde el logaritmo se toma en base 10 y M_0 está dada en dinas-cm.

M (también denotada con M_w) se llama magnitud de momento sísmico y está ganando aceptación como una escala universal, ya que es adecuada para medir eventos muy grandes y sin basarse exclusivamente en ningún tipo de ondas. Se han publicado tablas y gráficas que permiten relacionar M con otros tipos de magnitud (véase, por ejemplo, Nuttli y Hermann, 1982).

La última ecuación refleja que la magnitud es una función lineal del logaritmo de la energía liberada (medida por M_0), de modo que un incremento de un grado en M corresponde a un evento que libera 32 ($=10^{1.3}$) veces más energía. Por ello, la determinación precisa de la magnitud, digamos con errores de un décimo, es muy importante para determinar la destructividad de un temblor, particularmente en estudios de riesgo sísmico.

Sismos de magnitudes menores de 3 son sismos instrumentales que difícilmente perciben las personas. Sismos de magnitud menor que 5 rara vez llegan a producir daño, excepto cuando son muy superficiales y sólo muy cerca del epicentro. Sismos de magnitud entre 5 y 7 afectan zonas relativamente pequeñas y caen en la definición genérica de sismos de magnitud intermedia. A medida que aumenta la magnitud crecen la zona afectada y la violencia del movimiento del terreno. Los grandes sismos son de magnitud superior a 7.0 y no existe un límite superior teórico de la escala de Richter. Los sismos de mayor magnitud que se han estudiado llegan a cerca de 9 en dicha escala.

Del punto de vista de ingeniería no interesa tanto la magnitud del sismo como sus efectos en los sitios donde existen o se van a construir las edificaciones. Esto se refiere a la severidad de la sacudida sísmica que se experimenta en un sitio dado. A esta característica de los sismos se le llama *intensidad*, y es claro que un mismo sismo, aunque tiene una sola magnitud, tendrá diferentes intensidades, según el sitio donde se registre. En general la intensidad decrece a medida que nos alejamos de la zona epicentral, y para una misma distancia epicentral, son más intensos los sismos de mayor magnitud.

Tampoco para la intensidad existe una escala universalmente aceptada. Las escalas más precisas son las de tipo instrumental, que definen, por ejemplo, la intensidad en función de la aceleración máxima del terreno en el sitio de interés. Sin embargo, por la imposibilidad de contar con instrumentos colocados precisamente en los diferentes sitios donde interesa conocer la intensidad, se prefiere recurrir a escalas de tipo más cualitativo que se basan en la severidad de los daños producidos, en la violencia con que es sentido por las personas y en cambios producidos en la superficie del terreno. La escala de intensidades más usada es la de Mercalli Modificada, una de cuyas versiones más recientes se reproduce en el cuadro 1.1. Se asignan intensidades entre I y XII. Intensidades de IV o menores no corresponden a daño estructural y una intensidad de X corresponde a una destrucción generalizada. La mayor debilidad de la escala de Mercalli es

Cuadro 1.1 Escala de intensidad Mercalli Modificada (MM).

Grado	Descripción	Grado	Descripción
I	No es sentido por las personas, registrado por los instrumentos sismográficos.		
II	Sentido sólo por pocas personas en reposo, especialmente en los pisos superiores, objetos suspendidos pueden oscilar.		
III	Sentido en el interior de las edificaciones, especialmente en pisos superiores, pero muchos pueden no reconocerlo como temblor, vibración semejante a la producida por el paso de un vehículo liviano, objetos suspendidos oscilan.	IX	gunas ramas de árboles se quiebran, cambio en el flujo o temperatura de pozos de agua, grietas en terreno húmedo y en taludes inclinados. Pánico general, construcciones de mampostería tipo D totalmente destruidas, daño severo y aun colapso de mampostería tipo C, daño de consideración en mampostería tipo B, daño a fundaciones, daños y colapso de estructuras, aporticadas, daños en ensambles y depósitos de agua, ruptura de tubería cerrada, grietas significativas visibles en el terreno.
IV	Objetos suspendidos oscilan visiblemente, vibración semejante a la producida por el paso de un vehículo pesado, vehículos estacionados se bambolean, cristalería y vidrios suenan, puertas y paredes de madera crujen.	X	La mayoría de las construcciones de mampostería y a base de pórticos destruidas, algunas construcciones de madera de buena calidad dañadas, puentes destruidos, daño severo a represas, diques y terraplenes, grandes deslizamientos de tierra, el agua se rebalsa en los bordes de ríos, lagos y embalses, rieles de ferrocarril deformados ligeramente.
V	Sentido aun en el exterior de los edificios, permite estimar la dirección de las ondas, personas dormidas se despiertan, el contenido líquido de recipientes y tanques es perturbado y se puede derramar, objetos inestables son desplazados, las puertas giran y se abren o cierran, relojes de péndulo se paran.	XI	Los rieles de ferrocarril deformados severamente, ruptura de tuberías enterradas que quedan fuera de servicio.
VI	Sentido por todas las personas, muchos sufren pánico y corren hacia el exterior, se tiene dificultad en caminar establemente, vidrios y vajilla se quiebran, libros y objetos son lanzados de los anaqueles y estantes, los muebles son desplazados o volcados, el revoque y enlucido de mortero de baja calidad y mampostería tipo D se fisuran, campanas pequeñas tañen.	XII	Destrucción total, grandes masas de roca desplazadas, las líneas de visión óptica distorsionadas, objetos lanzados al aire.
VII	Se tiene dificultad en mantenerse parado, percibido por los conductores de vehículos en marcha, muebles se rompen, daños y colapso de mampostería tipo D, algunas grietas en mampostería tipo C, las chimeneas se fracturan a nivel de hecho, caída del revoque de mortero, tejas, cornisas y parapetos sin anclaje, algunas grietas en mampostería de calidad media, campanas grandes tañen, ondas en embalses y depósitos de agua.		
VIII	La conducción de vehículos se dificulta, daños de consideración y colapso parcial de mampostería tipo C, algún daño en mampostería tipo B; algún daño en mampostería tipo A; caída del revoque de mortero y de algunas paredes de mampostería, caída de chimeneas de fábricas, monumentos y tanques elevados, al-		

Definición de los tipos de mampostería

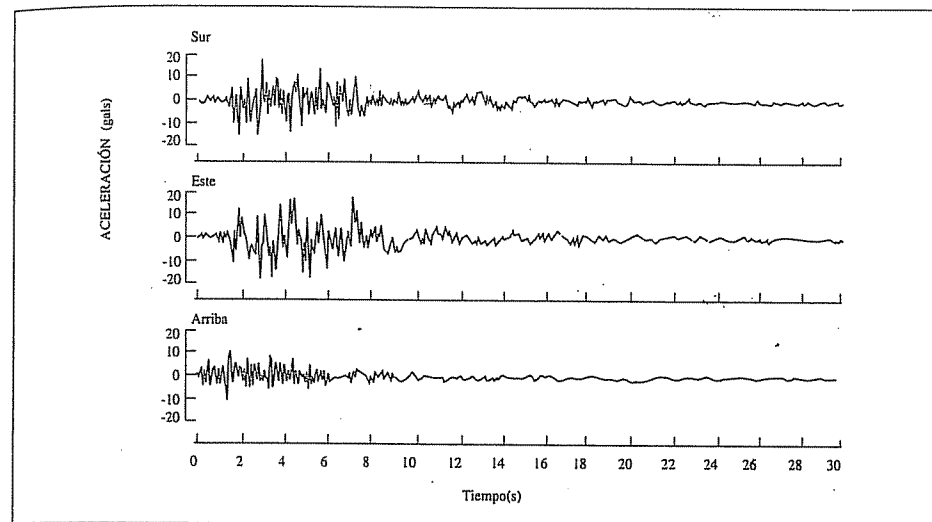
Tipo A: buena calidad de ejecución, mortero y diseño, reforzada y confinada empleando varillas de acero, diseñada para resistir cargas laterales de sismo.

Tipo B: buena calidad de ejecución, reforzada, pero no diseñada específicamente para resistir cargas laterales de sismo.

Tipo C: calidad de ejecución media, sin refuerzo y no diseñada para resistir cargas laterales.

Tipo D: materiales de baja resistencia, tal como adobe, baja calidad de ejecución débil para resistir cargas laterales.

El rango de intensidades MM I a VI no es relevante en términos de riesgo sísmico. El 90% del daño ocasionado por los terremotos corresponde a eventos con intensidad grado VII a IX, expresado en la escala Mercalli Modificada.



que toma en cuenta sólo marginalmente la calidad sismorresistente de los edificios que se encuentran en la zona afectada.

1.1.3 Registros sísmicos —Acelerogramas

Entre los aparatos para medir los sismos se encuentran los sismógrafos, que se usan principalmente para determinar los epicentros y mecanismos focales. Para fines de ingeniería los más importantes son los acelerógrafos que proporcionan la variación de aceleraciones con el tiempo en el lugar donde están colocados. El número y la calidad de estos aparatos ha aumentado extraordinariamente en los años recientes y ha permitido grandes avances en el conocimiento de las características de la excitación sísmica inducida en las construcciones. Los mismos aparatos colocados en los edificios permiten determinar la respuesta de éstos a la acción sísmica.

Los acelerógrafos contienen sensores dispuestos de manera de registrar la aceleración del terreno en tres direcciones ortogonales (dos horizontales y una vertical). La figura 1.5 muestra un registro típico. Los parámetros más importantes para definir la intensidad del movimiento y sus efectos en las estructuras son la aceleración máxima, expresada generalmente como fracción de la gravedad, la duración de la fase intensa del movimiento, y el contenido de frecuencias. Este último se refiere a la rapidez del cambio de dirección del movimiento y es importante en cuanto a definir el tipo de estructura que será más afectado. Este último punto se refleja en la forma del llamado espectro de respuesta y se examinará más a fondo en el capítulo 3. Por ahora basta decir que mientras más cercanos sean los periodos dominantes del movimiento del suelo y el periodo fundamental de vibración de la estructura, más críticos serán los efectos del sismo.

La figura 1.6 muestra en forma comparativa los acelerogramas de tres movimientos sísmicos muy diferentes entre sí. El primer caso corresponde a un

Figura 1.5 Acelerogramas de los tres componentes de un sismo (registrados a 20 km del epicentro del sismo de San Fernando, 1971).

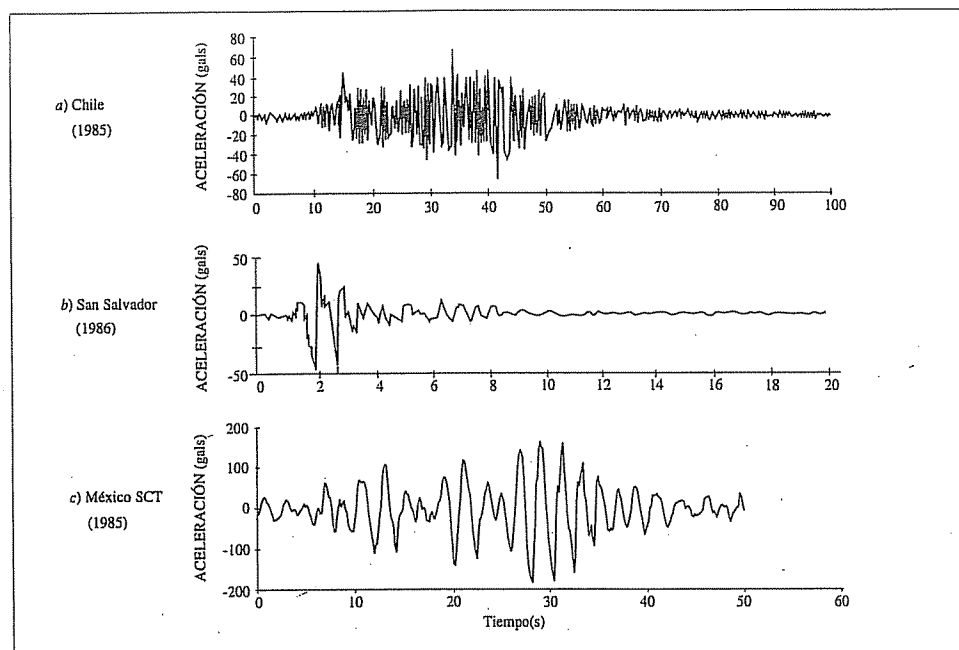


Figura 1.6 Acelerogramas de tres movimientos sísmicos típicos.

sismo de magnitud importante, registrado a una distancia moderada del epicentro. Se aprecia una aceleración máxima alta (0.16 g), una duración considerable (cerca de 50 segundos) y no existe una sola frecuencia definida, pero prevalecen las frecuencias altas como puede observarse por el número de picos por segundo. Un movimiento de este tipo es dañino para estructuras de altura mediana o baja que tienen periodos fundamentales relativamente cortos. El segundo registro corresponde a un sismo de pequeña magnitud ($M_s = 5.6$), pero registrado muy cerca del epicentro. La aceleración máxima es extraordinariamente elevada (0.68 g), pero la duración es sólo de algunos segundos y los periodos dominantes son muy cortos. Un movimiento como éste produce generalmente menos daño que el primero, aunque su aceleración máxima sea significativamente mayor, debido a la menor duración que hace que el número de ciclos de vibración inducidos en la estructura sea menor y así la amplificación que se tenga en la vibración de ésta. El tercer caso es el de un registro típico de la zona de suelo blando del valle de México, para un sismo de gran magnitud, pero registrado muy lejos de la zona epicentral. El acelerograma muestra una aceleración máxima no muy grande, una extraordinaria duración y periodos muy largos. Un movimiento de este tipo es poco severo para las estructuras rígidas (de periodo corto), pero muy peligroso para las estructuras altas y flexibles que tienen periodos naturales de vibración largos.

En la figura 1.5 se aprecia que la aceleración vertical del terreno es sustancialmente menor que las horizontales. Esto sucede en la generalidad de los sismos, excepto en los registrados muy cerca del epicentro. Por ello la atención se centra principalmente en proteger a las estructuras del efecto de la aceleración horizontal.

1.1.4 Peligro sísmico

Los estudios geológicos y la historia de actividad sísmica permiten identificar las zonas sismogénicas, o sea aquellas donde existen fallas tectónicas activas cuya ruptura genera los sismos. Los movimientos sísmicos del terreno se presentan no sólo en las zonas sismogénicas sino en todas aquellas que están suficientemente cercanas a las mismas para que lleguen a ellas ondas sísmicas de amplitud significativa. Por tanto, el peligro sísmico se refiere al grado de exposición que un sitio dado tiene a los movimientos sísmicos, en lo referente a las máximas intensidades que en él pueden presentarse.

En una zona sismogénica se producen sismos de diferentes magnitudes, según el tamaño del tramo de falla que se rompe en cada evento. Ocurre, generalmente, un gran número de eventos de pequeña magnitud y la frecuencia de ocurrencia disminuye en forma exponencial con la magnitud. Se suele suponer un modelo, propuesto por Gutenberg y Richter (1954), para relacionar el número de años que en promedio transcurre entre uno y otro evento de cierta magnitud. Este lapso promedio se denomina *periodo de retorno*, N , y aumenta con la magnitud, según la relación

$$\log N = a + b M$$

en que a y b son dos coeficientes que definen el grado de actividad sísmica de la zona sismogénica. La figura 1.7 muestra la relación entre estas variables para un tramo de la zona de subducción de la costa del Pacífico en México.

Las ondas sísmicas que se generan en la corteza terrestre por un evento de gran magnitud se propagan a mucha distancia, pero su amplitud disminuye con la distancia por efectos de dispersión y de amortiguamiento. Por tanto, la intensidad del movimiento en un sitio dado disminuye con su distancia al epicentro. Se han desarrollado ecuaciones empíricas para relacionar la intensidad del movimiento en un sitio con su distancia epicentral y con la magnitud del

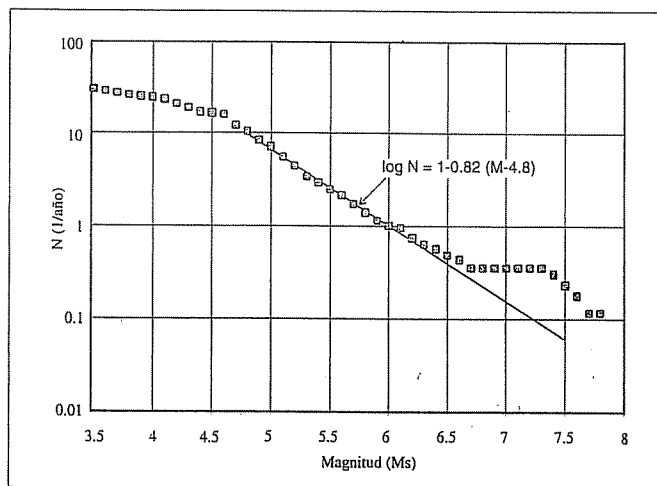
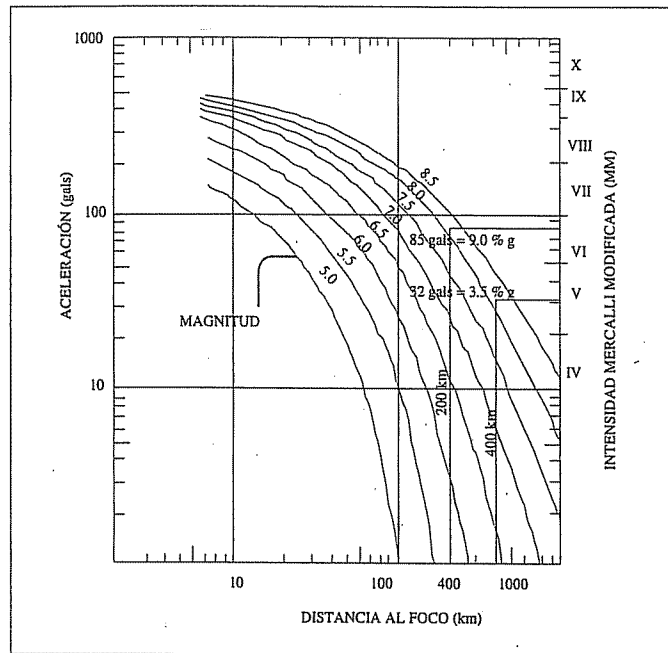


Figura 1.7 Relación entre magnitud y frecuencia de ocurrencia de sismos en la zona de subducción de la costa del Pacífico de México, entre Michoacán y Guerrero (según Singh, Rodríguez y Esteva, 1983).

Figura 1.8 Relación de atenuación de la intensidad del movimiento del terreno en función de la distancia epicentral y de la magnitud del evento. En el eje vertical izquierdo se presenta la atenuación de la aceleración máxima del terreno, en el eje derecho la atenuación de la intensidad expresada en la escala Mercalli Modificada; la intensidad MM en función de la aceleración máxima se tomó de las relaciones dadas por F. Sauter (adaptado de G.W. Housner and P.C. Jennings, 1982).



evento. Sin embargo, estas relaciones son sumamente erráticas y las ecuaciones propuestas, llamadas *leyes de atenuación* difieren significativamente entre sí y tienen coeficientes de variación elevados.

La figura 1.8 muestra la representación gráfica de una de estas leyes de atenuación. En este caso la intensidad se representa en la escala de Mercalli. Mejor aproximación se tiene cuando se expresa la intensidad en términos de la aceleración máxima del terreno o de algún parámetro instrumental.

La manera en que se atenúan los efectos sísmicos con la distancia desde la zona epicentral se aprecia directamente de las intensidades que se determinan en distintos sitios. Para los sismos importantes se construyen mapas de isosistas, o sea líneas de igual intensidad sísmica. Por ejemplo, en la figura 1.9 se muestran las isosistas del sismo de México del 19 de septiembre de 1985. Se observa que para una magnitud tan elevada, $M_s = 8.1$, se tuvieron intensidades significativas hasta varios cientos de kilómetros de distancia. Es evidente además, que las isosistas tienen una trayectoria irregular que difiere mucho de la forma circular que predicen las leyes de atenuación teóricas. La diferencia es debida a irregularidades geológicas y topográficas, principalmente.

El peligro sísmico en un sitio específico depende de su cercanía a fuentes de eventos de magnitud suficiente para producir intensidades significativas en el sitio. La figura 1.10 muestra las máximas intensidades que se han presentado en la república mexicana por los sismos más importantes ocurridos desde 1850. Se aprecia que las intensidades máximas ocurren en la costa del Pacífico, pero que existen otras zonas donde se ha llegado a intensidades importantes.

Una forma más racional de expresar el peligro sísmico es en términos probabilistas, en función de la intensidad que tiene una probabilidad preestablecida (y

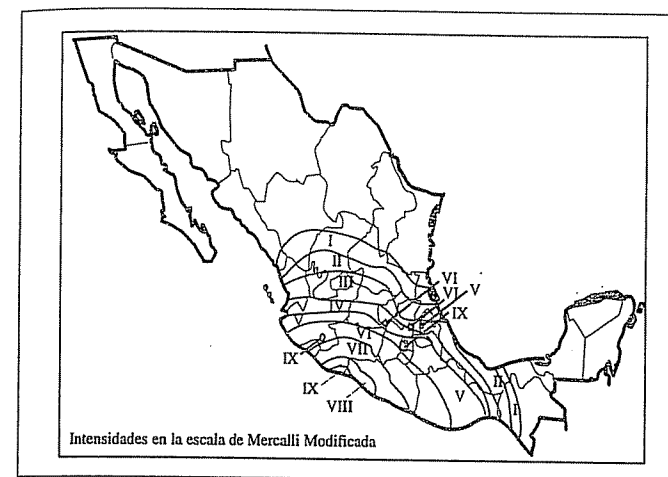


Figura 1.9 Isosistas del sismo del 19 de septiembre de 1985 (obtenido de la base de datos Diagnóstico de Peligro Sísmico, CENAPRED).

pequeña) de ser excedida en un lapso comparable a la vida útil esperada de las edificaciones. En estos conceptos están basadas las regionalizaciones sísmicas que rigen en distintos países. La figura 1.11 muestra la regionalización sísmica de México; en ella se ha dividido el país en cuatro regiones de peligro sísmico creciente, de la A hasta la D. Se aprecia concordancia entre esta regionalización y la distribución de intensidades máximas de la figura 1.10.

1.1.5 Efectos locales y microzonificación

Las leyes de atenuación y los mapas de regionalización reflejan la propagación de las ondas sísmicas en la roca de la corteza. El movimiento en la superficie del

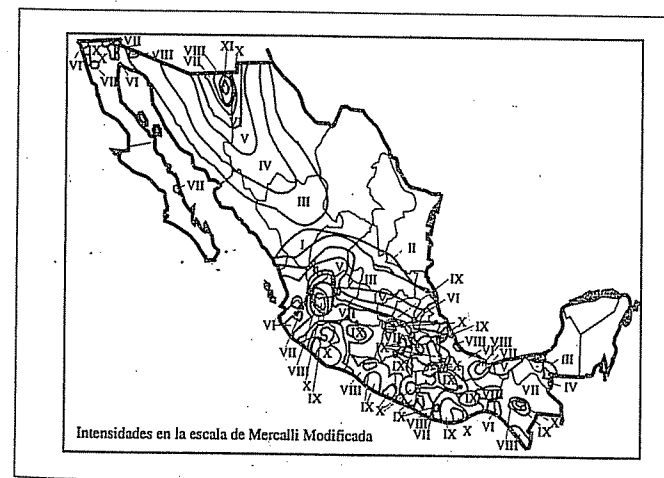


Figura 1.10 Isosistas máximas registradas en la República Mexicana de 1845 a 1985 (obtenido de la base de datos Diagnóstico de Peligro Sísmico, CENAPRED).

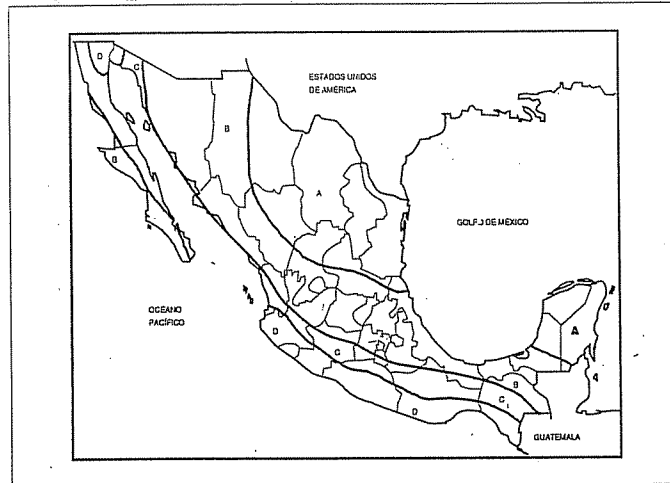


Figura 1.11 Regionalización sísmica de México. El peligro sísmico aumenta de la zona A hacia la D.

terreno en un sitio dado puede diferir radicalmente del que se tiene en la roca base, por alteraciones de las ondas debidas a efectos geológicos, topográficos y de rigidez del subsuelo. La importancia de estas alteraciones, llamadas en términos generales *efectos locales*, se reconoce cada vez más en años recientes y ha conducido a la necesidad de estudios de microzonificación de las áreas de asentamientos humanos para detectar aquellas zonas que presentan problemas especiales.

Fenómenos locales extremos se tienen en zonas de suelos inestables donde la vibración sísmica puede provocar fallas de suelo, deslizamiento de laderas o problemas de licuación. Estas zonas deben identificarse con estudios geotécnicos específicos.

La presencia de estratos de suelo blando por los que transitan las ondas sísmicas para llegar a la superficie, altera en forma significativa las características de las ondas. Se filtran las ondas de periodo corto y se amplifican las ondas de periodo largo. En general, la intensidad sísmica aumenta en los sitios de terreno blando y los daños en los sismos importantes han sido sistemáticamente más graves en estos sitios que en los de terreno firme.

Un área donde los efectos de sitio son extraordinariamente importantes es el valle de México. Por estar lejos de la costa del Pacífico donde se generan los sismos de gran magnitud, esta área se ubica en una región de peligro sísmico moderado (zona B según la regionalización de la figura 1.11). Sin embargo, condiciones geológicas particulares de esta área producen una amplificación generalizada de las ondas sísmicas en toda la región, independientemente del tipo de terreno. No obstante, el efecto de suelo local más importante es que las ondas que llegan al valle por la roca base sufren modificaciones y amplificaciones extraordinarias al transmitirse hacia la superficie a través de los estratos de arcilla sumamente compresible que existen en las zonas correspondientes a los lechos de los antiguos lagos que hubo en el valle de México.

La importancia del problema se aprecia en la representación de la figura 1.12, donde se reproducen a una misma escala los acelerogramas registrados en distin-

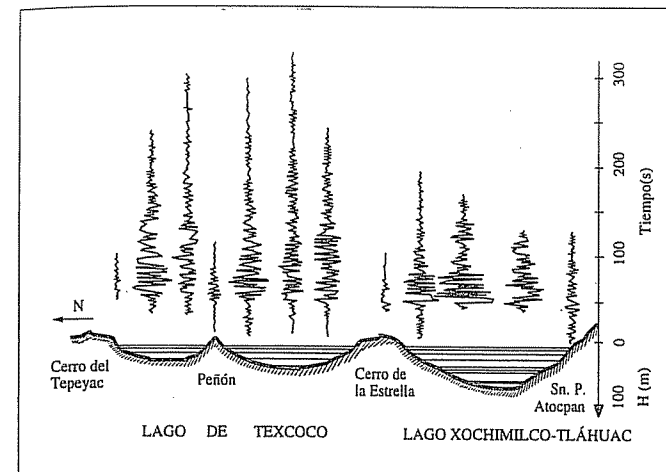


Figura 1.12 Corte N-S del valle de México en donde se muestra el perfil esquemático de los depósitos profundos, las zonas de lago y algunos acelerogramas del 25 de abril de 1989.

tos sitios del valle de México durante un sismo de magnitud moderada originado en la costa del Pacífico. Consistentemente, las amplitudes del movimiento son varias veces mayores en terreno blando que en terreno firme. El tránsito por un grueso estrato de arcillas blandas filtra, y hace prácticamente desaparecer, las ondas que tienen frecuencias de vibración diferentes a la frecuencia fundamental del estrato. De esta manera llega a la superficie un movimiento casi armónico, con un periodo de vibración que es el del estrato de arcilla subyacente y que en el valle varía principalmente con el espesor de los estratos de arcilla. Un movimiento de este tipo se ha presentado a mayor escala en la figura 1.4.

La microzonificación de la ciudad de México ha dado lugar a su subdivisión en tres zonas, como se representa en la figura 1.13. La zona de Lomas es de terreno firme y de peligro sísmico menor. La zona del Lago tiene depósitos de arcilla de por lo menos 20 m de espesor y corresponde al peligro sísmico mayor. Entre estas dos zonas existe una de Transición donde los estratos de arcilla son de menor espesor y producen amplificaciones importantes, pero menos graves que en la zona del Lago.

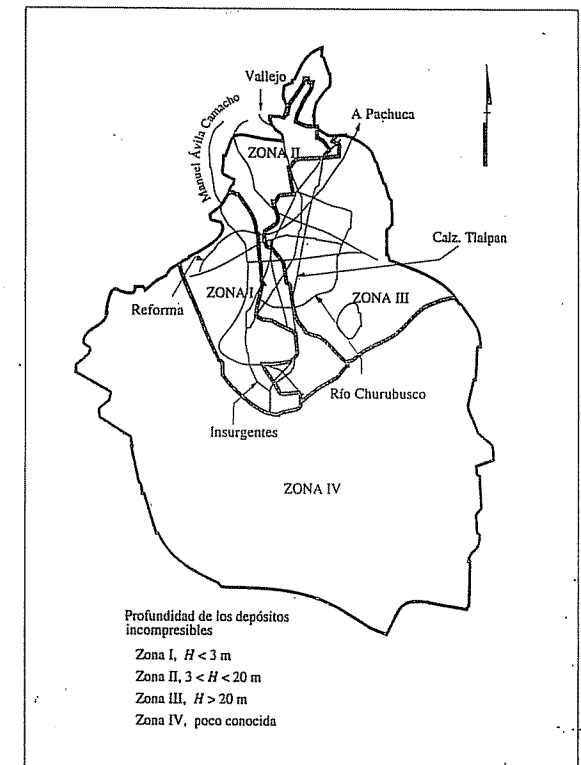


Figura 1.13 Zonificación del Distrito Federal, según el tipo de suelo.

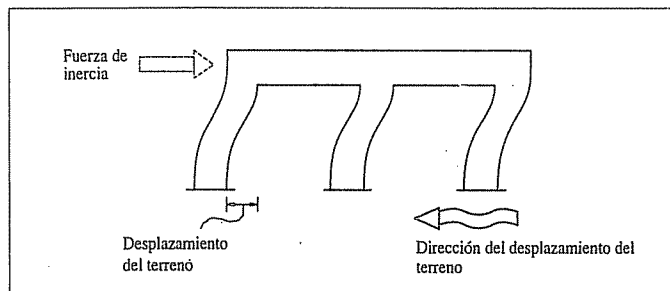


Figura 1.14 Fuerza de inercia generada por la vibración de la estructura.

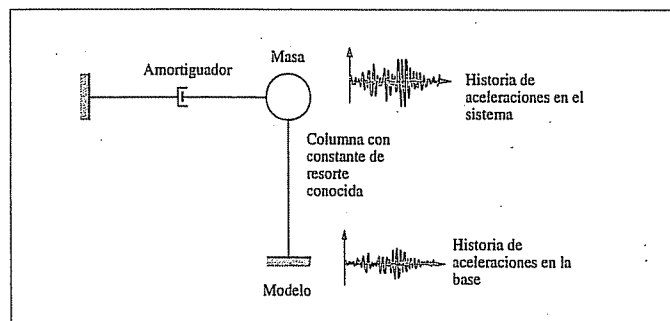


Figura 1.15 Modelo de un sistema de un grado de libertad.

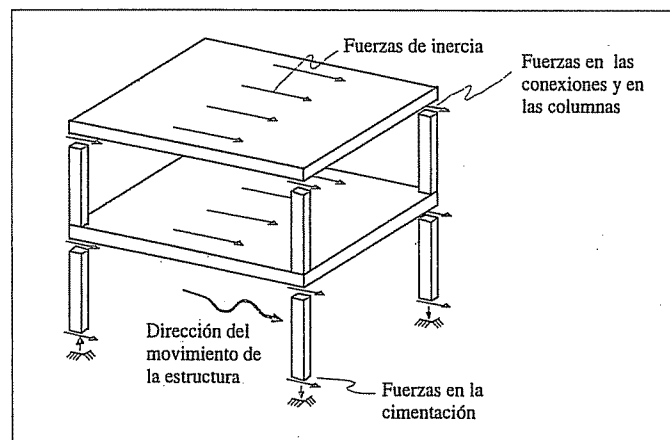


Figura 1.16 Flujo de fuerzas en la estructura debido a la vibración.

1.2 EFECTOS SÍSMICOS EN LOS EDIFICIOS

1.2.1 Características de la acción sísmica

El movimiento sísmico del suelo se transmite a los edificios que se apoyan sobre éste. La base del edificio tiende a seguir el movimiento del suelo, mientras que, por inercia, la masa del edificio se opone a ser desplazada dinámicamente y a seguir el movimiento de su base (figura 1.14). Se generan entonces las fuerzas de inercia que ponen en peligro la seguridad de la estructura. Se trata de un problema dinámico cuyo planteamiento teórico se expone en el capítulo 3 y que, por la irregularidad del movimiento del suelo y por la complejidad de los sistemas constituidos por las edificaciones, requiere de grandes simplificaciones para ser objeto de análisis como parte del diseño estructural de las construcciones. Aquí sólo se esbozarán en forma cualitativa los aspectos más relevantes del problema.

El movimiento del suelo consta de vibraciones horizontales y verticales. Como ya hemos mencionado, las primeras resultan en general más críticas y son las únicas consideradas en este planteamiento preliminar.

La flexibilidad de la estructura ante el efecto de las fuerzas de inercia hace que ésta vibre de forma distinta a la del suelo mismo. Las fuerzas que se inducen en la estructura no son función solamente de la intensidad del movimiento del suelo, sino dependen en forma preponderante de las propiedades de la estructura misma. Por una parte, las fuerzas son proporcionales a la masa del edificio y, por otra, son función de algunas propiedades dinámicas que definen su forma de vibrar.

Una apreciación aproximada de la respuesta sísmica de una estructura se tiene al estudiar un modelo simple que es un sistema de un grado de libertad, constituido por una masa concentrada y un elemento resistente con cierta rigidez lateral y cierto amortiguamiento (figura 1.15). Como veremos en el capítulo 3 este sistema se caracteriza por su periodo natural de vibración que es proporcional a la raíz cuadrada de la relación entre la masa y la rigidez.

Los movimientos del suelo son amplificados en forma importante por la vibración de la estructura, de manera que las aceleraciones que se presentan en la misma llegan a ser varias veces superiores a las del terreno. El grado de amplificación depende del amortiguamiento propio de la edificación y de la relación entre el periodo de la estructura y el periodo dominante del suelo. De esta manera, cuando los movimientos del suelo son bruscos con predominio de ondas de periodo corto, resultan más afectadas las construcciones rígidas y pesadas. Cuando el movimiento del terreno es lento, con periodos dominantes largos, es en las estructuras altas y flexibles donde se amplifican las vibraciones y se generan aceleraciones más elevadas y por ende fuerzas de inercia mayores.

Las fuerzas de inercia que se generan por la vibración en los lugares donde se encuentran las masas del edificio se transmiten a través de la estructura por trayectorias que dependen de la configuración estructural. Estas fuerzas generan esfuerzos y deformaciones que pueden poner en peligro la estabilidad de la construcción. La figura 1.16 muestra esquemáticamente el flujo de fuerzas en una estructura típica. Se observa que pueden resultar críticas las fuerzas en las uniones entre los elementos estructurales, las fuerzas cortantes en las columnas y la transmisión de dichas fuerzas a la cimentación.

1.2.2 Respuesta de los edificios a la acción sísmica

Como se ha mencionado en la sección anterior, la intensidad de la vibración inducida en un edificio depende tanto de las características del movimiento del terreno como de las propiedades dinámicas de la estructura. Para sismos moderados la estructura se mantiene, normalmente, dentro de su intervalo de comportamiento elástico lineal y su respuesta puede calcularse con buena aproximación en los métodos de análisis dinámico de sistemas lineales; estos métodos se presentan con cierto detalle en el capítulo 3.

Las características esenciales de la respuesta se llegan a estimar con aceptable precisión al modelar la estructura mediante un sistema de un grado de libertad con periodo igual al fundamental de la estructura. La figura 1.17 ilustra algunos aspectos del problema. Si se someten varios sistemas de un grado de libertad con diferentes periodos a cierta ley de movimientos del terreno, cada uno responde de manera diferente; la amplitud de su respuesta depende esencialmente de la relación entre el periodo del sistema y el periodo dominante del movimiento del suelo (T_s/T_s). Se aprecia en el ejemplo que mientras más cercana a la unidad sea esta relación, mayor es la amplitud de la respuesta.

Una estructura real es un sistema más complejo que el de un grado de libertad y su respuesta es más difícil de estimar. La figura 1.18 muestra las aceleraciones medidas en distintos puntos de un edificio de la ciudad de México sometido a un sismo de intensidad moderada, así como en el terreno adyacente y en el subsuelo. El conjunto de mediciones permite apreciar cómo el movimiento es casi imperceptible en los depósitos firmes profundos y crece en intensidad dentro de los estratos de arcilla (20 m de profundidad), y más aún en la superficie. El registro obtenido en el sótano del edificio resulta prácticamente igual al medido en el terreno libre, lo que indica que, en este caso, la presencia del edificio no altera significativamente el movimiento del terreno. Los registros obtenidos en el edificio van creciendo en intensidad con la altura, hasta que en la azotea la aceleración máxima es 2.5 veces mayor que la máxima registrada en el sótano. De los comentarios sobre la respuesta de sistemas de un grado de libertad se desprende que esta amplificación entre la azotea y el sótano depende principalmente de la relación entre el periodo fundamental del edificio y el periodo dominante del suelo.

A medida que la intensidad de la excitación aplicada al edificio aumenta, se generan cambios en las propiedades dinámicas del mismo, las que alteran su respuesta. En términos generales, el comportamiento deja de ser lineal, la rigidez tiende a bajar y el amortiguamiento tiende a aumentar.

La magnitud de estas modificaciones es muy distinta para diferentes tipos de sistemas y de materiales. El acero, por ejemplo, mantiene su comportamiento lineal hasta niveles muy altos de esfuerzos, correspondientes a la fluencia. El concreto tiene una reducción significativa en su rigidez cuando los esfuerzos de compresión exceden a 50 por ciento de la resistencia, pero sobre todo, la rigidez de estructuras de este material se ve disminuida por el agrietamiento de las secciones que están sujetas a momentos flexionantes elevados.

Una fuente importante de cambio en las propiedades dinámicas de las construcciones es el efecto de elementos no estructurales, o sea de los recubrimientos y paredes divisorias que para niveles bajos de sollicitación pueden contribuir significativamente a la rigidez, pero que después se agrietan o se separan de la estructura principal.

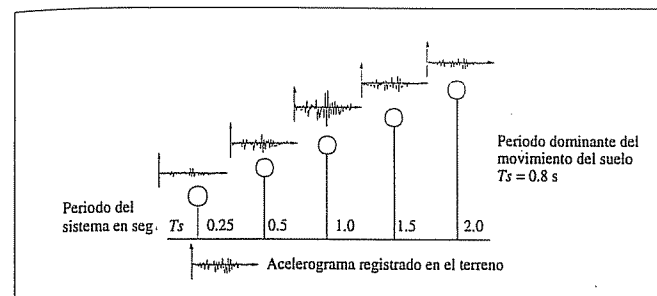
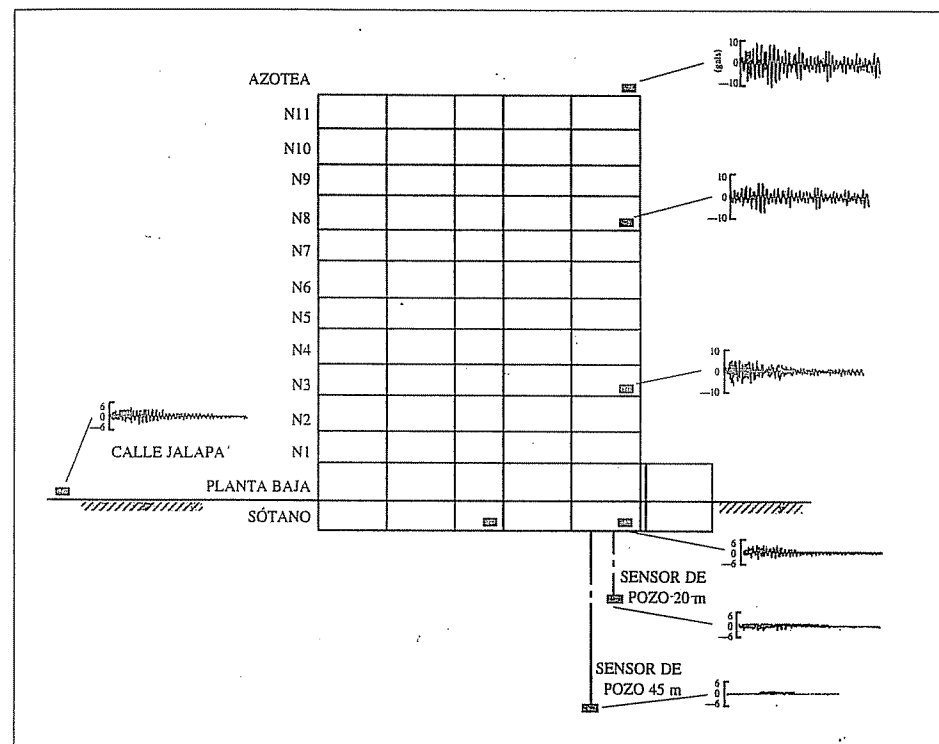


Figura 1.17 Amplificación del movimiento del terreno en sistemas con distinto periodo fundamental de vibración.

El comportamiento de los principales materiales y sistemas estructurales se trata en detalle en el capítulo 4. Importa sobre todo la modificación en la respuesta que se tiene después de la fluencia, cuando la rigidez de la estructura se reduce drásticamente y por otra parte entran en juego fuentes de amortiguamiento mucho mayores que las que se tienen en la etapa de comportamiento lineal. Es costumbre relacionar este comportamiento de la respuesta debido a la disipación de energía por comportamiento no lineal de la estructura, a una propiedad llamada ductilidad, la que se refiere a su capacidad de mantener su resistencia para deformaciones muy superiores a aquella para la que se inició la fluencia.

Figura 1.18 Registros de aceleraciones en un edificio de la ciudad de México para un sismo moderado (28 de octubre de 1993).



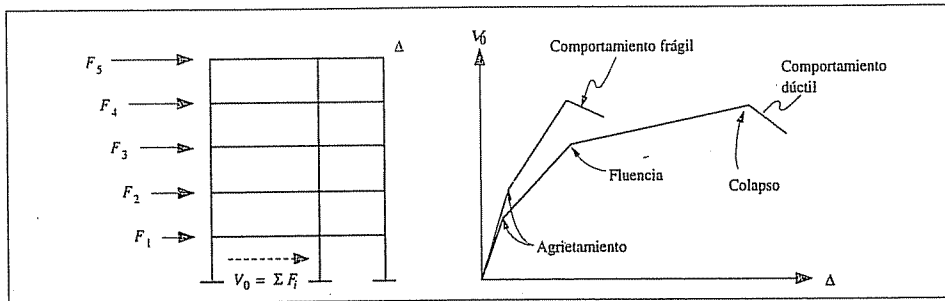


Figura 1.19 Relación carga-deformación de una estructura.

La ductilidad es una propiedad muy importante en una estructura que debe resistir efectos sísmicos, ya que elimina la posibilidad de una falla súbita de tipo frágil y, además, pone en juego una fuente adicional de amortiguamiento. Volveremos a ocuparnos repetidamente de esta propiedad en este capítulo y en los siguientes.

El comportamiento no lineal está asociado a daño, inicialmente sólo en los elementos no estructurales y después también en la estructura misma. Evidencias del comportamiento no lineal, y del daño, son agrietamientos, desprendimientos, pandeos locales, y deformaciones residuales de la estructura.

La descripción más simple que se puede dar del comportamiento no lineal de una estructura es mediante la relación que priva entre la carga lateral total aplicada (fuerza cortante en la base) y el desplazamiento de la punta del edificio. La figura 1.19 muestra formas típicas de esta relación para una estructura simple. Una corresponde a una estructura con ductilidad considerable y la otra a una de comportamiento frágil. En las curvas se distinguen puntos en los que la rigidez cambiaría drásticamente y que corresponden a cambios importantes de comportamiento, como la iniciación del agrietamiento de la estructura, la primera fluencia de un elemento estructural, y la pérdida de capacidad de carga que marca el inicio del colapso. Estos puntos pueden asociarse a estados límite del comportamiento estructural. En el primero puede considerarse que se rebasan las condiciones deseables de servicio de la construcción, en el segundo se llega a daño estructural significativo y en el tercero ocurre el colapso.

El comportamiento ilustrado en la figura 1.19 es muy esquemático; cada material y sistema estructural presenta variaciones en su respuesta que dan lugar a diferencias tanto en las cargas como a las deformaciones que se requieren para alcanzar los distintos estados límite. Una parte importante del diseño sísmico consiste en proporcionar a la estructura, además de la resistencia necesaria, la capacidad de deformación que permita la mayor ductilidad posible. Las recomendaciones a este respecto se describen en el capítulo 8.

Para ilustrar el efecto del comportamiento inelástico en la respuesta sísmica, la figura 1.20 muestra la historia de desplazamientos de tres sistemas de un grado de libertad ante un mismo movimiento de la base, correspondiente a un sismo severo. Los tres sistemas tienen el mismo periodo de vibración y el mismo porcentaje de amortiguamiento. El primero posee suficiente resistencia para soportar el sismo manteniéndose en su intervalo de comportamiento lineal. El segundo tiene la mitad de esa resistencia y el tercero la cuarta parte, pero estos dos últimos poseen suficiente capacidad de deformación para que la respuesta se mantenga dentro de la zona de fluencia sin llegar al colapso, con un tipo de com-

portamiento que se denomina elasto-plástico. Las historias de desplazamientos de la figura 1.20 resultan parecidas en lo general y, en particular, el desplazamiento máximo de los tres sistemas es muy similar.

Trataremos más formalmente el tema de la respuesta inelástica en el capítulo 3, pero del ejemplo mostrado puede inferirse que es posible dar a una estructura una seguridad adecuada contra el colapso, con una resistencia elevada aunque no se cuente con mucha ductilidad, o con una resistencia mucho menor siempre que se proporcione amplia capacidad de deformación inelástica (ductilidad). De esta segunda manera se aprovecha el amortiguamiento inelástico para disipar una parte sustancial de la energía introducida por el sismo. Los pros y contras de las dos opciones se comentarán más adelante.

1.2.3 Daños estructurales más comunes

El factor que más ha influido en el establecimiento de la práctica actual del diseño sismorresistente de edificios, ha sido la experiencia que se ha derivado del comportamiento observado de los diferentes tipos de estructuras que han sufrido sismos severos. La identificación de las características que han dado lugar a fallas (o por el contrario a buen comportamiento) y el análisis de los tipos de daños y de sus causas han contribuido en forma decisiva al entendimiento del comportamiento sísmico de las estructuras.

Existe abundante literatura sobre este tema y los principales sismos han sido objeto de estudios detallados para explicar el desempeño observado de las estructuras. Las lecciones tienden a repetirse en estos eventos y dejan establecidos algunos patrones consistentes.

No se pretende aquí hacer una reseña exhaustiva de los tipos de falla, sino destacar un pequeño número de aspectos fundamentales, a través de algunos ejemplos ilustrativos relacionados con los tipos más comunes de estructuras para edificios modernos.

La causa más frecuente de colapso de los edificios es la insuficiente resistencia a carga lateral de los elementos verticales de soporte de la estructura (columnas o muros). Como se ilustró en forma esquemática en la figura 1.16, el flujo de

Figura 1.20 Respuesta elástica inelástica de sistemas de un grado de libertad.

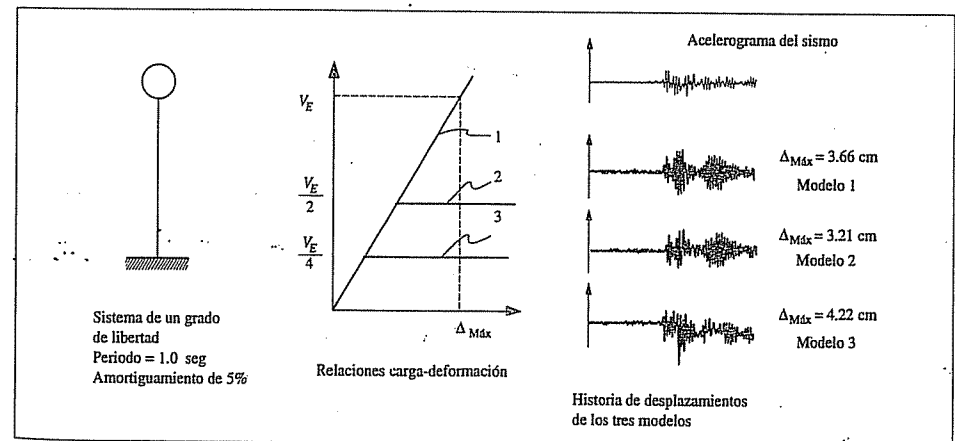




Figura 1.21 Colapso de un edificio por falla de columnas.



Figura 1.22 Falla de columna con escaso refuerzo transversal.

las fuerzas de inercia desde las partes superiores hacia la cimentación, genera fuerzas cortantes crecientes hacia los pisos inferiores de la estructura las cuales deben ser resistidas por los elementos verticales. Un requisito básico para una adecuada resistencia a sismo es la existencia de un área transversal de muros o columnas suficiente para resistir dichas cortantes. La figura 1.21 muestra uno de los múltiples casos de colapso de un edificio por falla por cortante de sus columnas.

Para un correcto comportamiento sísmico, la resistencia no es el único factor importante. La capacidad de deformación, o la ductilidad, es una propiedad que puede salvar un edificio del colapso. El detallado de las secciones para evitar una falla frágil y proporcionar capacidad de deformación es un aspecto básico del diseño. La figura 1.22 muestra la falla de una columna de concreto con una cuantía y distribución de refuerzo totalmente inadecuados, particularmente en lo referente al refuerzo transversal (estribos). La mayoría de las fallas observadas en estructuras de concreto están ligadas a un pobre detallado del refuerzo.

Las conexiones entre los elementos estructurales que tienen la función de resistir las fuerzas sísmicas son zonas críticas para la estabilidad de la construcción. Se presentan en ellas con frecuencia concentraciones elevadas y condiciones complejas de esfuerzos, que han dado lugar a numerosos casos de falla. Particularmente críticas son las conexiones entre muros y losas en estructuras a base de paneles, y entre vigas y columnas en estructuras de marcos. La figura 1.23 muestra un ejem-

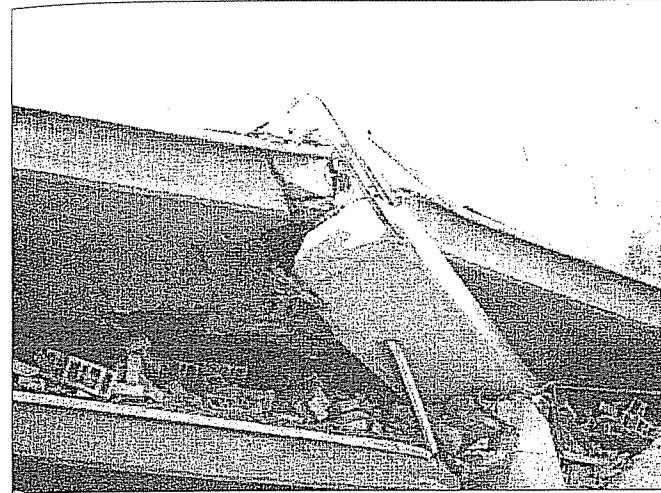


Figura 1.23 Falla por escasez de anclaje del refuerzo de la columna en su conexión con el sistema de piso.

plo de falla de una conexión viga-columna de concreto. Las fallas en las conexiones son generalmente de tipo frágil, por lo que deben protegerse estas zonas con particular cuidado.

Un ejemplo dramático de falla de conexión se tiene en edificios de losas planas (apoyados directamente sobre columnas, sin vigas). Por los esfuerzos cortantes elevados en la losa alrededor de la columna puede ocurrir una falla de punzonamiento que deja sin apoyo los sistemas de piso y da lugar a un colapso total de los pisos que dejan paradas sólo las columnas, como en la figura 1.24.

La liga de la estructura con su cimentación y la de ésta en el suelo son aspectos fundamentales para la estabilidad del edificio. Los casos de volteo de un edificio por efectos sísmicos son escasos, pero pueden ocurrir en estructuras esbeltas. La figura 1.25 muestra un edificio que se volteó arrancando los pilotes del suelo en que estaban hincados.

La configuración inadecuada del sistema estructural produce una respuesta desfavorable de la estructura o un flujo de fuerzas que genera concentraciones de esfuerzos y posibles fallas locales. El caso de la figura 1.26 muestra vigas fuertemente excéntricas con respecto al eje de columnas y que transmiten fuerzas cortantes y momentos torsionantes elevados en la viga transversal sobre la que se apoyan. El problema que dio lugar a la falla de este edificio se explica en mayor detalle en la sección 5.4. Por otra parte, la asimetría en la distribución en planta de los elementos resistentes causa una vibración torsional de la estructura y genera fuerzas elevadas en algunos elementos de la periferia. Numerosos son los casos de fallas, al

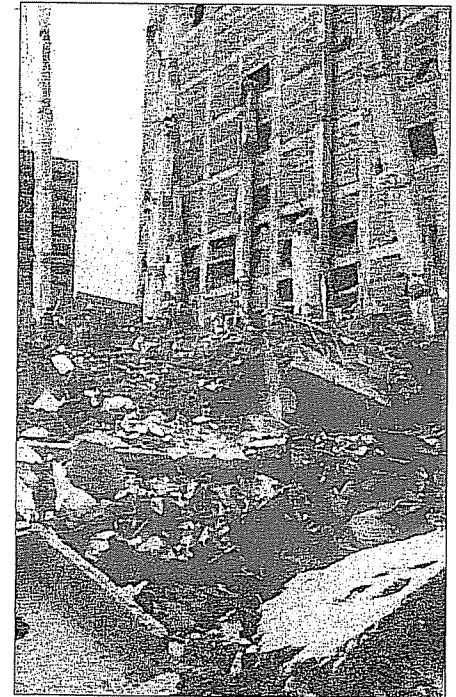


Figura 1.24 Falla de un edificio a base de losas planas por punzonamiento de losa.

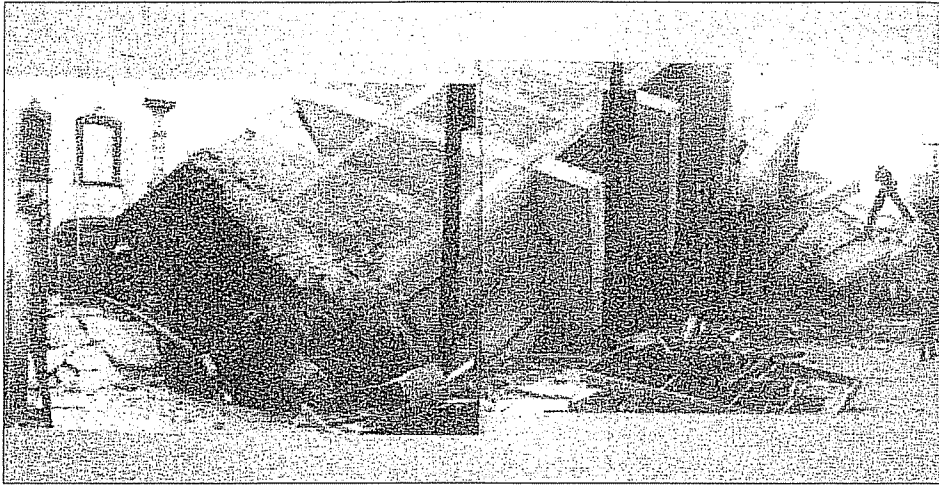


Figura 1.25 Volteo de un edificio por falla de cimentación.

menos parcialmente imputables a la torsión, como el que se muestra en la figura 1.27.

Una situación frecuentemente ignorada, pero que ha dado lugar a daños severos en edificios construidos sobre los suelos blandos del valle de México, es el golpeo entre edificios adyacentes que vibran de manera diferente y entre los cuales no se ha dejado una separación suficiente. La figura 1.28 muestra un caso particularmente grave de este tipo de daño.



Figura 1.26 Falla de columna por efecto de cortante y torsión producida por excentricidad de la viga longitudinal.

La interacción entre elementos supuestamente no estructurales como los muros divisorios de mampostería y las columnas de marcos de concreto produce concentraciones de fuerzas cortantes en los extremos libres de columnas (columnas cortas o cautivas) que tienden a fallar por cortante en forma frágil, como en el caso de la figura 1.29.

Finalmente, el diseño sísmico no debe limitarse a la protección de la estructura contra el colapso, sino debe cuidar también que, por lo menos ante sismos moderados, no se presenten daños en los elementos no estructurales como los elementos divisorios o de fachada, los recubrimientos, los equipos e instalaciones. La figura 1.30 muestra un caso de este tipo de daños que son la causa del mayor número de pérdidas económicas debidas a los sismos, sobre todo en los países más desarrollados.

A lo largo de los siguientes capítulos se tratarán de establecer los principios y los procedimientos que se deben seguir en el diseño de los edificios para evitar la ocurrencia de daños como los mostrados en el pequeño grupo de ejemplos aquí presentados.

1.3 CRITERIOS DE DISEÑO SÍSMICO

1.3.1 Objetivos del diseño sísmico

El diseño de las estructuras para resistir sismos difiere del que se realiza para el efecto de otras acciones. Las

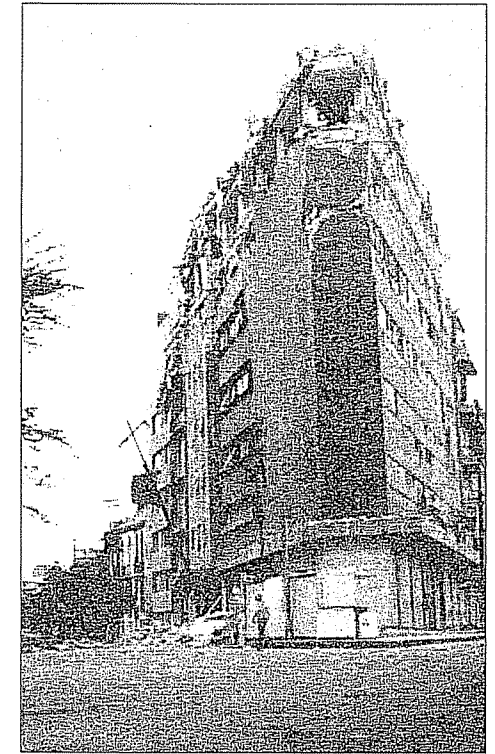


Figura 1.27 Daño en edificio por vibración torsional.



Figura 1.28 Falla debida a golpeo entre edificios adyacentes.

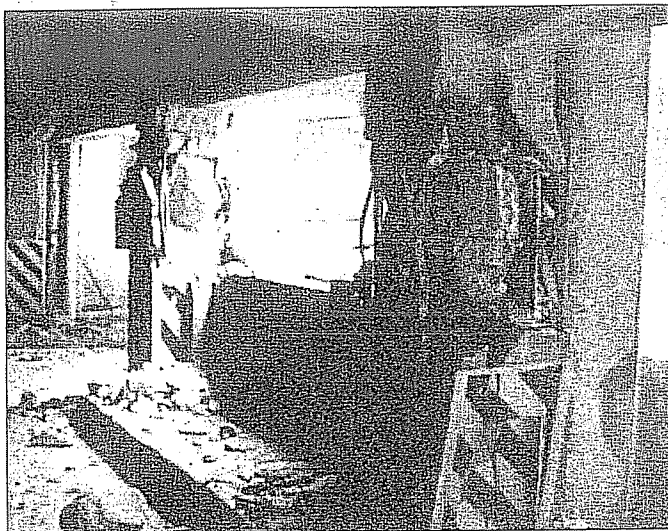


Figura 1.29 Falla por cortante en columna corta.

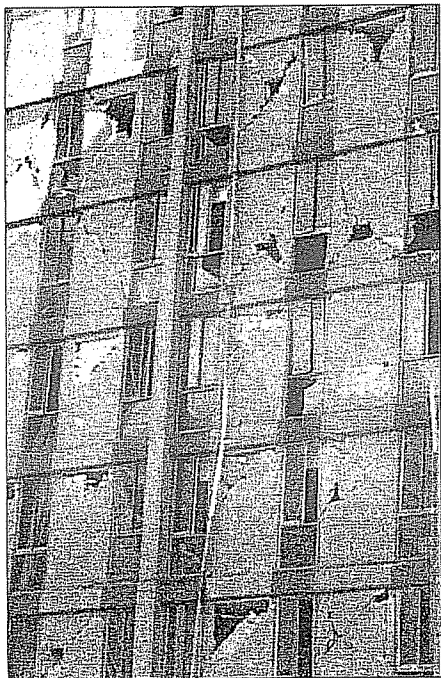


Figura 1.30 Daños en elementos de fachada por movimientos laterales excesivos del edificio.

razones son diversas. Lo peculiar del problema sísmico no estriba sólo en la complejidad de la respuesta estructural a los efectos dinámicos de los sismos, sino sobre todo, se deriva de lo poco predecible que es el fenómeno y de las intensidades extraordinarias que pueden alcanzar sus efectos, asociado a que la probabilidad de que se presenten dichas intensidades en la vida esperada de la estructura es muy pequeña.

Por lo anterior, mientras que en el diseño para otras acciones se pretende que el comportamiento de la estructura permanezca dentro de su intervalo lineal y sin daño, aun para los máximos valores que pueden alcanzar las fuerzas actuantes, en el diseño sísmico se reconoce que no es económicamente viable diseñar las edificaciones en general, para que se mantengan dentro de su comportamiento lineal ante el sismo de diseño.

El problema se plantea en forma rigurosa como uno de optimización, en que debe equilibrarse la inversión que es razonable hacer en la seguridad de la estructura con la probabilidad del daño que puede ocurrir.

La mayoría de los reglamentos modernos de diseño sísmico establecen como objetivos, por una parte, evitar el colapso, pero aceptar daño, ante un sismo excepcionalmente severo que se pueda presentar en la vida de la estructura; y, por otra, evitar daños de cualquier tipo ante sismos moderados que tengan una probabilidad significativa de presentarse en ese lapso.

Estos objetivos pueden plantearse de manera más formal en términos de los estados límite siguientes:

- Estado límite de servicio*, para el cual no se exceden deformaciones que ocasionen pánico a los ocupantes, interferencia con el funcionamiento de equipos e instalaciones, ni daños en elementos no estructurales.
- Estado límite de integridad estructural*, para el cual se puede presentar daño no estructural y daño estructural menor, como agrietamiento en estructuras de concreto, pero no se alcanza la capacidad de carga de los elementos estructurales.
- Estado límite de supervivencia*, para el cual puede haber daño estructural significativo, y hasta en ocasiones más allá de lo económicamente reparable, pero se mantiene la estabilidad general de la estructura y se evita el colapso.

En términos generales, pueden establecerse como objetivos del diseño sísmico.

- Evitar que se exceda el estado límite de servicio para sismos de intensidad moderada que pueden presentarse varias veces en la vida de la estructura;
- que el estado límite de integridad estructural no se exceda para sismos severos que tienen una posibilidad significativa de presentarse en la vida de la estructura;
- el estado límite de supervivencia no debe excederse ni para sismos extraordinarios que tengan una muy pequeña probabilidad de ocurrencia.

Estas probabilidades pueden manejarse en términos de periodos de retorno; la tabla 1.1 muestra un esquema de este planteamiento e incluye periodos de retorno considerados aceptables para cada uno de los tres casos.

Los reglamentos en general, no establecen métodos explícitos para alcanzar estos objetivos, que estrictamente requerirían de análisis para tres niveles de sismos; tratan de cumplirlos de manera indirecta mediante un conjunto de requisitos que supuestamente lleven a ello.

Tabla 1.1 Estados límite para diseño sísmico.

Estado límite	Intensidad sísmica	Periodo de retorno, años
Servicio	Moderada	20-30
Integridad estructural	Severa	50-100
Supervivencia	Extraordinaria	500-1000

1.3.2 Aspectos principales del diseño sísmico

Los objetivos antes expuestos no se logran simplemente diseñando la estructura para que sea capaz de resistir un conjunto de fuerzas laterales, aunque esto es parte esencial del proceso. Debe darse a la estructura la habilidad de disipar de la manera más eficiente la energía introducida por el movimiento del terreno. En caso de sismos severos, es aceptable que buena parte de esta disipación de energía se realice con deformaciones inelásticas que implican daño, siempre que no se alcancen condiciones cercanas al colapso.

El cumplimiento de los objetivos, en términos muy simplistas, implica que la estructura posea una rigidez adecuada para limitar sus desplazamientos laterales y para proporcionarle características dinámicas que eviten amplificaciones excesivas de la vibración; que posea resistencia a carga lateral suficiente para absorber las fuerzas de inercia inducidas por la vibración; y que tenga alta capacidad de disipación de energía mediante deformaciones inelásticas, lo que se logra proporcionándole ductilidad.

A grandes rasgos el diseño sísmico de una estructura implica las siguientes etapas:

- La selección de un sistema estructural adecuado.* El sistema estructural debe ser capaz de absorber y disipar la energía introducida por el sismo sin que se generen efectos particularmente desfavorables, como concentraciones o amplificaciones dinámicas. De la idoneidad del sistema adoptado depende en gran parte el éxito del diseño. El capítulo 5 se dedica a ilustrar los criterios de estructuración.
- El análisis sísmico.* Los reglamentos definen las acciones sísmicas para las cuales debe calcularse la respuesta de la estructura y proporcionan métodos de análisis de distinto grado de refinamiento. La atención debe prestarse más a la determinación del modelo analítico más representativo de la estructura real, que al refinamiento del análisis para el cual se cuenta actualmente con programas de computadora poderosos y fáciles de usar, que simplifican notablemente el problema.
- El dimensionamiento de las secciones.* Los métodos de dimensionamiento de las secciones y elementos estructurales no difieren sustancialmente de los que se especifican para otros tipos de acciones, excepto para los métodos de diseño por capacidad que se mencionarán más adelante.
- Detallado de la estructura.* Para que las estructuras tengan un comportamiento dúctil es necesario detallar sus elementos y conexiones para proporcionarles gran capacidad de deformación antes del colapso. Los requisitos al respecto son particularmente severos en estructuras de concreto, en las que conducen a modificaciones sustanciales en las cuantías y distribuciones de refuerzo, con respecto a la práctica convencional en zonas sísmicas.

El capítulo 8 ilustra los requisitos de detallado para las estructuras de concreto, acero y mampostería.

1.3.3 Enfoques de diseño

Para cumplir estrictamente con los objetivos del diseño sísmico expuestos en las secciones anteriores, deberían realizarse tres diferentes análisis: uno para un sis-

mo moderado en el que se revisarían las condiciones de servicio, considerando un modelo de comportamiento elástico-lineal; otro para revisar que no se exceda la resistencia de las secciones críticas (estado límite de integridad estructural) ante un sismo severo, usando un modelo elástico lineal pero con propiedades correspondientes a niveles de esfuerzos elevados; finalmente, un análisis en el que se revisaría la seguridad contra un mecanismo de colapso para un sismo de intensidad extraordinaria. Este análisis debe considerar comportamiento plástico (no lineal) de la estructura.

La secuencia de análisis anterior resulta, obviamente, muy laboriosa y sólo se emplea para el diseño de estructuras de excepcional importancia (como las instalaciones nucleares). Los reglamentos de diseño de edificios tratan de cumplir con los objetivos establecidos, mediante una sola etapa de análisis. Esto da lugar a simplificaciones drásticas y no siempre bien fundadas, que son motivo de controversia, ya que no queda claro cómo se deriva el método de análisis, cuáles son los objetivos y cómo se justifican algunos valores básicos de los parámetros de diseño.

El procedimiento adoptado por la mayoría de los códigos actuales consiste esencialmente en un diseño elástico con fuerzas reducidas. Se acepta que parte de la energía introducida en la estructura por el sismo, se disipa por deformaciones inelásticas y, por ello, las fuerzas que deben ser capaces de resistir las estructuras son menores que las que se introducirían si su comportamiento fuese elástico-lineal. El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF) especifica un espectro de diseño de referencia para el diseño de estructuras que no pueden tener deformaciones inelásticas significativas, pero permite que dichas fuerzas se reduzcan por un factor de comportamiento Q , que depende del tipo de estructura en función de su capacidad de disipación de energía inelástica, o de su ductilidad. Con estas fuerzas reducidas se analiza un modelo lineal de la estructura y se revisa que no se rebasen estados límite de resistencia de sus secciones.

Para cumplir con el objetivo de evitar daños no estructurales ante sismos moderados, el reglamento requiere que se mantengan los desplazamientos laterales del edificio dentro de límites admisibles. Se usan los desplazamientos que se calculan para el sismo de diseño y que por tanto, no corresponden a condiciones de servicio, y se comparan con desplazamientos admisibles que son muy superiores a los que ocasionan daño no estructural. Por ejemplo, el RCDF acepta desplazamientos relativos de entrepiso de 0.006 y 0.012 veces la altura del mismo entrepiso, según el edificio tenga o no ligados a la estructura elementos frágiles. Estas deformaciones son del orden de tres veces mayores que las que son suficientes para iniciar daños en los elementos no estructurales. Por tanto, eso implica de manera gruesa, que sólo se pretende evitar daño no estructural para sismos del orden de un tercio de la intensidad del sismo de diseño.

Por otra parte, el procedimiento de diseño no incluye una revisión explícita de la seguridad ante el colapso (estado límite de supervivencia). Sólo se supone que, al obedecer ciertos requisitos de ductilidad, la estructura dispondrá de capacidad de disipación inelástica de energía suficiente para evitar el colapso.

Se ha ido difundiendo desde hace algunos años un procedimiento de diseño sísmico originado en Nueva Zelanda y llamado diseño por capacidad. El método pretende revisar explícitamente las condiciones que se presentan en la estructura en su etapa de comportamiento no lineal y garantizar que ésta tenga la capacidad de disipación inelástica de energía.

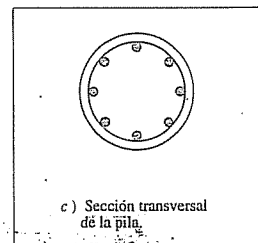
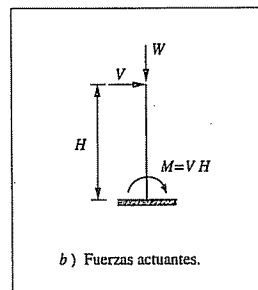
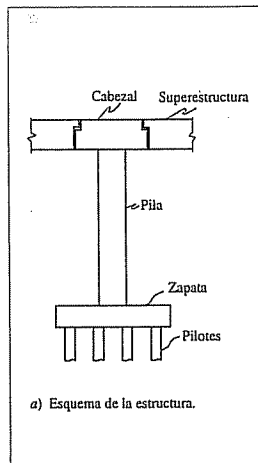


Figura 1.31 Fuerzas de diseño en la pila de un puente.

En forma simplificada, se elige un mecanismo de comportamiento inelástico de la estructura que garantice la ductilidad deseada y se diseñan las secciones críticas de dicho mecanismo (aquellas donde se desea aparezcan articulaciones plásticas) para las fuerzas que se generan en ellas según el sismo de diseño. Después se revisa el resto de las secciones para los diferentes estados límite, con las fuerzas que aparecen en ellas al formarse el mecanismo y aplicando un factor de seguridad adicional para garantizar que no alcancen su capacidad cuando se forme el mecanismo.

En forma parcial, se han adoptado estos principios para el diseño sísmico de estructuras de concreto. El capítulo 8 incluye la ilustración de los métodos de diseño de vigas y conexiones viga-columna de concreto especificados por el RCDF, con estas bases.

Un ejemplo simple para explicar el concepto de diseño por capacidad es el de una pila de un puente, como la mostrada en la figura 1.31. Los efectos sísmicos se representan por una fuerza lateral F , en la punta de la pila y el peso de la superestructura por una carga vertical W . El mecanismo de falla con mayor disipación inelástica de energía es el que implica la aparición de una articulación plástica por flexión en la base de la pila. Para evitar que se presenten modos de falla más frágiles, como la de cortante en la pila o la falla de la cimentación, conviene proceder de la siguiente manera.

- Obtenida la fuerza F de los requisitos reglamentarios, se diseña la pila por flexocompresión para el efecto combinado de la fuerza axial más el momento en la base ($M_A = F \times A$).
- Se determina el refuerzo de la sección de la pila, cumpliendo con los requisitos de refuerzo reglamentarios para zonas de alta ductilidad.
- Se calcula el momento flexionante M_R que realmente resiste la sección crítica de la pila con el refuerzo que se ha proporcionado. El momento realmente resistido puede ser mayor que el de diseño M_A , debido a que, por redondeo, el área de acero que se coloca es generalmente mayor que lo mínimo necesario, o a que hay que obedecer cuantías mínimas del reglamento.
- Se revisan los otros modos de falla, para las fuerzas que aparecen cuando actúa en la sección crítica un momento igual a αM_R , en que α es un factor de seguridad mayor que la unidad. Así por ejemplo, se diseña la columna para una fuerza cortante.

$$V_R = \frac{\alpha M_R}{H}$$

y se diseña la cimentación para el efecto combinado de la carga axial y del momento αM_R .

No se emplean para estos casos (cortante en pila y fuerzas en la cimentación) los valores que resultan del análisis, sino las fuerzas (bastante mayores) que aparecen cuando se presenta el mecanismo de falla, multiplicadas por un factor de seguridad (se suele tomar 1.25).

Operando de esta manera se garantiza que la estructura en caso de sobrepasar su intervalo de comportamiento lineal, lo hará en la forma que permite la máxima capacidad de rotación. Las secciones de fluencia elegidas actuarán como

fusibles impidiendo que se introduzcan en las estructuras fuerzas que puedan producir otros modos de falla más desfavorables.

1.4 CRITERIOS DE DISEÑO SÍSMICO DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL (RCDF)

Se presentarán aquí, en sus aspectos esenciales, los criterios de diseño sísmico del RCDF en su versión de 1993. Este Reglamento no tiene modificaciones relevantes en lo relativo a diseño sísmico, con respecto a la versión que fue promulgada en 1987.

Como en sus versiones anteriores, el cuerpo principal del Reglamento incluye solamente requisitos de carácter general. Métodos y prescripciones particulares están contenidos en las Normas Técnicas para Diseño Sísmico (NTDS). Además, requisitos específicos para el diseño sísmico de los principales materiales estructurales se encuentran en las Normas Técnicas para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, Metálicas, de Mampostería y de Madera, respectivamente.

Los métodos específicos de diseño se describirán con cierto detalle en los capítulos 6 y 7. En orden de refinamiento estos métodos son el simplificado, el estático y los dinámicos.

Como índice de la acción sísmica de diseño se emplea el coeficiente sísmico, c , que representa el coeficiente de cortante basal, el cual define la fuerza cortante horizontal V_s , que actúa en la base del edificio, como una fracción del peso total del mismo, W .

$$c = \frac{V_s}{W}$$

El coeficiente sísmico también sirve de base para la construcción de los espectros de diseño. Este coeficiente varía en función del tipo de suelo y de la importancia de la construcción.

El suelo de la ciudad se divide en las tres zonas principales identificadas como I, II y III o de Lomas, de Transición y de Lago (ver figura 1.13). Una parte de las zonas II y III se denomina zona IV, y para ésta existen algunas limitaciones en la aplicación de métodos de diseño que incluyen los efectos de interacción suelo-estructura.

Considerando que es mayor la seguridad que se requiere para construcciones en que las consecuencias de la falla son particularmente graves o para aquellas que es vital que permanezcan funcionando después de un evento sísmico importante, se especifica que el coeficiente sísmico se multiplique por 1.5 para diseñar las estructuras de construcciones como estadios, hospitales y auditorios, subestaciones eléctricas y telefónicas (es decir, las clasificadas dentro del grupo A).

Los coeficientes sísmicos sirven para construir los espectros de aceleraciones de diseño que se emplean para análisis dinámicos. De hecho representan cotas superiores de dichos espectros que corresponden a su parte plana. Para el análisis estático puede emplearse el coeficiente sísmico c , o un coeficiente reducido según el valor del periodo fundamental con reglas que se mencionarán más adelante. Los espectros así contruidos son "elásticos", y sirven para determinar las fuerzas laterales para las que hay que diseñar una estructura que no tenga una

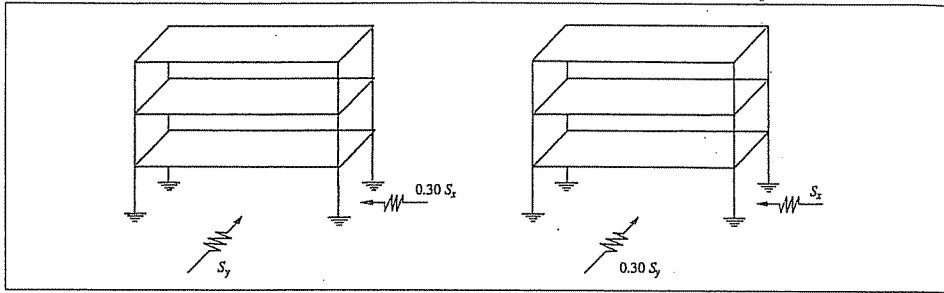


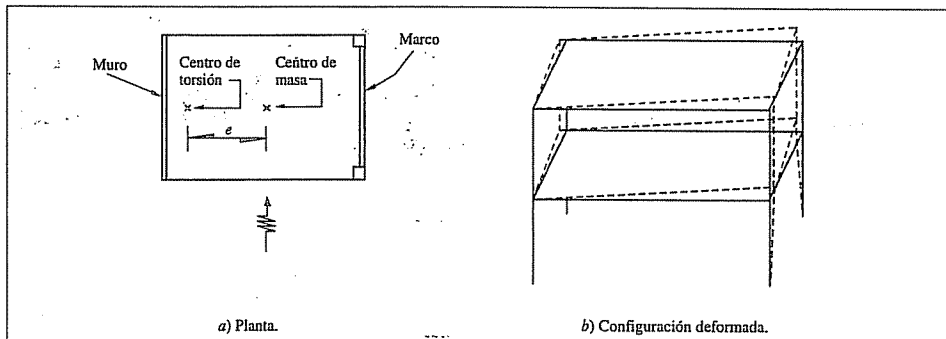
Figura 1.32 Combinación del efecto sísmico en dos direcciones.

capacidad significativa de deformarse fuera de su intervalo elástico lineal. Se admiten reducciones en las ordenadas espectrales. Están definidas por un factor Q que toma valores entre 1.0 y 4.0, según el tipo de estructuración y los detalles de dimensionamiento que se hayan adoptado en la estructura.

Los valores especificados para el coeficiente sísmico y para el factor Q se describen en el capítulo 6, junto con los requisitos que deben satisfacerse para adoptar cada valor de Q . Estos requisitos son muy generales y deben ir aparejados a la observancia de otros más específicos de sistemas constructivos y materiales particulares.

Debe revisarse la estructura para la acción de dos componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno. Se considerará actuando simultáneamente el valor de diseño de un componente más 30 por ciento del valor de diseño del componente ortogonal (figura 1.32). Ha sido costumbre considerar que la acción sísmica se ejerce en forma independiente en cada dirección, o sea, revisar el efecto de la acción sísmica de diseño en una de las direcciones principales de la estructura, considerando que las fuerzas sísmicas son nulas en cualquier otra dirección. La estructura puede presentar además, movimientos de rotación en cada masa (figura 1.33) y un modelo más completo debe incluir ese grado de libertad mediante resortes de torsión en cada piso. La importancia de las rotaciones y la magnitud de las solicitaciones que por este efecto se inducen en la estructura, dependen de la distribución en planta de las masas y de las rigideces laterales. Desde un punto de vista de equilibrio, la fuerza actuante por sismo en cada piso está situada en el centro de masa, mientras que la fuerza resistente lo está en el centro de torsión, o sea, donde se ubica la resultante de las fuerzas laterales que

Figura 1.33 Vibración de un edificio incluyendo efectos de torsión.



resiste cada uno de los elementos. Si entre esos dos puntos existe una excentricidad, la acción en cada entrepiso estará constituida por una fuerza cortante más un momento torsionante cuyo efecto debe tomarse en cuenta en el diseño.

Cuando no se lleve a cabo un análisis dinámico que incluya los efectos de torsión a través de la consideración de un grado de libertad de rotación en cada nivel, el efecto de la torsión se suele considerar de manera estática superponiendo sus resultados a los de un análisis estático o dinámico, de los efectos de traslación calculados de manera independiente.

Debido al efecto dinámico de la vibración, el momento torsionante que actúa en cada entrepiso puede verse en general, amplificado y, por tanto, la excentricidad efectiva puede ser mayor que la calculada estáticamente. Por otra parte, el cálculo del centro de torsión sólo puede efectuarse con pobre aproximación, porque la rigidez de cada elemento particular puede ser alterada por agrietamientos locales o por la contribución de elementos no estructurales. Por las dos razones expuestas, el RCDF especifica que el momento torsionante de diseño se determine con una excentricidad total que se calculará como la más desfavorable de:

$$e = 1.5e_c + 0.1b$$

$$e = e_c - 0.1b$$

6.12

donde e_c es la calculada a partir de los valores teóricos de los centros de masa y de cortante; el factor 1.5 cubre la amplificación dinámica de la torsión; b es el lado del edificio en dirección normal a la del análisis; se considera un error posible en la determinación de la excentricidad igual a 10 por ciento del ancho del edificio.

La forma en que se debe considerar el efecto de la torsión en el análisis sísmico se describirá en el capítulo 6.

Como se ha indicado anteriormente, el segundo objetivo básico del diseño sísmico, consistente en evitar daños ante temblores moderados, se trata de cumplir limitando los desplazamientos laterales de la estructura.

El índice más importante para la determinación de la magnitud de los posibles daños es la distorsión de entrepiso ψ , o sea, el desplazamiento relativo entre dos pisos sucesivos Δ , dividido entre la altura de entrepiso H (figura 1.34)

$$\psi = \Delta / H$$

Hay que recordar que la reducción en el coeficiente sísmico por comportamiento inelástico es válida para determinar las fuerzas para las que hay que diseñar la estructura, pero que las deformaciones que se presentarán en la estructura serán aproximadamente Q veces las que se han determinado con un análisis elástico bajo esas fuerzas reducidas. Por tanto, antes de comparalas con deformaciones admisibles, las deformaciones calculadas Δ_c , deberán multiplicarse por Q .

$$\Delta = Q \Delta_c$$

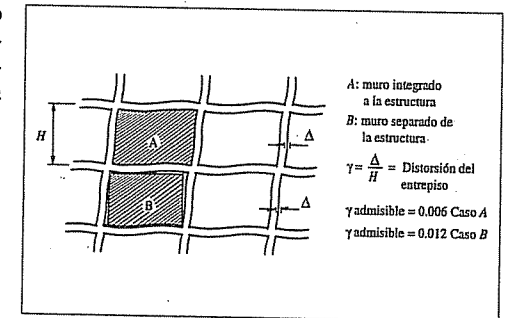


Figura 1.34 Distorsiones de entrepiso admisibles según el RCDF.

También debe tenerse en mente que el objetivo es limitar las deflexiones a valores que no causen daños en elementos estructurales y no estructurales, no para el sismo de diseño sino para uno de mucho menor intensidad. Para poder emplear los mismos resultados del análisis ante el sismo de diseño, las distorsiones admisibles se multiplican en el RCDF por un factor del orden de tres con respecto a las que realmente se quieren controlar. Así, se encuentra experimentalmente que en muros de mampostería y en recubrimientos frágiles de paredes divisorias se provocan agrietamientos cuando las distorsiones exceden de dos al millar (0.002); el reglamento en cuestión exige se compare la distorsión calculada con un valor admisible:

$$\psi_{adm} = 0.006$$

cuando las deformaciones de la estructura pueden afectar elementos no estructurales frágiles (caso A en la figura 1.34).

Por otra parte, cuando no existen elementos frágiles que pueden ser dañados por el movimiento de la estructura o cuando éstos están desligados de la estructura principal (caso B de la figura 1.34) se aumenta al doble la distorsión admisible:

$$\psi_{adm} = 0.012$$

En este caso, el límite tiene como fin evitar que la edificación resulte excesivamente flexible y se originen deformaciones que causen molestias y pánico a los ocupantes y que hagan que se vuelvan importantes los efectos de segundo orden.

Los criterios aquí mencionados y los métodos de análisis que se describirán en los capítulos 6 y 7, se refieren esencialmente a edificios y estructuras en que la resistencia a cargas laterales es proporcionada por marcos, arriostrados o no, o rigidizados por muros. Otras estructuras como los muros de contención y los tanques, se comportan en forma radicalmente distinta y sus métodos de análisis sísmico son diferentes y no se tratarán aquí.

Capítulo

2

Edificios sujetos a fuerzas laterales

Los reglamentos modernos de diseño sísmico, entre ellos el de México Distrito Federal, aceptan que el análisis estructural ante cargas sísmicas puede efectuarse considerando que las estructuras tienen comportamiento elástico lineal. Aunque se reconoce que durante temblores severos los edificios pueden incursionar en comportamiento inelástico, como veremos en capítulos posteriores, esto se toma en cuenta aplicando factores de reducción a los resultados del análisis elástico. Varios textos presentan con detalle los métodos de análisis de estructuras elásticas ante cargas estáticas (por ejemplo, Ghali y Neville, 1990 y Au y Christiano, 1987). En este capítulo se describen brevemente los métodos aproximados y exactos de análisis elástico cuya aplicación es práctica en análisis ante cargas laterales. Hemos tratado de incluir en cada caso ejemplos numéricos ilustrativos y un resumen de las hipótesis de partida, a fin de permitir el juicio sobre la aplicabilidad a cada problema concreto. Se enfatizan los métodos matriciales y los simplificados, porque en la actualidad, cuando se requieren resultados exactos, se pueden emplear con facilidad procedimientos matriciales gracias a la difusión del uso de computadoras personales y estaciones de trabajo. Los métodos simplificados son útiles en las etapas preliminares de análisis y dimensionamiento y permiten también verificar si no se han cometido errores graves al emplear métodos más precisos, pero más complejos, en especial programas de computadora. En la práctica, la gran mayoría de edificios se pueden representar como combinaciones de marcos y muros, a veces con diagonales rigidizantes. Por ello este capítulo se concentra en dichos sistemas estructurales.

2.1. MÉTODO DE RIGIDECES

2.1.1 Conceptos básicos

Aceptando la hipótesis de comportamiento elástico lineal, se puede considerar que los métodos matriciales son exactos para el análisis de marcos y otros sistemas estructurales. Estos procedimientos se han desarrollado extensamente en décadas recientes y en su forma más general constituyen el método de elementos

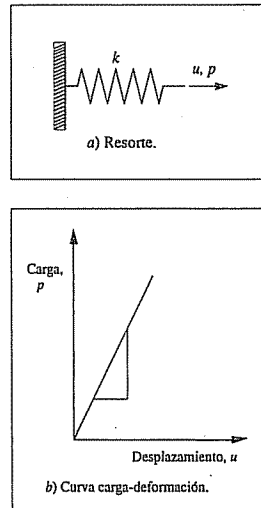


Figura 2.1 Resorte elástico lineal.

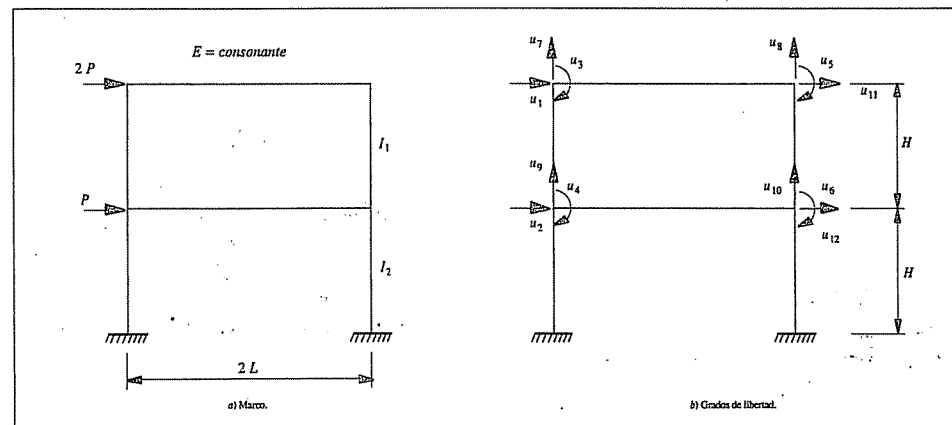


Figura 2.2 Marco empleado para ilustrar el método de rigideces.

finitos. Los métodos matriciales permiten analizar cualquier tipo de estructura, sujeta a todo tipo de carga y se presentan con bastante detalle en la literatura técnica (véanse por ejemplo Zienkiewicz y Taylor 1989 y 1991, Cook et al., 1989 y Livesley 1994). Para estructuras de edificios es adecuado, en la gran mayoría de los casos, usar el método de rigideces para marcos, el cual se puede extender fácilmente para incluir sistemas con muros y diagonales y que se presenta brevemente a continuación, con énfasis en los aspectos relacionados con cargas laterales.

Consideremos el resorte de la figura 2.1a y el marco de la figura 2.2a que son estructuras formadas por elementos elásticos conectados en ciertos puntos llamados nudos. Se denomina grado de libertad a la posibilidad que tiene un nudo de moverse en forma independiente, en cierta dirección. En el caso del resorte, el único grado de libertad es el desplazamiento horizontal, u , de su extremo libre. En marcos los grados de libertad son los giros o desplazamientos de los nudos, como se muestra en la figura 2.2b. El nombre *desplazamientos generalizados* engloba a desplazamiento lineales y giros; congruentemente, las fuerzas y momentos aplicados en los nudos en las direcciones de los grados de libertad se denominan *fuerzas generalizadas*. Los vectores u y p de desplazamientos y fuerzas generalizadas, respectivamente, están formados por los conjuntos ordenados de los correspondientes valores para todos los grados de libertad. En el ejemplo de la figura 2.2, tenemos:

$$u = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{12} \end{Bmatrix} \quad p = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{12} \end{Bmatrix}$$

El producto de una fuerza generalizada por su correspondiente desplazamiento generalizado tiene unidades de trabajo. En este ejemplo, los grados de libertad u_3 a u_6 son giros (cuyas unidades son radianes) y los demás son desplazamientos lineales; por tanto, las fuerzas generalizadas p_3 a p_6 son momentos, mientras que las demás son fuerzas lineales.

Por definición, el *coeficiente de rigidez* K_{ij} , que ocupa el lugar i, j de una *matriz de rigideces* K_u referida a los grados de libertad u , es la fuerza o momento que se necesita aplicar a la estructura en la dirección del grado de libertad i para que se produzca un desplazamiento unitario en la dirección del grado de libertad j . El conjunto ordenado de los valores de K_{ij} constituye la matriz de rigideces que es cuadrada, de tamaño igual al número de grados de libertad. De acuerdo con el teorema de reciprocidad de Betti-Maxwell, $K_{ij} = K_{ji}$ y, por tanto, las matrices de rigideces son simétricas. En vista de que en estructuras lineales se aplica el principio de superposición, podemos escribir:

$$K_u u = p \quad (2.1)$$

En el caso de resorte de la figura 2.1 la matriz de rigideces es de tamaño 1×1 y la expresión anterior se convierte en la ecuación escalar $ku = p$, de donde el desplazamiento originado por la fuerza p se calcula inmediatamente como $u = p/k$. La energía de deformación, U , almacenada en el resorte es el área bajo la curva carga desplazamiento mostrada en la figura 2.1b y es igual a $U = p u/2 = k u^2/2$.

Para el marco de la figura 2.2, la matriz K_u es de 12×12 y para calcular los desplazamientos, u , debidos a un vector de cargas p se tiene que resolver el sistema de ecuaciones lineales simultáneas definido por la ecuación 2.1.

En general, para un sistema de n grados de libertad en el que se conocen las correspondientes fuerzas generalizadas, tenemos que calcular una matriz de rigideces de $n \times n$ que proporciona los coeficientes de un sistema de ecuaciones con n incógnitas (los n desplazamientos generalizados). Por tanto, es conveniente seleccionar para una estructura el menor número posible de grados de libertad, aunque tal número debe ser suficiente para representar adecuadamente todas las formas importantes de deformación ante el sistema de cargas en estudio. La energía almacenada en la estructura es:

$$U = p^T u/2 = u^T p/2 = u^T K_u u/2$$

Nótese que U es una cantidad escalar y que las unidades de los elementos de la matriz de rigideces deben ser tales que todos los productos $K_{ij} u_i u_j$ tengan unidades de trabajo.

Frecuentemente, interesa referir una matriz de rigideces ya calculada para ciertos grados de libertad u a otros nuevos grados de libertad v . Llamaremos K_v a la matriz transformada a los nuevos grados de libertad y sea a la *matriz de transformación* que permite expresar los antiguos grados de libertad en función de los nuevos, es decir:

$$u = a v \quad (2.2)$$

Veremos en ejemplos subsecuentes que a se determina fácilmente mediante consideraciones geométricas. Como la energía almacenada en la estructura para una cierta configuración deformada es una cantidad escalar, independiente de

como se exprese dicha configuración, es decir independiente de la selección de grados de libertad, escribimos:

$$U = \mathbf{u}^T \mathbf{K}_u \mathbf{u} / 2 = \mathbf{v}^T \mathbf{K}_v \mathbf{v} / 2$$

Combinando esta expresión con 2.2 se deduce que:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{a}^T \mathbf{K}_u \mathbf{a} \mathbf{v} = \mathbf{v}^T \mathbf{K}_v \mathbf{v}$$

Como esta igualdad debe satisfacerse para cualquier conjunto de valores que asuman los elementos del vector $\mathbf{v}$ concluimos que:

$$\mathbf{K}_v = \mathbf{a}^T \mathbf{K}_u \mathbf{a} \quad (2.3)$$

Para deducir cómo se expresan las fuerzas, $\mathbf{P}_v$, correspondientes a los grados de libertad $\mathbf{v}$, en términos de las $\mathbf{P}_u$, referidas a $\mathbf{u}$, partimos de que el trabajo efectuado por las fuerzas es igual a la suma de los productos de cada una de ellas por su correspondiente desplazamiento, independientemente de los grados de libertad escogidos. Entonces, teniendo presente la igualdad 2.2 escribimos:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P}_v = \mathbf{u}^T \mathbf{P}_u = \mathbf{v}^T \mathbf{a}^T \mathbf{P}_u$$

como la igualdad precedente debe cumplirse para cualquier vector $\mathbf{v}$, se infiere que:

$$\mathbf{P}_v = \mathbf{a}^T \mathbf{P}_u \quad (2.4)$$

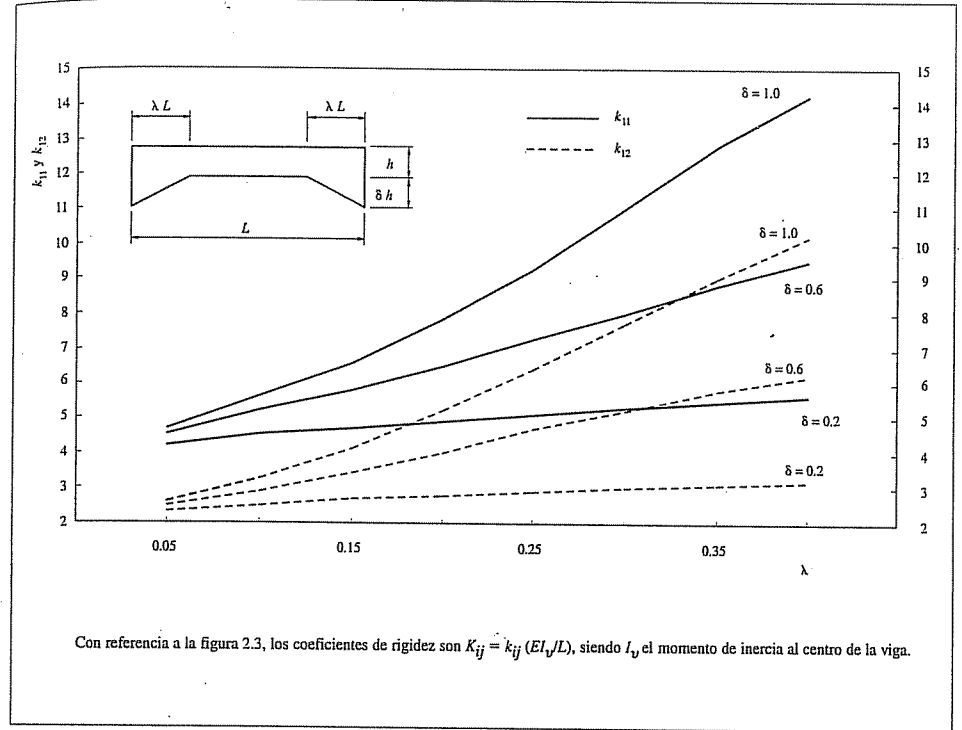
2.1.2 Elemento viga

En la forma más elemental, los grados de libertad de un elemento viga son las rotaciones en sus dos extremos, θ_1 y θ_2 , según se aprecia en la figura 2.3a. Por definición, los términos de la matriz de rigideces (en este caso, de 2×2) son los momentos en los extremos debidos a giros unitarios en un extremo y nulos en el otro, como se muestra en la figura 2.3b, los cuales se calculan empleando conceptos de resistencia de materiales que tomen en cuenta la variación del momento de inercia a lo largo de la viga. Así resulta:

$$\mathbf{K}_\theta = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$$

Para vigas prismáticas con momento de inercia constante I_v , módulo de elasticidad E y longitud L , se encuentra que:

$$\mathbf{K}_\theta = EI_v / L \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$



En el caso de vigas de sección variable tenemos:

$$\mathbf{K}_\theta = EI_v / L \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}$$

donde esta vez I_v es un valor de referencia. Los valores de k_{ij} para vigas simétricas con cartelas rectas, para las cuales $k_{11} = k_{22}$, se muestran en figura 2.4 referidos al momento de inercia en la zona central de sección constante de la viga. En métodos tradicionales de análisis de marcos, las relaciones $t_{12} = k_{12}/k_{11}$ y $t_{21} = k_{21}/k_{22}$ se denominan factores de transporte de los nudos 1 a 2 y 2 a 1, respectivamente. Cuando el momento de inercia o el módulo de elasticidad varían arbitrariamente, los coeficientes de rigidez se pueden calcular usando métodos tradicionales de análisis de vigas, como el de área de momentos o el de la viga conjugada. La sección 13.15 del texto de Norris y Wilbur (1960) describe el procedimiento a aplicar, que se puede adaptar a una hoja de cálculo electrónica.

Para vigas, el vector de cargas está constituido por los momentos flexionantes M_1 y M_2 , en los extremos de la viga y la expresión 2.1 se escribe:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

Figura 2.4 Coeficientes de rigidez para vigas con cartelas rectas.

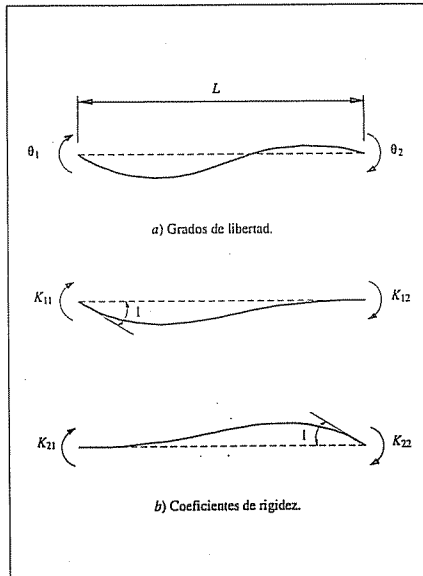


Figura 2.3 Elemento viga.

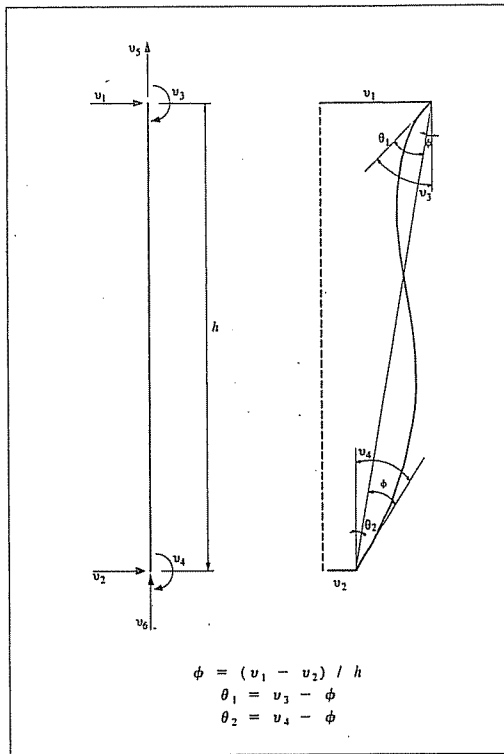


Figura 2.5 Grados de libertad de una columna.

donde L se ha remplazado por h .

2.1.3 Elemento barra

Las barras son elementos sujetos únicamente a fuerzas de tensión o compresión a lo largo de su eje, como lo ilustra la figura 2.6a. Cuando la barra es de sección transversal constante, con área A y módulo de elasticidad E , el desplazamiento originado por una fuerza P , actuando en un extremo mientras el otro se mantiene fijo es $\delta = PL/(EA)$. Si tal desplazamiento es el único grado de libertad, la matriz de rigideces tiene un solo término que es el valor de P correspondiente a $\delta = 1$, entonces:

$$K_{\delta} = [EA/L]$$

Consideremos ahora como nuevos grados de libertad a los desplazamientos axiales u_i , en ambos extremos ($i = 1, 2$ en la figura 2.6b). La relación entre δ (antiguo grado de libertad) y u_i es:

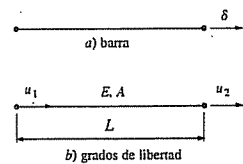


Figura 2.6 Grados de libertad de una barra.

$$\delta = u_2 - u_1 = \langle -1 \ 1 \rangle \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

La matriz a en la expresión 2.2 es entonces $\langle -1 \ 1 \rangle$, y la transformación 2.3 ($a^T K_{\delta} a$), usando el subíndice b para denotar a la nueva matriz de rigideces, nos da:

$$K_b = EA/L \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Cuando una barra está inclinada un ángulo β con respecto a la horizontal, conviene tomar como grados de libertad los desplazamientos horizontales y verticales en los extremos, como se muestra en la figura 2.7. Esta vez los grados de libertad antiguos son los desplazamientos a lo largo de la barra, que valen:

$$u_1 = v_1 \cos \beta + v_2 \sin \beta$$

$$u_2 = v_3 \cos \beta + v_4 \sin \beta.$$

Entonces la matriz a tal que $u = a v$ es:

$$a = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{bmatrix}$$

donde $c = \cos \beta$ y $s = \sin \beta$. Usando la expresión 2.3, la matriz de rigideces de la barra diagonal resulta:

$$K_d = EA/L \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

En forma más completa, los grados de libertad de una columna son seis, que se obtienen añadiendo los dos desplazamientos verticales v_5 y v_6 en la figura 2.5. Es normalmente aceptable considerar que los efectos de fuerzas axiales y momentos flexionantes están desacoplados, es decir, se ignoran los momentos que la carga axial produce en la configuración deformada de la columna. Entonces, las rigideces correspondientes a deformaciones por flexión (viga) se calculan independientemente de las referidas a carga axial (barra) y podemos escribir:

$$K_c = \begin{bmatrix} K_v & 0 \\ 0^T & K_b \end{bmatrix}$$

donde K_v y K_b están dadas por las expresiones 2.7 y 2.8, respectivamente, y 0 es una matriz de 4×2 cuyos elementos son todos nulos. La matriz K_c es de 6×6 y sus ceros reflejan el desacoplamiento mencionado.

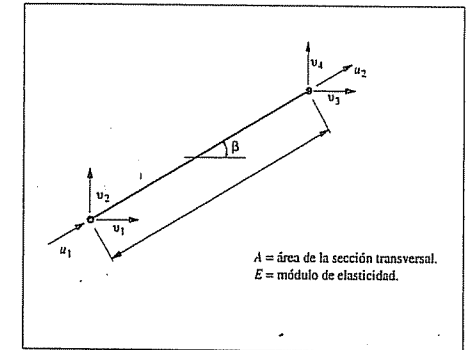


Figura 2.7 Grados de libertad de una diagonal.

2.2 MARCOS PLANOS

2.2.1 Método directo de rigideces

El método directo de rigideces es un procedimiento para obtener la matriz de rigideces de una estructura a partir de las de sus componentes fundamentales. Si se trata de un marco, a partir de las matrices de rigideces de las vigas, columnas y diagonales que conforman el marco. Para ilustrar los pasos del método, consideremos el marco de la figura 2.2. Si se desprecian las deformaciones axiales de las vigas y columnas, los grados de libertad son solamente los seis primeros de los 12 mostrados en la figura aludida; además, aprovechando la simetría del marco y la antisimetría de las cargas, se puede reducir el problema a uno de cuatro grados de libertad como se ilustra en la figura 2.8, la cual indica también los valores de los momentos de inercia de los diferentes elementos.

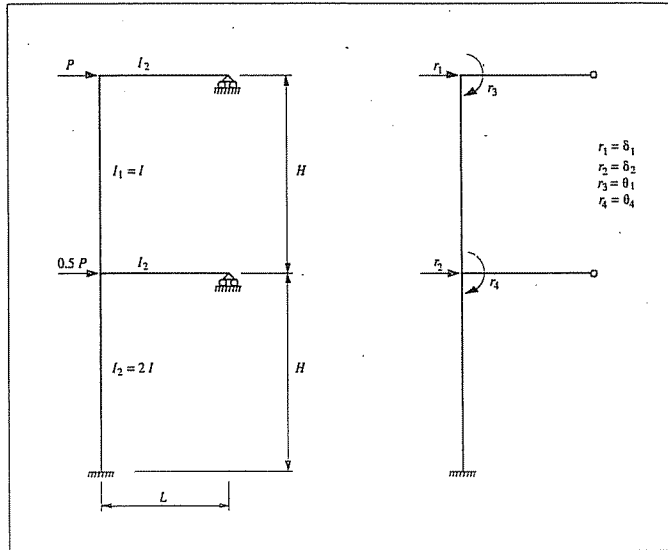


Figura 2.8 Simplificación del marco de la figura 2.2.

En primer lugar, se obtiene la matriz de rigideces de las piezas aisladas (vigas y columnas) que forman la estructura. Las vigas tienen los grados de libertad mostrados en la figura 2.9. Se pueden considerar explícitamente los giros en ambos extremos como grados de libertad; sin embargo, tomando en cuenta que el momento flexionante en el extremo articulado es nulo, conviene referir la matriz de rigideces solamente al giro del nudo en el que la viga se une a las columnas. Para este fin, de la expresión 2.6 escribimos:

$$K_{11} \theta_1 + K_{12} \theta_2 = M_1$$

$$K_{21} \theta_1 + K_{22} \theta_2 = 0$$

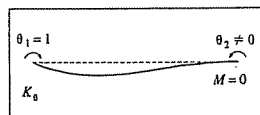


Figura 2.9 Viga articulada en un extremo.

Despejando θ_2 de la segunda ecuación y remplazando en la primera obtenemos:

$$M_1 = (K_{11} - K_{12}^2/K_{22})\theta_1$$

De acuerdo con la definición de coeficiente de rigidez, $\theta_1 = 1$ y, como éste es el único grado de libertad, la matriz de rigideces es:

$$\mathbf{K}_\theta = \{K_{11} - K_{12}^2/K_{22}\} \quad (2.10)$$

La última operación se denomina *condensación estática* de grados de libertad. Si la viga es prismática, empleando los coeficientes de la expresión 2.5 llegamos a:

$$\mathbf{K}_\theta = \{3E I_v/L\} \quad (2.11)$$

Las columnas tienen los cuatro grados de libertad mostrados en la figura 2.5 y, como se ignoran las deformaciones axiales, sus matrices de rigideces están dadas por $\mathbf{K}_v$ en la expresión 2.7. Para cada pieza empleamos los momentos de inercia ($I_\theta = I_2$ para las vigas, $I_v = I_1$ o I_2 para las columnas) y longitudes (L o h) correspondientes.

De acuerdo con los grados de libertad definidos en la figura 2.8, la matriz de rigideces global, $\mathbf{K}$, de la estructura completa es de 4×4 . $\mathbf{K}$ se obtiene sumando los términos de las matrices de rigideces de los elementos en los lugares que indique la correspondencia entre la numeración de los grados de libertad globales de la estructura y las numeraciones locales de los elementos. En este ejemplo, los números locales para la columna de segundo piso (figura 2.5) coinciden con los globales de la estructura completa (figura 2.8) y todos los coeficientes de $\mathbf{K}_v$ se suman directamente a $\mathbf{K}$. Por otro lado, para la columna del primer piso, los grados de libertad locales 1 y 3 de la figura 2.5 corresponden a los grados de libertad globales 2 y 4; por tanto, los coeficientes K_{11} , K_{13} y K_{33} de $\mathbf{K}_v$ deben sumarse, respectivamente, en los lugares 22, 24 y 44 de $\mathbf{K}$. Es innecesario utilizar los coeficientes restantes de $\mathbf{K}_v$ porque corresponden a grados de libertad globales (desplazamiento y giro del apoyo empotrado) que asumen valores nulos. El giro local de la viga del segundo piso corresponde al grado de libertad global 3 y, por consiguiente, el valor que arroje la expresión 2.11 se suma en el lugar 33 de $\mathbf{K}$; similarmente, la rigidez de la viga del primer piso se suma en el lugar 44 de $\mathbf{K}$. El resultado es:

$$\mathbf{K} = E \begin{bmatrix} 12I_1/H^3 & -12I_1/H^3 & -6I_1/H^2 & -6I_1/H^2 \\ 12(I_1+I_2)/H^3 & -6I_1/H^2 & 6(I_1-I_2)/H^2 & 2I_1/H \\ \text{simétrica} & 4I_1/H + 3I_2/L & 4(I_1+I_2)/H + 3I_2/L & \end{bmatrix}$$

Supongamos, por sencillez, que $L = 1.5H$; como $I_1 = I$, $I_2 = 2I$, nos queda:

$$\mathbf{K} = EI/H \begin{bmatrix} 12/H^2 & -12/H^2 & -6/H & -6/H \\ -12/H^2 & 36/H^2 & 6/H & -6/H \\ -6/H & 6/H & 8 & 2 \\ -6/H & -6/H & 2 & 16 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Las cargas son momentos y fuerzas aplicadas en los nudos, numerados en concordancia con el orden de los grados de libertad. Así, el vector de cargas $\mathbf{F}$, resulta:

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ 0.5P \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Los desplazamientos y giros, arreglados en el mismo orden, constituyen el vector de desplazamientos $\mathbf{r}$:

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{Bmatrix}$$

Para conocer $\mathbf{r}$ tenemos que resolver $\mathbf{K} \mathbf{r} = \mathbf{F}$, que en forma desarrollada, se escribe:

$$EI/H = \begin{bmatrix} 12/H^2 & -12/H^2 & -6/H & -6/H \\ -12/H^2 & 36/H^2 & 6/H & -6/H \\ -6/H & 6/H & 8 & 2 \\ -6/H & -6/H & 2 & 16 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ 0.5P \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

La solución puede obtenerse por diversos métodos, pero conviene hacerlo definiendo las siguientes submatrices y vectores:

$$\mathbf{K}_{\delta\delta} = EI/H \begin{bmatrix} 12/H^2 & -12/H^2 \\ -12/H^2 & 36/H^2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_{\delta\theta} = EI/H \begin{bmatrix} -6/H & 6/H \\ -6/H & -6/H \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{\theta\theta} = EI/H \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 16 \end{bmatrix}; \quad \delta = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix}; \quad \theta = \begin{Bmatrix} \theta_3 \\ \theta_4 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \begin{Bmatrix} P \\ -0.5P \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Con lo que la expresión 2.13 se convierte en:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\delta\delta} & \mathbf{K}_{\delta\theta} \\ \mathbf{K}_{\theta\delta} & \mathbf{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

Hemos efectuado una *partición de la matriz* de rigideces global para distinguir las partes correspondientes a los grados de libertad laterales. Ejecutando el producto del primer miembro e igualando al segundo:

$$\mathbf{K}_{\delta\delta} \delta + \mathbf{K}_{\delta\theta} \theta = \mathbf{P} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{K}_{\theta\delta} \delta + \mathbf{K}_{\theta\theta} \theta = \mathbf{0} \quad (2.16)$$

de la segunda expresión se obtiene:

$$\theta = -\mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} \mathbf{K}_{\theta\delta} \delta \quad (2.17)$$

y remplazando en 2.15 queda:

$$(\mathbf{K}_{\delta\delta} - \mathbf{K}_{\delta\theta} \mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} \mathbf{K}_{\theta\delta}) \delta = \mathbf{P} \quad (2.18)$$

De nuevo hemos efectuado una *condensación estática*. Esta vez su aplicación condensa la matriz de rigideces de 4×4 en la de 2×2 siguiente:

$$\mathbf{K}_{\delta\delta}^* = (\mathbf{K}_{\delta\delta} - \mathbf{K}_{\delta\theta} \mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} \mathbf{K}_{\theta\delta}) \quad (2.19)$$

Nótese la similitud con la expresión 2.10. $\mathbf{K}_{\delta\delta}^*$ se denomina *matriz de rigideces lateral* porque está referida solamente a los desplazamientos laterales; el término $\mathbf{K}_{\delta\delta}$ es la parte que en la matriz original corresponde a dichos desplazamientos y el resto incluye las modificaciones debidas a que los demás grados de libertad asumen valores diferentes de cero. En general, la matriz de rigideces lateral de un marco de n pisos es de tamaño $n \times n$. La expresión 2.18 se ha convertido en:

$$(\text{matriz de rigideces lateral}) \times (\text{desplazamientos laterales}) = (\text{cargas laterales})$$

Enseguida se calcula $\mathbf{K}_{\delta\delta}^*$ ejecutando las operaciones matriciales de la expresión 2.19,

$$\mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} = H/(GZ/EI) \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} \mathbf{K}_{\theta\delta} = 3/(31H) \begin{bmatrix} -7 & 9 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{\delta\theta} \mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1} \mathbf{K}_{\theta\delta} = 18EI/(31H^3) \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{\delta\delta}^* = 12EI/H^3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} - 18EI/(31H^3) \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{\delta\delta}^* = 12EI/(31H^3) \begin{bmatrix} 16 & -25 \\ -25 & 72 \end{bmatrix}$$

De las expresiones 2.18 y 2.19 deducimos que $\mathbf{K}_{\delta\delta}^* \delta = \mathbf{P}$, por tanto $\delta = [\mathbf{K}_{\delta\delta}^*]^{-1} \mathbf{P}$, es decir:

$$\begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} = 31H^3/(6324EI) \begin{bmatrix} 72 & 25 \\ 25 & 16 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ 0.5P \end{Bmatrix}$$

$$\delta_1 = 84.5PH^3/(204EI) = 0.41422 PH^3/EI$$

$$\delta_2 = 33PH^3/(204EI) = 0.16176 PH^3/EI$$

Conocido el vector δ , se puede calcular el vector θ con la expresión 2.17, notando que ya se ha efectuado el producto $\mathbf{K}_{\delta\delta}^{-1} \mathbf{K}_{\theta\theta}^T$, al valor $\mathbf{K}_{\delta\delta}^*$. El resultado es:

$$\begin{Bmatrix} \theta_3 \\ \theta_4 \end{Bmatrix} = PH^2/(2108EI) \begin{bmatrix} 0.13971 & PH^2/EI \\ 0.19853 & PH^2/EI \end{bmatrix}$$

Los elementos mecánicos de las vigas y columnas se calculan ahora como el producto de la matriz de rigideces local de la correspondiente pieza por los desplazamientos de sus extremos, todos conocidos. Para la viga del primer nivel la fórmula 2.11 da:

$$\mathbf{K}_\theta = \{3EI/L\} = (3E)(2I)/(1.5H) = 4EI/H$$

El desplazamiento generalizado que corresponde es el giro θ_4 , entonces el momento es:

$$M = K_\theta \theta_4 = (4EI/H)(0.19853 PH^2/EI) = 0.794 PH$$

La matriz de rigideces local de la columna del primer piso se obtiene reemplazando I_c por $2I$ y h por H en la expresión 2.7, lo cual arroja:

$$\mathbf{K}_v = EI/H \begin{bmatrix} 24/H^2 & -24/H^2 & -12/H & -12/H \\ -24/H^2 & 24/H^2 & 12/H & 12/H \\ -12/H & 12/H & 8 & 4 \\ -12/H & 12/H & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

Recordemos que los grados de libertad locales 2 y 4 de esta columna (figura 2.5) asumen valores nulos (apoyo empotrado) mientras que 1 y 3 corresponden a los grados de libertad globales 2 y 4. Entonces, los desplazamientos generalizados en los extremos son:

$$\begin{Bmatrix} \delta_2 \\ 0 \\ \theta_4 \\ 0 \end{Bmatrix} = PH^2/EI \begin{Bmatrix} 0.16176 H \\ 0 \\ 0.19853 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

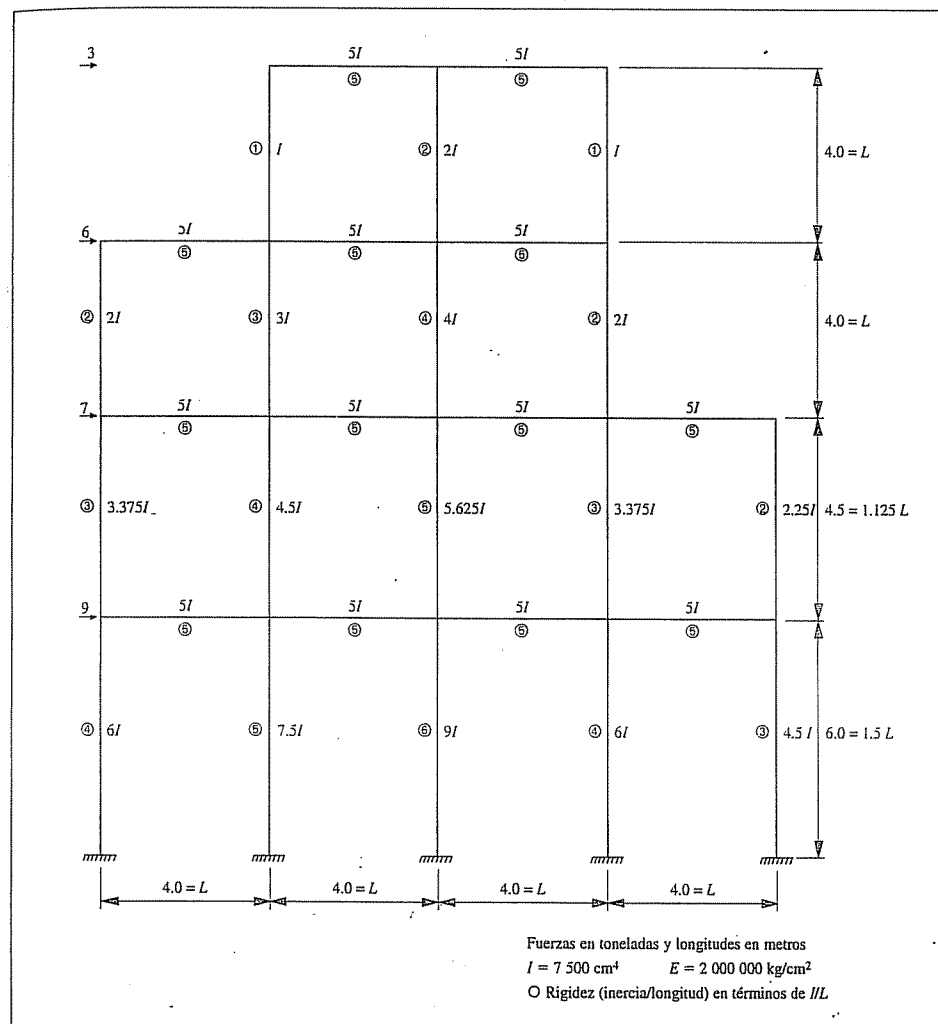
Multiplicando $\mathbf{K}_v$ por los desplazamientos obtenemos las fuerzas generalizadas correspondientes (momentos M y fuerzas cortantes V). Se llega a:

$$\begin{aligned} V_1 &= 24 \times 0.16176 P - 12 \times 0.19853 P = 1.5P \\ V_2 &= -24 \times 0.16176 P + 12 \times 0.19853 P = -1.5P \\ M_3 &= -12 \times 0.16176 PH + 8 \times 0.19853 PH = -0.35PH \\ M_4 &= -12 \times 0.16176 PH + 4 \times 0.19853 PH = -1.15PH \end{aligned}$$

Se puede verificar fácilmente que estos elementos mecánicos están en equilibrio. V_2 y M_4 son las reacciones en la base, y la fuerza cortante vale $1.5P$, lo cual puede deducirse inspeccionando la estructura.

La figura 2.10 presenta un marco de cuatro pisos y cuatro crujiás analizado con el método de rigideces con los resultados que muestra la figura 2.11. Se

Figura 2.10 Marco usado en los ejemplos.



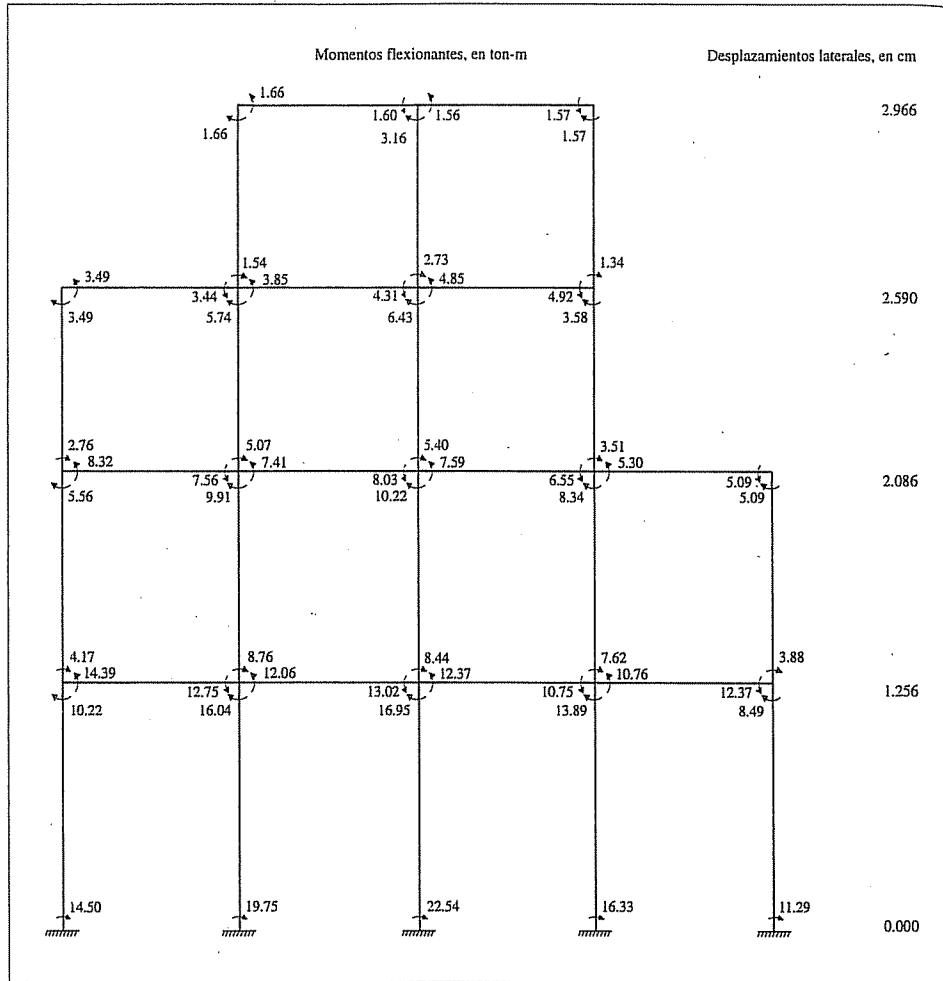


Figura 2.11 Momentos flexionantes en el marco de la figura 2.10 según el método de rigideces.

ignoraron las deformaciones axiales de los miembros, para que los resultados fuesen comparables a los de los métodos aproximados, que se presentarán posteriormente.

2.2.2 Método de Bowman

Como resultado del estudio de un gran número de marcos en los que son despreciables los efectos de deformación axiales, resueltos por métodos exactos, Bowman propuso un método aproximado de acuerdo con las siguientes hipótesis (Sutherland y Bowman, 1958):

1. Los puntos de inflexión en las vigas exteriores se encuentran a 0.55 de su claro, a partir de su extremo exterior como se ilustra en la figura 2.12. En vigas interiores, el punto de inflexión se encuentra en el centro del claro, excepto en la crujía central cuando el número de crujías es impar, o en las dos centrales si es par. En estas crujías la posición de puntos de inflexión en las vigas está forzada por condiciones de simetría y equilibrio.
2. Los puntos de inflexión en las columnas del primer entrepiso se encuentran a 0.60 de su altura, a partir de la base. En marcos de dos o más, tres o más, o cuatro o más entrepisos, respectivamente, los puntos de inflexión en las columnas de los entrepisos último, penúltimo y antepenúltimo, respectivamente, se encuentran a 0.65, 0.60 y 0.55 de la altura correspondiente, a partir del extremo superior. En edificios de cinco o más entrepisos, los puntos de inflexión en columnas para las cuales no se ha especificado la posición se encuentran en el centro de su altura. Esto se resume en la figura 2.12.
3. La fuerza cortante total, V , de cada entrepiso se distribuye en la forma siguiente:

En el primer entrepiso, una fuerza cortante igual a $V_c = V(N-0.5)/(N+1)$ se reparte directamente entre las columnas del entrepiso proporcionalmente a sus rigideces. La fuerza cortante restante $V_r = V - V_c$ se divide entre las crujías proporcionalmente a la rigidez de la viga que las limita en la parte superior. Luego, la mitad de la cortante de cada crujía se asigna a sus dos columnas colindantes.

En pisos superiores, una fuerza cortante $V_c = V(N-2)/(N+1)$ se distribuye directamente entre las columnas. La cortante $V_r = V - V_c$ se reparte entre las crujías como se hizo para planta baja.

En los párrafos anteriores N es el número de crujías en el entrepiso considerado. Una variante del método consiste en respetar los puntos 2 y 3, pero determinar los momentos en las vigas equilibrando en cada nudo la suma de momentos en los extremos de las columnas con momentos proporcionales a la rigidez angular natural de cada viga.

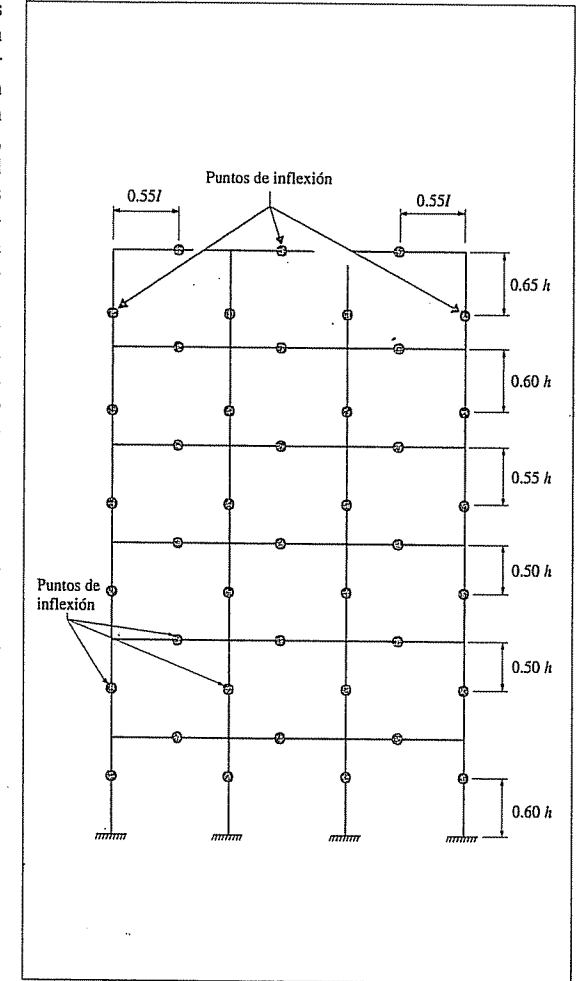


Figura 2.12 Localización de puntos de inflexión según el método de Bowman.

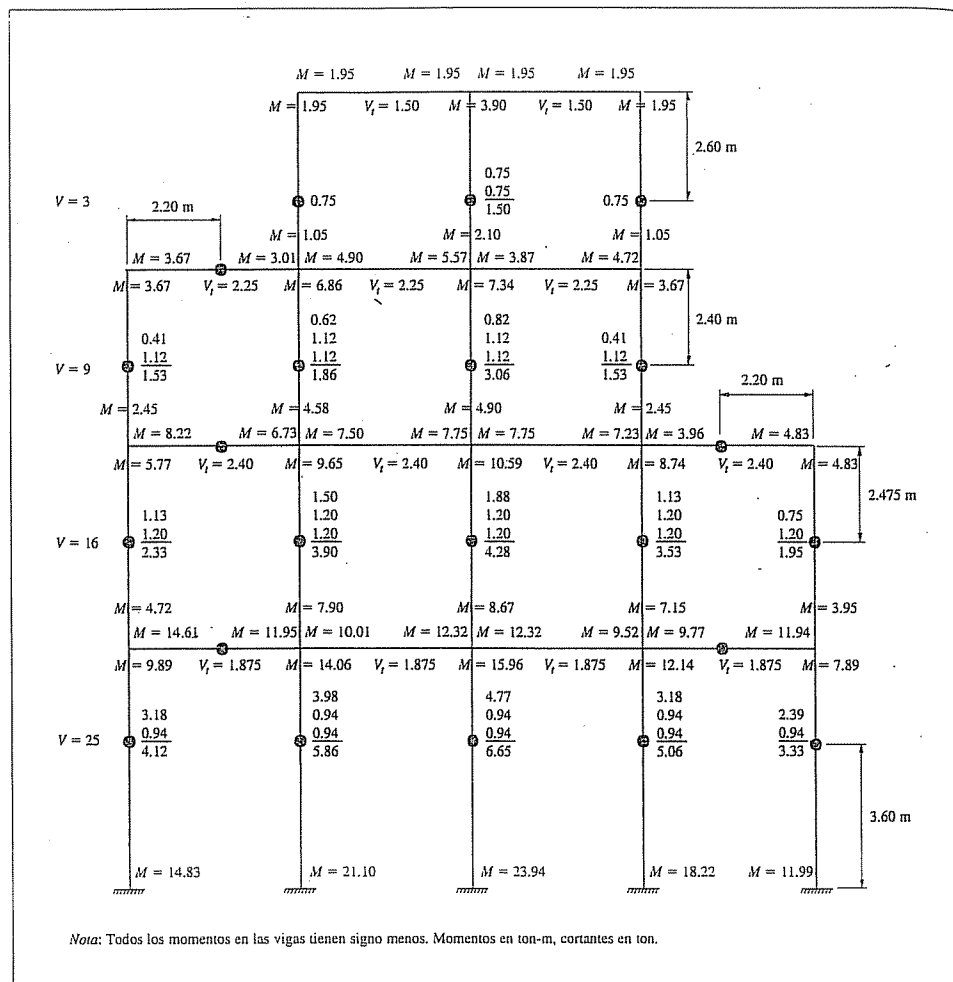


Figura 2.13 Aplicación del método de Bowman al marco de la figura 2.10.

La figura 2.13 resume la aplicación del método de Bowman al análisis del marco de la figura 2.10. En la figura 2.14 se muestran algunos pasos intermedios.

2.2.3 Fórmulas de Wilbur

La rigidez de entrepiso es la relación entre la fuerza cortante absorbida por un marco, muro o contraviento en un entrepiso y el desplazamiento horizontal relativo entre los dos niveles que lo limitan. La rigidez así definida no es independiente del sistema de fuerzas laterales y para calcularla con rigor debe conocerse previamente tal sistema. En marcos ordinarios de edificios, el empleo de sistemas de cargas que no son estrictamente proporcionales al definitivo de análisis, introduce errores de poca importancia y usualmente es aceptable calcular las rigideces

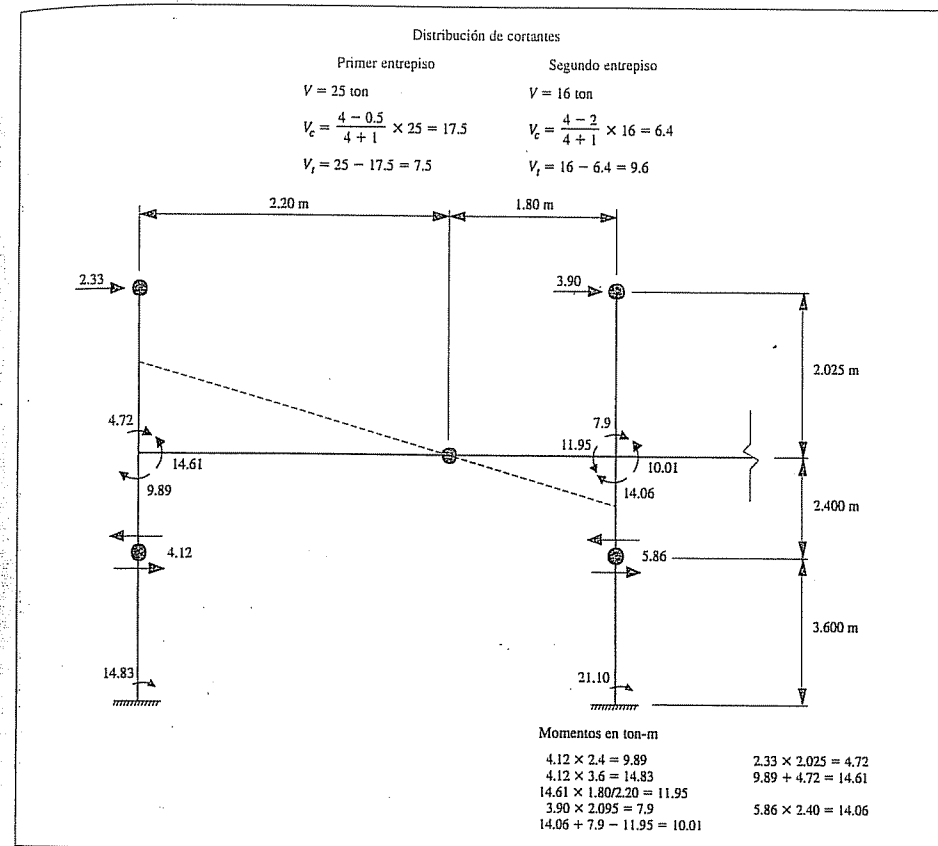


Figura 2.14 Operaciones para explicar algunos resultados de la figura 2.13.

a partir de hipótesis simplificadoras sobre la forma del sistema de fuerzas laterales. En muros, marcos con contravientos y sistemas similares es indispensable tener en cuenta la variación de la carga lateral.

Las fórmulas de Wilbur se aplican a marcos regulares formados por piezas de momento de inercia constante en los que las deformaciones axiales son despreciables y las columnas tienen puntos de inflexión. La versión que aquí presentamos se basa en las siguientes hipótesis: 1) los giros en todos los nudos de un nivel y de los dos niveles adyacentes son iguales, excepto en el nivel de desplante, en donde puede suponerse empotramiento o articulación según el caso; 2) las cortantes en los dos entrepisos adyacentes al de interés son iguales a la de éste. De aquí resultan las siguientes expresiones:

- Para el primer entrepiso, suponiendo columnas empotradas en la cimentación,

$$R_1 = 48 E / (D_1 h_1); \quad D_1 = 4 h_1 / (\Sigma K_{c1} + (h_1 + h_2) / (\Sigma K_{t1} + \Sigma K_{c1} / 12))$$

y suponiendo columnas articuladas en la cimentación:

$$R_1 = 24 E/(D_1 h_1); \quad D_1 = h_1/\Sigma K_{c1} + (2 h_1 + h_2)/(\Sigma K_{t1}).$$

- Para el segundo entrepiso, columnas empotradas en la cimentación

$$R_2 = 48 E/(D_2 h_2);$$

$$D_2 = 4 h_2/\Sigma K_{c2} + (h_1 + h_2)/(\Sigma K_{t1} + \Sigma K_{c1}/12) + (h_2 + h_3)/(\Sigma K_{t2})$$

y para columnas articuladas en la cimentación

$$R_2 = 48 E/(D_2 h_2); \quad D_2 = 4 h_2/\Sigma K_{c2} + (2 h_1 + h_2)/\Sigma K_{t1} + (h_2 + h_3)/(\Sigma K_{t2}).$$

- Para entrepisos intermedios:

$$R_n = 48 E/(D_n h_n); \quad D_n = 4 h_n/\Sigma K_{cn} + (h_m + h_n)/\Sigma K_{tm} + (h_n + h_o)/(\Sigma K_{tn}).$$

En las fórmulas precedentes hemos definido:

- E módulo de elasticidad.
 R_n rigidez del entrepiso en cuestión.
 K_{tm} rigidez (III) de las vigas del nivel sobre el entrepiso n .
 K_{cn} rigidez (III) de las columnas del entrepiso n .
 m, n, o índices que identifican tres niveles consecutivos de abajo hacia arriba.
 h_n altura del entrepiso n .

Para el entrepiso superior, si se acepta que la cortante del penúltimo piso es el doble que la del último, se encuentra que es aplicable la fórmula para entrepisos intermedios, poniendo $2h_m$ en vez de h_m y haciendo $h_o = 0$. Loera (1964) presenta una deducción de las fórmulas y su ampliación para el caso de vigas de sección variable.

Para el marco de la figura 2.10 tenemos $E = 2000000 \text{ kg/cm}^2$, $I = 7500 \text{ cm}^4$, $h_1 = 600 \text{ cm}$, $h_2 = 450 \text{ cm}$, $h_3 = 400 \text{ cm}$, $h_4 = 400 \text{ cm}$ y $L = 400 \text{ cm}$ para todas las crujías, entonces:

$$\begin{aligned} \Sigma K_{c1} &= (6.00 + 7.50 + 9.00 + 6.00 + 4.50)(7500/600) = 412.50 \text{ cm}^3 \\ \Sigma K_{c2} &= (3.375 + 4.5 + 5.625 + 3.375 + 2.25)(7500/450) = 318.75 \text{ cm}^3 \\ \Sigma K_{c3} &= (2.00 + 3.00 + 4.00 + 2.00)(7500/400) = 206.25 \text{ cm}^3 \\ \Sigma K_{c4} &= (1.00 + 2.00 + 1.00)(7500/400) = 75.00 \text{ cm}^3 \\ \Sigma K_{t1} &= (5 + 5 + 5 + 5)(7500/400) = 375.00 \text{ cm}^3 \\ \Sigma K_{t2} &= (5 + 5 + 5 + 5)(7500/400) = 375.00 \text{ cm}^3 \\ \Sigma K_{t3} &= (5 + 5 + 5)(7500/400) = 281.25 \text{ cm}^3 \\ \Sigma K_{t4} &= (5 + 5)(7500/400) = 187.50 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Usando las fórmulas para columnas empotradas en la cimentación, se llega a:

$$\begin{aligned} D_1 &= 8.3831/\text{cm}^2; \quad R_1 = 48 \times 2000000/(600 \times D_1) = 19086 \text{ kg/cm} \\ D_2 &= 10.4780/\text{cm}^2; \quad R_2 = 48 \times 2000000/(450 \times D_2) = 20359 \text{ kg/cm} \\ D_3 &= 12.8687/\text{cm}^2; \quad R_3 = 48 \times 2000000/(400 \times D_3) = 18650 \text{ kg/cm} \\ D_4 &= 27.7333/\text{cm}^2; \quad R_4 = 48 \times 2000000/(400 \times D_4) = 8654 \text{ kg/cm} \end{aligned}$$

Las rigideces de entrepiso calculadas por este método se usan con frecuencia para distribuir la fuerza cortante en los entrepisos, donde interesan las rigideces relativas de un marco con respecto a otro. En el capítulo 6 se explicarán los procedimientos de diseño que incluyen tales distribuciones de cortantes. Conocida la fuerza cortante V , se pueden emplear los valores de R para calcular desplazamientos de entrepiso δ , como cocientes V/R , aunque la precisión del método para este fin no ha sido bien estudiada. No obstante, se puede proceder así para una verificación del orden de magnitud de resultados de métodos más precisos. Para el marco de la figura 2.10 se obtienen los siguientes desplazamientos de entrepiso, δ :

$$\begin{aligned} V_4 &= 3000 \text{ kg}; & \delta_4 &= 3000/8654 = 0.347 \text{ cm} \\ V_3 &= 9000 \text{ kg}; & \delta_3 &= 9000/18650 = 0.483 \text{ cm} \\ V_2 &= 16000 \text{ kg}; & \delta_2 &= 16000/20359 = 0.786 \text{ cm} \\ V_1 &= 25000 \text{ kg}; & \delta_1 &= 25000/19086 = 1.310 \text{ cm} \end{aligned}$$

Acumulando los desplazamientos relativos obtenemos los siguientes desplazamientos totales (de abajo hacia arriba): 2.925, 2.578, 2.096 y 1.310 cm, los cuales se comparan bastante bien con los resultados del método de rigideces mostrados en la figura 2.11.

2.2.4 Edificios de cortante

Las columnas de un marco sujeto a cargas laterales tienen puntos de inflexión siempre y cuando la vigas sean lo suficientemente rígidas para imponerles la doble curvatura. Bajo estas circunstancias, se pueden calcular rigideces de entrepiso con las fórmulas de la sección previa, lo cual permite modelar el marco mediante una sucesión de resortes laterales, cada uno representando a un entrepiso, como lo ilustra la figura 2.15. Esta clase de marcos se denomina *de cortante*,

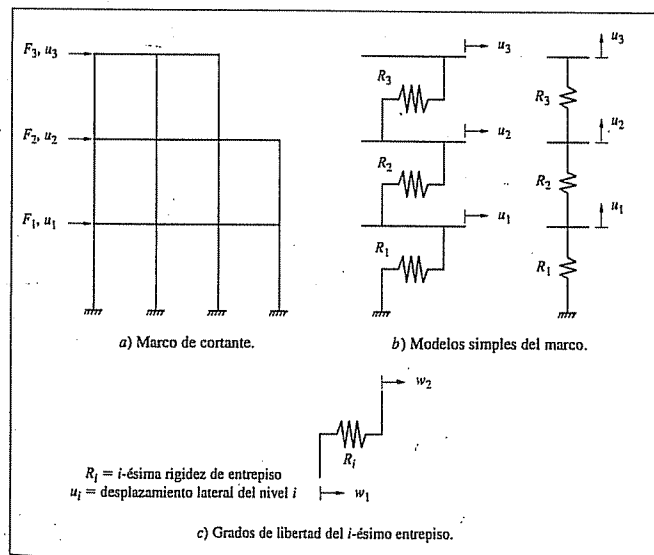


Figura 2.15 Modelo de un marco de cortante.

porque los desplazamientos de cada uno de sus entresijos dependen de las fuerzas cortantes (y no de los momentos) obrando sobre los mismos. Un edificio o estructura de cortante es aquella constituida por marcos de cortante. A continuación se derivan algunas propiedades de este tipo de marcos.

Para los grados de libertad locales w , definidos en la figura 2.15c, la matriz de rigideces local del i -ésimo resorte se escribe:

$$K_i = R_i \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Cotejando los grados de libertad w de cada piso con los del marco completo, u , que se indican en la figura 2.15b, aplicamos el método directo de rigideces y encontramos que la matriz de rigideces del marco es:

$$K_u = \begin{bmatrix} (R_1 + R_2) & -R_2 & 0 \\ -R_2 & (R_2 + R_3) & -R_3 \\ 0 & -R_3 & R_3 \end{bmatrix}$$

Los correspondientes vectores de desplazamientos y de fuerzas son:

$$u = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} ; \quad P_u = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix}$$

Definamos ahora como nuevos grados de libertad los desplazamientos relativos de entresijo v_i , que en términos de los desplazamientos totales se expresan:

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 - u_1 \\ u_3 - u_2 \end{Bmatrix}$$

La matriz a que relaciona el vector de grados de libertad u con v , se deduce como sigue:

$$u_1 = v_1$$

$$u_2 = u_1 + v_2 = v_1 + v_2$$

$$u_3 = u_2 + v_3 = v_1 + v_2 + v_3$$

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix}$$

$$a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Según la expresión 2.3, la matriz de rigideces referida a los desplazamientos relativos es $K_v = a^T K_u a$; efectuando los productos se llega a:

$$K_v = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 \end{bmatrix}$$

Esto muestra que la matriz de rigideces lateral de un marco de cortante es diagonal cuando se adoptan como grados de libertad los desplazamientos de entresijo, siendo el elemento i -ésimo de la diagonal la rigidez R_i , del entresijo i .

El nuevo vector de fuerzas es $P_v = a^T P_u$:

$$P_v = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix}$$

$$P_v = \begin{Bmatrix} F_1 + F_2 + F_3 \\ F_2 + F_3 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{Bmatrix}$$

Es decir, que las nuevas fuerzas generalizadas correspondientes son las cortantes de entresijo. Al ser K_v diagonal, la solución del sistema de ecuaciones para calcular los desplazamientos de entresijo es inmediata, y los mismos, como era de esperarse, son iguales a la cortante entre la rigidez de entresijo respectiva.

2.3 SISTEMAS CON MUROS

En muchos casos prácticos, para dar a los edificios rigidez y resistencia suficiente ante cargas laterales, se recurre al uso de muros de concreto, normalmente combinados con marcos (ver capítulo 5). Otras formas de rigidizar marcos son rellenarlos con muros de mampostería o colocar elementos diagonales de concreto reforzado o de acero, y son comunes también los edificios de altura moderada en los cuales los elementos resistentes son muros de mampostería con distintos tipos de refuerzo. En esta sección se describen métodos que sirven para analizar estos tipos de sistemas estructurales ante cargas laterales.

2.3.1 Método de la columna ancha

Aceptando la hipótesis de comportamiento elástico lineal, las deformaciones de un muro ante cierto sistema de cargas en su plano deben calcularse con los métodos y teorías de la elasticidad. Además de las propiedades elásticas del material (como módulos de elasticidad, de cortante y de Poisson), hay que tomar en cuenta la magnitud y distribución de las cargas, la geometría del muro y la forma en que está apoyado. Existen soluciones analíticas para ciertos casos sencillos (véase por ejemplo Timoshenko y Goodier, 1970) y los casos de geometría o condiciones de frontera complicadas se pueden tratar con el método del elemento finito, que se describe brevemente más adelante, y que permite obtener soluciones numéricas con la precisión que se desee (Zienkiewicz y Taylor, 1989 y 1991, Cook et al., 1989 y Livesley 1994).

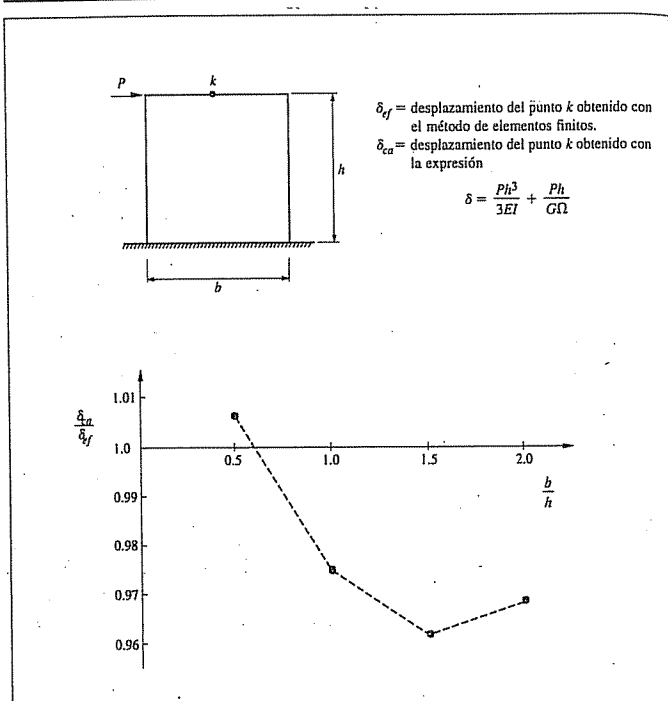


Figura 2.16 Comparación entre resultados de los métodos de elementos finitos y de la columna ancha.

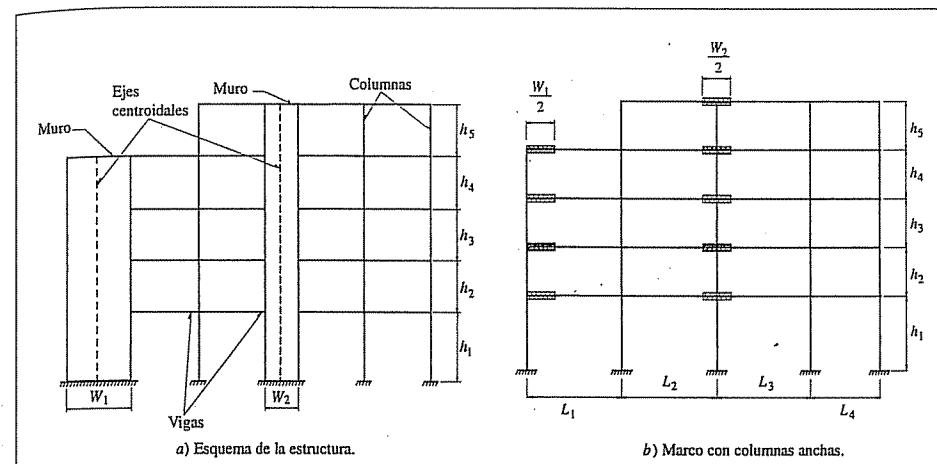
Sin embargo, para muros empotrados en su base y sujetos a una carga lateral en su extremo superior P , como se muestra en la figura 2.16, el desplazamiento lateral del extremo cargado δ , se puede calcular con bastante precisión con la expresión

$$\delta = \frac{Ph^3}{3EI} + \frac{Ph}{G\Omega} \quad (2.20)$$

donde h es la altura del muro, I y Ω son el momento de inercia y el área efectiva de cortante de su sección transversal, E es el módulo de elasticidad y G el de cortante.

La figura 2.16 incluye una comparación entre los resultados obtenidos con la ecuación 2.20 y los que proporciona el método de elementos finitos (que pueden considerarse como exactos) y se observa que los errores no exceden de 4 por ciento. Aunque la figura citada cubre valores de b (ancho del muro) entre h comprendidos entre 0.5 y 2.0, la ecuación 2.20 proporciona similar precisión fuera de ese intervalo, porque para valores mayores de b/h importan sólo las deformaciones por cortante consideradas con el término $Ph/(G\Omega)$, y para valores menores son más apreciables las deformaciones debidas a flexión tomadas en cuenta con $Ph^3/(3EI)$.

De lo expuesto, se concluye que para fines prácticos es suficiente calcular las deformaciones laterales de muros aislados con procedimientos de resistencia de materiales que consideren los efectos tanto de flexión como de cortante. Se de-



nomina *columna ancha* a un miembro así analizado para distinguirlo de las columnas normales en que sólo son importantes las deformaciones por flexión.

Para analizar sistemas de muros y muro-marco se considera cada muro como una columna ancha con sus propiedades concentradas en su eje centroidal y se supone que las zonas de las vigas que se encuentran dentro de los muros son infinitamente rígidas a flexión. Esto se ilustra en la figura 2.17, y tiene la ventaja de que los sistemas con muros se idealizan como estructuras esqueléticas, lo mismo que los marcos.

Las deformaciones por cortante en las columnas y las zonas rígidas en las vigas modifican las respectivas matrices de rigideces. Con referencia a los grados de libertad y notación mostrados en la figura 2.18, la matriz para las columnas anchas se escribe:

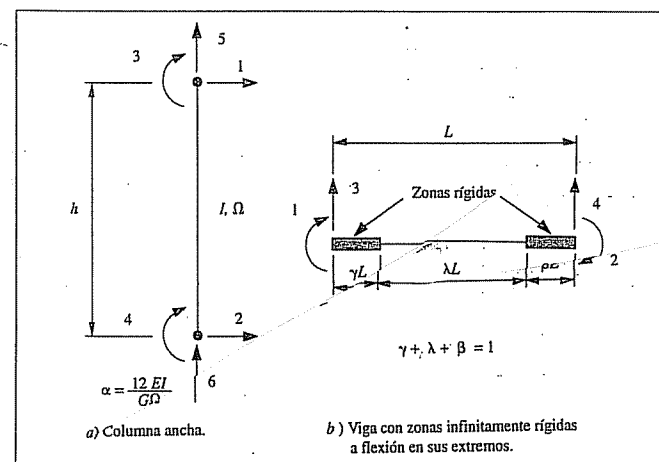


Figura 2.17 Sistema marco-muro idealizado con columnas anchas.

Figura 2.18 Grados de libertad para columnas y vigas en el método de la columna ancha.

$$\begin{bmatrix} 12EI/(a h^3) & -12EI/(a h^3) & 6EI/(a h^2) & -6EI/(a h^2) \\ -12EI/(a h^3) & 12EI/(a h^3) & -6EI/(a h^2) & 6EI/(a h^2) \\ 6EI/(a h^2) & -6EI/(a h^2) & (4+\alpha)EI/(a h) & (2-\alpha)EI/(a h) \\ -6EI/(a h^2) & 6EI/(a h^2) & (2-\alpha)EI/(a h) & (4+\alpha)EI/(a h) \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{simétrica} \\ \\ EA/h \\ EA/h -EA/h \end{matrix} \quad (2.21)$$

siendo $a = 1 + \alpha$, y $\alpha = 12 EI/(G\Omega)$.

Para las vigas con zonas rígidas en sus extremos:

$$EI/(\lambda L) \begin{bmatrix} 4 + 12g(1+g) & 2 + 6(g+b) + 12gb & -6(1+2g)/(\lambda L) & 6(1+2b)/(\lambda L) \\ 2 + 6(g+b) + 12gb & 4 + 12b(1+b) & 6(1+2g)/(\lambda L) & -6(1+2b)/(\lambda L) \\ -6(1+2g)/(\lambda L) & 6(1+2b)/(\lambda L) & 12/(\lambda L)^2 & -12/(\lambda L)^2 \\ 6(1+2g)/(\lambda L) & -6(1+2b)/(\lambda L) & -12/(\lambda L)^2 & 12/(\lambda L)^2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{simétrica} \\ \\ \\ \end{matrix}$$

donde $g = \gamma/\lambda$ y $b = \beta/\lambda$.

En casos extremos, si el área de cortante es grande o las longitudes de zonas rígidas son bastante pequeñas, las matrices anteriores coinciden con las de una viga y columna normales. Así, si dichas matrices se incluyen en un programa para resolver marcos, éste servirá también para analizar sistemas muro-marco.

MacLeod (1971) ha constatado la buena precisión del método comparando

sus resultados con los de modelos elásticos a escala de muros con una hilera central de huecos. En efecto, el método es útil en casos de muros con huecos, sobre todo si se incluyen los efectos de extremos rígidos en las columnas y los de cortante en las vigas.

Algunos ejemplos de idealización posibles se muestran en la figura 2.19. En ciertos casos es conveniente que las zonas rígidas en los extremos tengan forma de codo y no sean solamente rectas; para estas situaciones pueden consultarse las publicaciones de MacLeod (1973, 1990).

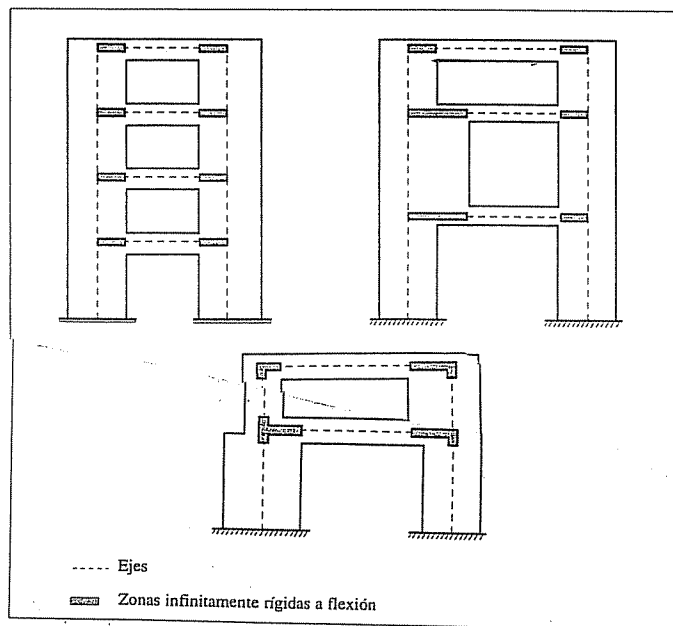


Figura 2.19 Muros con huecos que pueden analizarse con el método de la columna ancha.

Existen programas para analizar edificios que incluyen explícitamente deformaciones por cortante y zonas rígidas (Wilson y Dovey, 1972, Wilson et al., 1975). Cuando se usan programas que no incluyan esta última opción, las zonas rígidas pueden representarse con vigas que tienen momentos de inercia grandes en comparación con las demás vigas y columnas del conjunto.

2.3.2 Método de MacLeod

MacLeod (1971, 1990) ha desarrollado un procedimiento que permite estimar la fuerza cortante y el desplazamiento lateral máximos de sistemas formados por marcos y muros, así como el momento de volteo en la base de los muros, a partir de suponer que todos ellos están conectados sólo en sus extremos superiores como se ilustra en la figura 2.20. Para cargas laterales con distribución triangular, la fórmula que proporciona la fuerza que actúa entre los marcos y los muros, P , es:

$$P/W = 0.55 \Sigma K_f / (\Sigma K_f + \Sigma K_m) \quad (2.22)$$

donde K_f es la rigidez lateral de cada marco entendida como la fuerza concentrada en el extremo superior que produce un desplazamiento lateral unitario en su línea de acción; K_m es la rigidez de cada muro definida en el mismo sentido y W es la carga lateral total aplicada. Para calcular las K_f se pueden emplear las fórmulas de Wilbur, ya que conocidas rigideces de entrepisos, R_i , se tiene

$$1/K_f = \Sigma (1/R_i)$$

El desplazamiento lateral máximo se estima como P/K_f , y la fuerza cortante máxima en el marco está dada por $1.3P$. El momento de volteo en la base del muro es aproximadamente igual al momento total menos PH , siendo H la altura total del muro.

Como ejemplo, consideremos nuevamente el edificio cuyos datos se dan en la figura 2.20. Las rigideces de entrepiso en ton/m resultan $R_1 = 11414$, $R_2 = 7676$, $R_3 = R_4 = R_5 = 7376$, por tanto:

$$1/K_f = (1/11414 + 1/7676 + 3/7376)$$

El resultado es $K_f = 1601$ ton/m; como están incluidas todas las vigas y columnas en el cálculo de las R_i , entonces $\Sigma K_f = K_f$.

En este caso $\Sigma K_m = 3 \Sigma I_w/H^3$ donde E es el módulo de elasticidad de los muros, I_w su momento de inercia y H su altura total. Así

$$K_m = (3 \times 1.5 \times 10^6 \times 2 \times 0.8) / 15^3 = 2133 \text{ t/m.}$$

Ahora podemos emplear la fórmula 2.22, y obtenemos $P/W = 0.55 \times 1601 / (1601 + 2133) = 0.236$. Como $W = 150$ ton, $P = 0.236 \times 150 = 35.4$ ton. La estimación del desplazamiento máximo es $P/K_f = 35.4/1601 = 0.0221$ m. La fuerza cortante total en los marcos es $1.3P = 1.3 \times 35.4 = 46.0$ ton y el momento de volteo en los muros se estima como $50 \times 15 + 40 \times 12 + 30 \times 9 + 20 \times 6 + 10 \times 3 - 35.4 \times 15 = 1119$ ton-m. A cada muro le corresponde una cortante basal de $(150 - 46)/2 = 52$ ton y un momento de $1119/2 = 559.5$ ton-m.

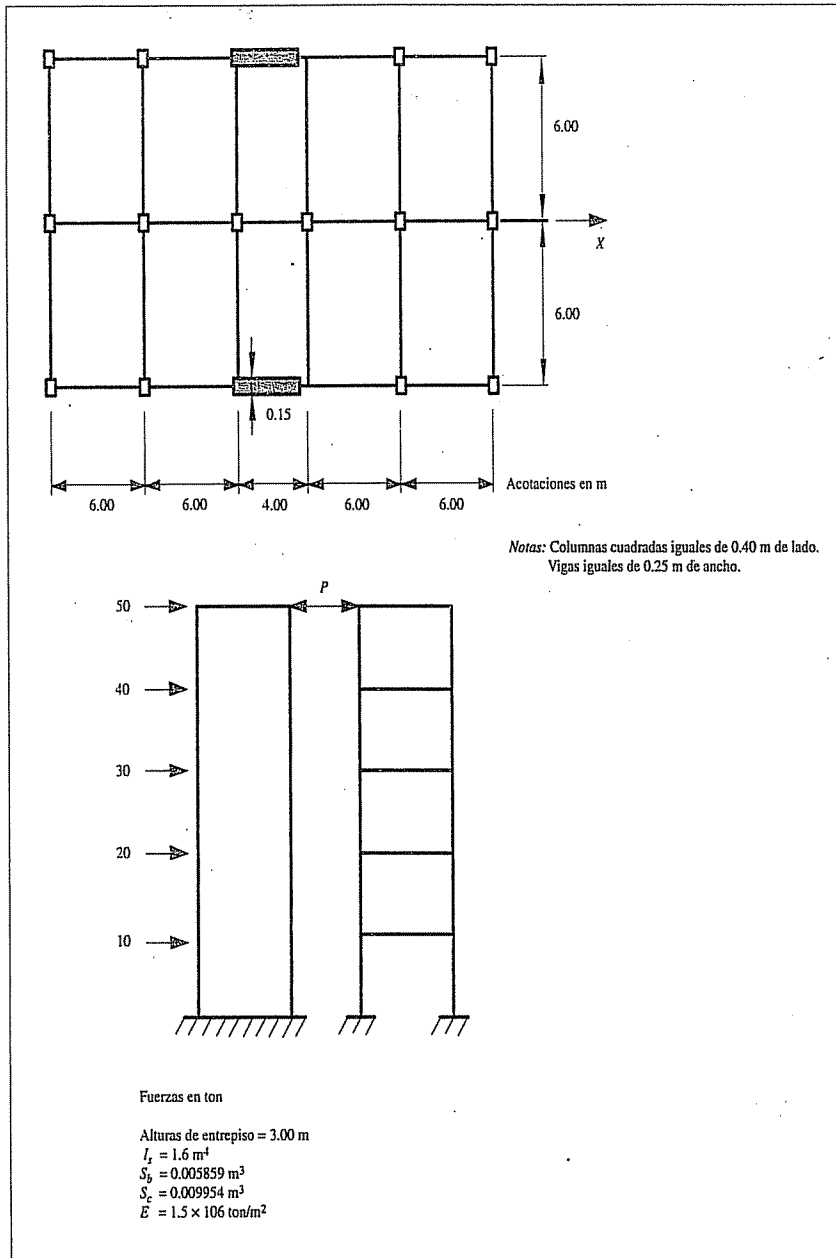


Figura 2.20 Edificio con muros para ilustrar el método de MacLeod.

2.3.3 Marcos contraventeados

En el análisis de marcos contraventeados es fundamental tomar en cuenta no sólo los momentos flexionantes en vigas y columnas, sino también las fuerzas axiales que en ellas introducen los componentes horizontales y verticales de las fuerzas que obran en los contravientos. En marcos contraventeados en todos los niveles de una misma crujía, si las vigas y columnas no son muy robustas, una forma sencilla y razonablemente aproximada de determinar las cargas axiales en los distintos miembros, es analizar la crujía contraventeada como una armadura, ignorando la rigidez a flexión de las vigas y columnas. Sin embargo, lo más conveniente para analizar marcos con cualquier disposición de contravientos es emplear el método de rigideces, incluyendo en la matriz de rigideces global el aporte de los contravientos, que está dado por la expresión 2.8, con referencia a los grados de libertad y propiedades que se indican en la figura 2.7. En razón de que los contravientos son normalmente esbeltos, se considera que son efectivos sólo los que están en tensión; por lo que en el análisis de contravientos cruzados se considera sólo una de las dos barras diagonales.

2.3.4 Muros confinados por marcos

El caso de tableros de muros de mampostería confinados por marcos y sujetos a cargas laterales ha sido objeto de numerosas investigaciones experimentales y analíticas. Las memorias de un reciente congreso auspiciado por el Departamento de Energía de Estados Unidos incluyen revisiones de trabajos recientes sobre el tema (Martín Marietta, 1993). Meli (1975) y Bazán (1980) han revisado trabajos relacionados con las prácticas de construcción en México. Se ha observado que inicialmente muro y marco trabajan como una columna global ancha en la que las columnas del marco proporcionan casi toda la rigidez a flexión mientras que el muro absorbe la mayoría de los esfuerzos cortantes. Sin embargo, a menos que existan conectores de cortante adecuados entre muro y marco, bastan cargas laterales relativamente pequeñas para que ambos se separen en esquinas opuestas de modo que el marco se apoya sobre el muro en la forma que se ilustra en la figura 2.21. Esto produce fuerzas axiales así como momentos y cortantes en vigas y columnas, aunque los momentos son de poca importancia, dado que las fuerzas de interacción se desarrollan en la proximidad de los nudos. Las fuerzas cortantes, por el contrario, son de consideración, y en el muro aparecen esfuerzos de compresión apreciables en las esquinas en contacto con el marco. En la dirección de la diagonal que une las esquinas separadas se generan esfuerzos de tensión en la mampostería que pueden ocasionar agrietamiento diagonal del muro.

En vista de que el agrietamiento entre muros y marcos confinantes puede ocurrir aun durante sismos moderados, es necesario calcular la rigidez lateral y los elementos mecánicos que originan las cargas sísmicas en marco y muro tomando en cuenta tal comportamiento. Para este propósito podemos idealizar cada muro confinado como una diagonal equivalente en compresión dentro del marco, según se esquematiza en la figura 2.22. Como resultado de estudios analíticos con elementos finitos que incluyen la separación entre

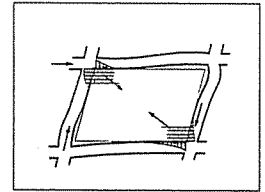


Figura 2.21 Muro confinado por un marco.

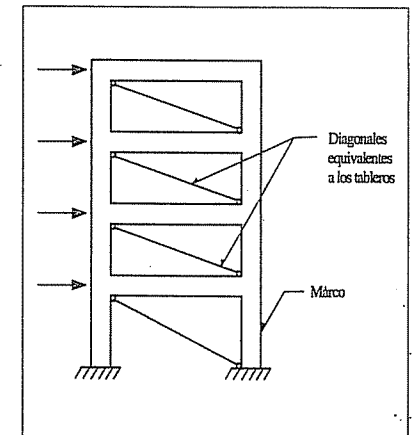


Figura 2.22 Diagonales equivalentes a tableros confinados.

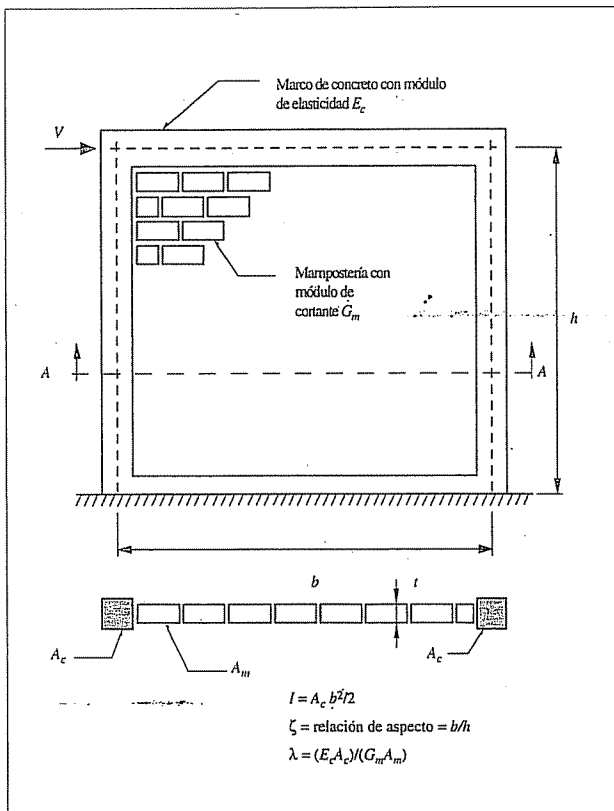


Figura 2.23 Definiciones para determinar la rigidez de un muro confinado.

2.21 para evaluar la matriz de rigideces. El momento de inercia I se considera que proviene de la rigidez axial de las columnas y se calcula como se indica en la figura 2.23; E_c es el módulo de elasticidad del marco y G_m el módulo del cortante del muro. Se adopta para el área de cortante, Ω , el siguiente valor reducido que toma en cuenta la separación entre muro y marco:

$$\Omega = (0.37 - 0.12 \zeta + 0.023 \lambda) (A_m + 2 A_c) \quad (2.24)$$

A_m es el área de la sección transversal del muro, A_c es el área de la sección de cada columna del marco, sin transformar a pesar de ser de material más rígido. Estas definiciones se ilustran también en la figura 2.23.

Como resultado del análisis considerando columnas anchas, se obtienen en cada tablero un momento flexionante M y una fuerza cortante V . Las cargas axiales, T de tensión y C de compresión, en las columnas se calculan como:

$$T = M/(\zeta b); \quad C = \zeta M/b$$

muro y marco, se ha propuesto (Bazán, 1980) que la diagonal equivalente tenga el mismo espesor t , y módulo de elasticidad E_m , que el muro, y que su ancho sea:

$$w = (0.35 + 0.022 \lambda) h \quad (2.23)$$

donde h es la altura entre ejes del tablero y λ es un parámetro adimensional basado en las rigideces relativas entre muro y marco, definido en la figura 2.23. Para determinar la matriz de rigideces de la diagonal se aplica la expresión 2.8, con $A = wt$ y $L =$ longitud de la diagonal.

Al deducir la fórmula 2.23 se ha considerado que el marco es continuo (no articulado) en sus esquinas y que $G_m = 0.4 E_m$. Dicha fórmula es aplicable para valores de λ entre 0.9 y 11 y para relaciones de aspecto ζ (ver figura 2.23) entre 0.75 y 2.5. Tales intervalos cubren la mayoría de los casos prácticos.

Otro procedimiento para calcular rigidez lateral y elementos mecánicos de un sistema marco-muro es considerar que el conjunto constituye una columna ancha con lo que es aplicable la expresión

siendo $\zeta = 1.15 - 0.2 \lambda$ y b la distancia entre ejes de las columnas. La fuerza cortante máxima en las columnas es $0.6V$. Estas aproximaciones también están limitadas a los intervalos de valores de ζ y λ que se indicaron para el uso de diagonales equivalentes.

Como ejemplo, consideremos la estructura mostrada en la figura 2.24. Para determinar las diagonales equivalentes a los muros de mampostería tenemos: área de las columnas, A_c , igual a $30 \times 30 = 900 \text{ cm}^2$; área del muro, A_m , igual a $15 \times (400 - 40) = 5400 \text{ cm}^2$; módulo de elasticidad de las columnas, $E_c = 141,000 \text{ kg/cm}^2$ y módulo de cortante de la mampostería, $G_m = 2400 \text{ kg/cm}^2$. Con estos valores se calcula el parámetro λ como:

$$\begin{aligned} \lambda &= (E_c A_c) / (G_m A_m) \\ &= (141000 \times 900) / (2400 \times 5400) \\ &= 9.8 \end{aligned}$$

Aplicando la expresión 2.23 con $h = 3\text{m}$ resulta:

$$w = (0.35 + 0.022 \lambda) h = (0.35 + 0.022 \times 9.8) 3 = 1.70\text{m}.$$

Las diagonales equivalentes se muestran en la figura 2.24 y tienen $170 \times 15 = 2250 \text{ cm}^2$ de área, 5m de longitud y módulo de elasticidad $E_m = G_m/0.4 = 2400/0.4 = 6000 \text{ kg/cm}^2$. Hemos analizado esta estructura con y sin diagonales empleando el método de rigideces; algunos de los resultados se muestran en la figura 2.25. Obsérvese que al incluir las diagonales (es decir cuando los muros están presentes) disminuyen las cortantes y momentos en todos los miembros del marco; en cambio, las fuerzas axiales en las vigas y columnas de la cruja que contiene a los muros se vuelven mucho mayores.

Opcionalmente, podríamos idealizar los tableros marco-muro como columnas con momento de inercia $I = A_c b^2 = 900 \times 400^2 = 144\,000\,000 \text{ cm}^4$. La relación de aspecto es $4/3 = 1.33$, entonces, empleando la fórmula 2.24, el área de cortante reducida es igual a:

$$\Omega = (0.37 - 0.12 \times 1.33 + 0.023 \times 9.8) (5400 + 2 \times 900) = 3138 \text{ cm}^2$$

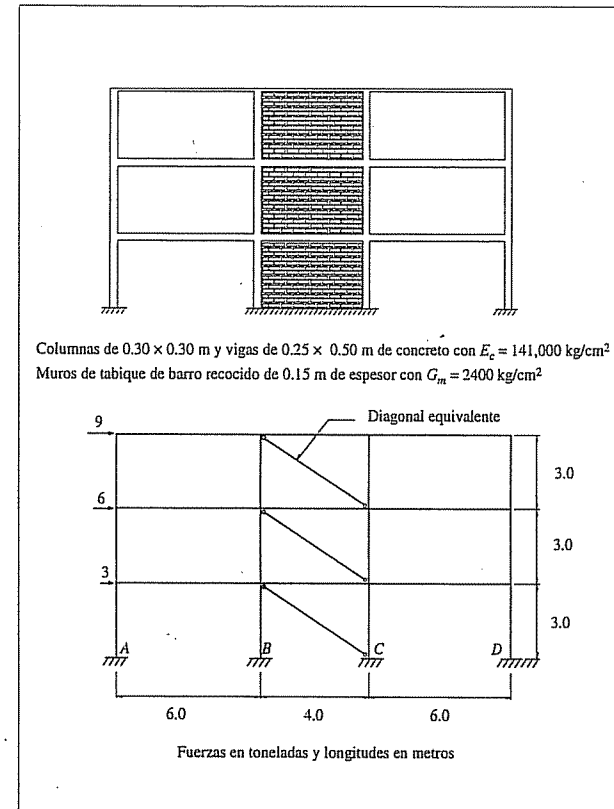


Figura 2.24 Marco con muros de mampostería.

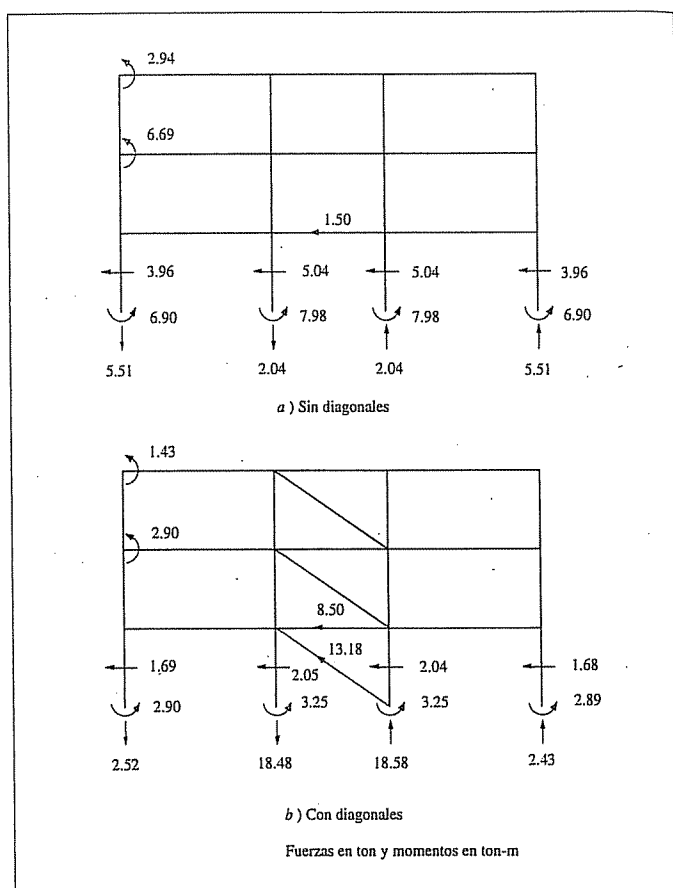


Figura 2.25 Resultados del análisis del marco de la figura 2.24.

2.3.5. Método del elemento finito

En la actualidad, el método del elemento finito constituye la más poderosa herramienta para el análisis de estructuras complejas, como ciertos muros de composición y/o geometría complicada. Para fines prácticos, las soluciones obtenidas mediante la aplicación adecuada del método a problemas elásticos lineales pueden considerarse como exactas. Básicamente, este método consiste en dividir la estructura en subregiones, denominadas elementos finitos, dentro de las cuales se prescribe la forma en que varían los desplazamientos en función de los valores correspondientes a ciertos puntos denominados nudos (figura 2.26). Como en el caso de vigas y barras, los posibles desplazamientos y giros nodales constituyen grados de libertad. Con base en las leyes constitutivas del material (esto es, en las relaciones que existen entre esfuerzos y deformaciones; por ejemplo, la ley de Hooke) y en la función adoptada para prescribir los desplazamientos, se determina la matriz de rigideces de cada ele-

mento, usando el principio de trabajos virtuales. Esta matriz está referida a los grados de libertad de los nudos del elemento.

La matriz K de rigideces de la estructura completa se obtiene aplicando el método directo de rigideces descrito al tratar el análisis de marcos; es decir, se suman los términos de las matrices de rigideces de los elementos en donde les toque dentro de K , de acuerdo con la correspondencia entre las numeraciones de grados libertad globales y locales. Los desplazamientos U de los nudos, ante un sistema de cargas P aplicadas en los mismos, se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones lineales $K U = P$. Conocidos los valores de U se pueden calcular esfuerzos y deformaciones en cualquier punto de cada elemento, esto es, en cualquier punto de interés.

Numerosos autores (Zienkiewicz y Taylor, 1989 y 1991, Cook et al., 1989, Livesley 1994 y Przemieniecki, 1968 entre ellos) presentan con detalle el método, en forma orientada hacia el análisis de estructuras. Los muros se pueden modelar adecuadamente considerando que se trata de un problema de estado plano de es-

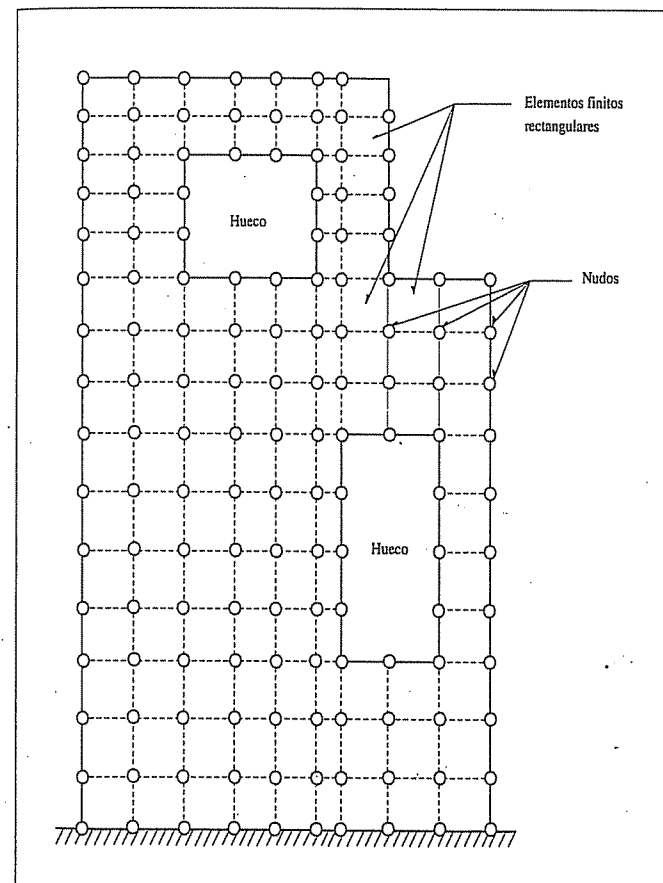


Figura 2.26 Malla de elementos finitos para analizar un muro con huecos.

fuerzas, es decir, aceptando que son nulos los esfuerzos perpendiculares al plano del muro. Aunque los elementos finitos que permiten tratar este tipo de problema pueden tener diversas formas, como triángulos o cuadriláteros, dado que las partes de un muro son usualmente rectángulos, es adecuado el uso de elementos rectangulares (véase por ejemplo Przemieniecki, 1968) como se muestra en la figura 2.26. Los grados de libertad son usualmente los desplazamientos horizontales y verticales de los nudos, aunque existen elementos que además consideran como tales las rotaciones nodales.

El método del elemento finito se usa exclusivamente con computadoras y existen varios programas bastante generales que permiten analizar diversos tipos de estructuras. Uno de los más difundidos es el desarrollado bajo la dirección de Wilson (Bathe et al., 1973) del cual se han escrito varias versiones mejoradas para computadoras personales. En general, los programas modernos, además de ser numéricamente eficientes, cuentan con herramientas gráficas para preparar datos y examinar resultados.

2.4 ANÁLISIS TRIDIMENSIONAL

Las estructuras de edificios son tridimensionales y pueden analizarse como tales mediante el método de elementos finitos, que permite representar losas, vigas, columnas, muros, diagonales, etc. empleando diferentes tipos de elementos. Existen varios programas comerciales de computadora que cuentan con excelentes herramientas gráficas para preparar datos e interpretar resultados. Sin embargo, esta no es una práctica común porque surgen las siguientes dificultades: a) es muy grande el número de grados de libertad necesario para representar un edificio completo, particularmente si es de varios pisos; b) la cantidad de datos que hay que proporcionar y su laboriosa organización aumentan las posibilidades de cometer errores, a veces difíciles de localizar; y c) aun con las modernas ayudas visuales es difícil interpretar los resultados, que con frecuencia están dados como esfuerzos y no como fuerzas y momentos que son las cantidades de interés en diseño estructural. Por tanto, un análisis tridimensional de tal naturaleza está reservado para estructuras muy importantes (y aún en estos casos con simplificaciones) o a partes limitadas de un edificio de características desusuales.

2.4.1 Edificios con pisos rígidos en planta

En la mayoría de los casos es aceptable suponer que un edificio está formado por marcos y/o muros como el de la figura 2.17, ligados entre sí por sistemas de piso los que se consideran indeformables en su plano, o sea que funcionan como diafragmas infinitamente rígidos en planta. Esto implica que los desplazamientos laterales de cualquier punto en los pisos del edificio se pueden expresar en términos de dos desplazamientos horizontales y un giro alrededor de un eje vertical de un punto cualquiera de cada piso, de modo que, cuando las cargas laterales están aplicadas en los pisos, el problema se puede reducir a uno de sólo tres grados de libertad por cada nivel.

Consideremos que el edificio bajo estudio se ha dividido en sistemas resistentes planos y que se han determinado las posiciones de los centros de masa de cada piso. Como las fuerzas sísmicas actúan en dichos centros, conviene escoger como grados de libertad del edificio completo los dos desplazamientos horizon-

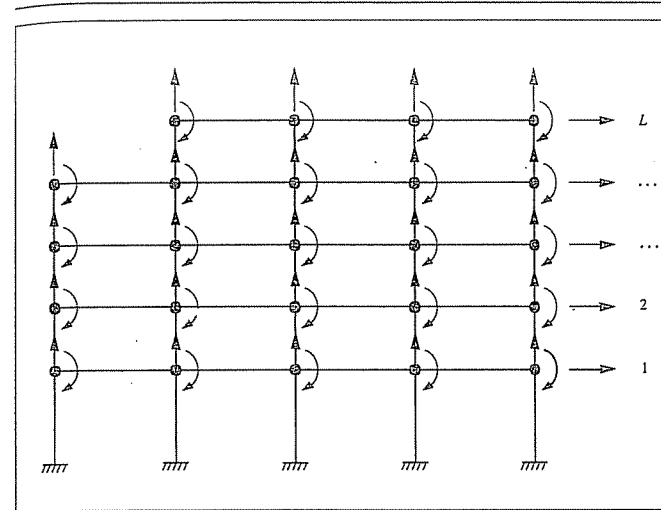


Figura 2.27 Grados de libertad del sistema plano de la figura 2.17.

tales y el giro alrededor de un eje vertical en tales puntos. Entonces, el análisis tridimensional se hace como sigue:

- Se calcula la matriz de rigideces lateral de cada sistema plano j . Para esto se asignan al sistema como grados de libertad un desplazamiento vertical y un giro en el plano del sistema por cada nudo, y un desplazamiento horizontal por cada nivel, como se ilustra en la figura 2.27. Si se tienen N nudos y L niveles, la matriz de rigideces correspondiente a estos grados de libertad es de orden $2N + L$. Con el procedimiento de condensación explicado en la sección 2.2.1 (véase la expresión 2.19) se expresa esta matriz en términos de solamente los grados de libertad laterales y se obtiene la matriz de rigideces lateral del sistema que es de orden L y aquí se denomina K_j .

- Se deducen las matrices para expresar los desplazamientos laterales de cada sistema resistente en términos de los grados de libertad del edificio completo.

Para esto considérese la figura 2.28 en donde u_i , v_i y θ_i son los desplazamientos y el giro del centro de masas del piso i . El desplazamiento lateral d_{ji} del sistema plano j en este piso, considerando que el θ_i es pequeño, se expresa:

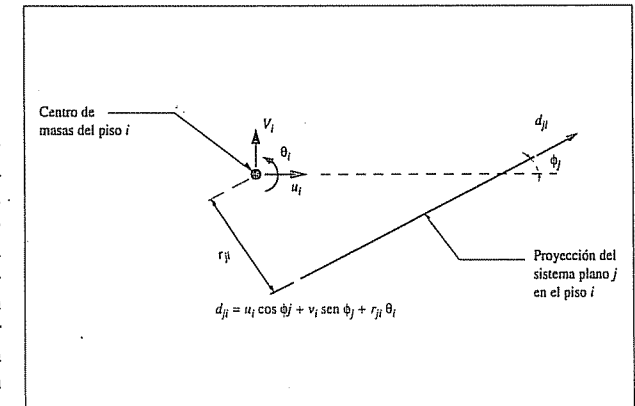


Figura 2.28 Relación entre los desplazamientos en planta del piso rígido i y el desplazamiento lateral del sistema plano j en dicho piso.

$$d_{ji} = \langle \cos \phi_j \quad \sin \phi_j \quad r_{ji} \rangle \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

ϕ_j es el ángulo entre las direcciones positivas de u_i y de d_{ji} , r_{ji} es la distancia de la proyección del sistema plano j al centro de masas del piso y tiene signo positivo cuando el giro de d_{ji} alrededor de dicho punto es del mismo sentido que θ_i . Concisamente, 2.25 se escribe:

$$d_{ji} = \mathbf{b}_{ji}^T \mathbf{u}_i \quad (2.26)$$

siendo

$$\mathbf{b}_{ji} = \begin{Bmatrix} \cos \phi_j \\ \sin \phi_j \\ r_{ji} \end{Bmatrix} ; \quad \mathbf{u}_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \end{Bmatrix}$$

Cuando consideramos los L niveles del sistema resistente tenemos:

$$\mathbf{D}_j = \mathbf{B}_j \mathbf{U} \quad (2.27)$$

donde hemos definido:

$$\mathbf{D}_j = \begin{Bmatrix} d_{j1} \\ d_{j2} \\ \vdots \\ d_{jL} \end{Bmatrix} ; \quad \mathbf{U} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ u_L \\ v_L \\ \theta_L \end{Bmatrix}$$

(L elementos)

($3L$ elementos)

$$\mathbf{B}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{j1}^T & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{b}_{j2}^T & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{b}_{jL}^T \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

($L \times 3L$ elementos)

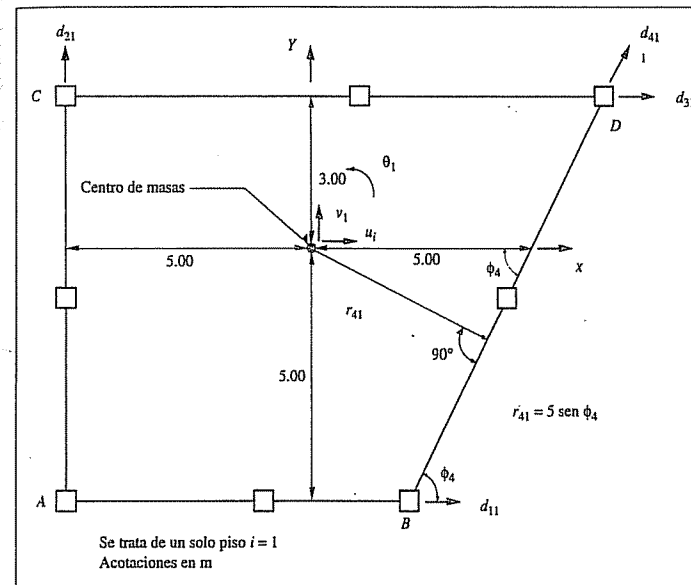
- c) Según la sección 2.1.1, notando que $\mathbf{B}_j$ desempeña el papel de la matriz de transformación $\mathbf{a}$, ya que relaciona los antiguos grados de libertad (desplazamientos laterales del sistema plano j) con los nuevos (desplazamientos y giros de los centros de masas de los pisos), $\mathbf{K}_j$ se transforma a estos nuevos grados de libertad mediante la operación:

$$\mathbf{K}_j^* = \mathbf{B}_j^T \mathbf{K}_j \mathbf{B}_j \quad (2.30)$$

$\mathbf{K}_j^*$ es una matriz de orden $3L$.

- d) Se obtiene la matriz de rigideces $\mathbf{K}$ del edificio sumando directamente las $\mathbf{K}_j^*$ puesto que todas están referidas a los mismos grados de libertad. Para un edificio de n pisos $\mathbf{K}$ es cuadrada de orden $3n$. Nótese que algunas $\mathbf{K}_j^*$ pueden ser más pequeñas que $\mathbf{K}$ ya que el sistema plano j puede tener menos pisos que el edificio completo. Para sumar, se considera que todos los términos faltantes son ceros.
- e) Dado un vector de fuerzas laterales que obran en los centros de masas de los pisos $\mathbf{F}$, se calculan los desplazamientos $\mathbf{U}$, resolviendo el sistema de ecuaciones $\mathbf{KU} = \mathbf{F}$. Obsérvese que $\mathbf{F}$ está formado por dos fuerzas propiamente dichas y un momento torsionante en el centro de masas de cada piso, en congruencia con los grados de libertad elegidos para el edificio en conjunto.
- f) Conocido el vector $\mathbf{U}$ se seleccionan los desplazamientos relevantes para el sistema plano j y con la expresión 2.27 se calculan sus desplazamientos laterales $\mathbf{D}_j$. Como vimos en la sección 2.2.1, a partir de ellos se determinan todos los desplazamientos verticales y giros, y luego los elementos mecánicos de cada pieza de dicho sistema.

En el siguiente ejemplo ilustramos los pasos enunciados y damos algunos detalles adicionales.



j	Sistema plano	Rigidez lateral (ton/m)	ϕ_j (grados)	r_{ij} (m)
1	AB	300	0	-5.00
2	AC	300	90	-5.00
3	CD	200	0	3.00
4	BD	200	60	4.33

Nota: Para la definición de ϕ_j y r_{ij} ver la figura 2.27.

Figura 2.29 Estructura tridimensional de un piso.

2.4.2 Ejemplo

En este ejemplo analizaremos el edificio de un piso cuya planta se muestra en la figura 2.29, sujeto a una fuerza horizontal de 5 ton en la dirección X y a un momento, en el sentido opuesto al de las agujas del reloj, de 15 ton-m. Siguiendo los pasos del procedimiento presentado en la sección precedente tenemos:

- a) Este paso ya está dado, puesto que las matrices de rigideces laterales de los sistemas planos son de 1×1 , y coinciden con las correspondientes rigideces de entrepiso, es decir:

$$K_1 = [300] \quad (\text{en ton/m})$$

$$K_2 = [300]$$

$$K_3 = [200]$$

$$K_4 = [200]$$

- b) Los grados de libertad de la estructura completa, u_1 , v_1 y θ_1 , junto con los sentidos positivos de los desplazamientos d_{ij} y los valores de ϕ_j y r_{ij} (el índice i es 1 por tratarse de un solo piso) se definen en la figura 2.29. Empleando la expresión 2.26 obtenemos:

$$b_{11}^T = \langle 1.00 \quad 0.00 \quad 5.00 \rangle = B_1$$

$$b_{21}^T = \langle 0.00 \quad 1.00 \quad -5.00 \rangle = B_2$$

$$b_{31}^T = \langle 1.00 \quad 0.00 \quad -3.00 \rangle = B_3$$

$$b_{41}^T = \langle 0.50 \quad .866 \quad 4.33 \rangle = B_4$$

Las matrices B_j coinciden con las b_{j1}^T porque el edificio tiene un solo nivel.

- c) Las matrices K_j^* , según la expresión 2.30, son:

$$K_1^* = \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 0.00 \\ 5.00 \end{Bmatrix} [300] \langle 1.00 \quad 0.00 \quad 5.00 \rangle$$

$$K_1^* = \begin{Bmatrix} 300 \\ 0 \\ 1500 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 300 & 0.00 & 1500 \\ 0.0 & 0.00 & 0.0 \\ 1500 & 0.00 & 7500 \end{bmatrix}$$

$$K_2^* = \begin{Bmatrix} 0.00 \\ 1.00 \\ -5.00 \end{Bmatrix} [300] \langle 0.00 \quad 1.00 \quad -5.00 \rangle$$

$$K_2^* = \begin{Bmatrix} 0 \\ 300 \\ -1500 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 300 & -1500 \\ 0.00 & -1500 & 7500 \end{bmatrix}$$

$$K_3^* = \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 0.00 \\ -3.00 \end{Bmatrix} [200] \langle 1.00 \quad 0.00 \quad -3.00 \rangle$$

$$K_3^* = \begin{Bmatrix} 200 \\ 0 \\ -600 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 200 & 0.00 & -600 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -600 & 0.00 & 1800 \end{bmatrix}$$

$$K_4^* = \begin{Bmatrix} 0.50 \\ 0.866 \\ 4.33 \end{Bmatrix} [200] \langle 0.50 \quad 0.866 \quad 4.33 \rangle$$

$$K_4^* = \begin{Bmatrix} 100 \\ 173.2 \\ 866 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 50 & 86.6 & 433 \\ 86.6 & 150 & 750 \\ 433 & 750 & 3750 \end{bmatrix}$$

- d) La matriz de rigideces lateral del edificio es $K = K_1^* + K_2^* + K_3^* + K_4^*$, o sea:

$$K = \begin{bmatrix} 550 & 86.6 & 1333 \\ 86.6 & 450 & -750 \\ 1333 & -750 & 20550 \end{bmatrix}$$

- e) Para calcular los desplazamientos y el giro del centro de masas resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 550.0 & 86.6 & 1333 \\ 86.6 & 450 & -750 \\ 1333 & -750 & 20550 \end{bmatrix} \begin{matrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \end{matrix} = \begin{matrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{matrix}$$

La solución es:

$$u_1 = 0.009166 \text{ m}$$

$$v_1 = -0.001638 \text{ m}$$

$$\theta_1 = 0.00007562 \text{ radianes}$$

- f) A partir de estos resultados y de las matrices B_j (dadas en el paso b) se encuentran los desplazamientos laterales con la ecuación 2.27 (que en este ejemplo coincide con la 2.26) como sigue:

$$d_{11} = 1.00 \times 0.009166 + 0.00 (-0.001638) + 5.00 \times 0.00007562 = 0.009544 \text{ m}$$

$$d_{21} = 0.00 \times 0.009166 + 1.00 (-0.001638) - 5.00 \times 0.00007562 = -0.002016 \text{ m}$$

$$d_{31} = 1.00 \times 0.009166 + 0.00 (-0.001638) - 3.00 \times 0.00007562 = 0.008939 \text{ m}$$

$$d_{41} = 0.50 \times 0.009166 + 0.866 (-0.001638) + 4.33 \times 0.00007562 = 0.003492 \text{ m}$$

Multiplicando estos desplazamientos por las respectivas rigideces laterales arribamos a las siguientes fuerzas laterales:

$$F_1 = 300 \times (0.009544) = 2.8632 \text{ ton}$$

$$F_2 = 300 \times (-0.002016) = -0.6048 \text{ ton}$$

$$F_3 = 200 \times (0.008939) = 1.7878 \text{ ton}$$

$$F_4 = 200 \times (0.003492) = 0.6984 \text{ ton}$$

Podemos verificar que estos valores equilibran a las cargas aplicadas; en efecto, las sumas de fuerzas horizontales, verticales y de momentos con respecto al centro de masas arrojan, respectivamente:

$$F_1 + F_3 + F_4 \cos(60) = 5.0002 \approx 5.0 \text{ ton, bien}$$

$$F_2 + F_4 \sin(60) = 0.000032 \approx 0.0 \text{ ton, bien}$$

$$5 F_1 - 5 F_2 - 3 F_3 + 4.33 F_4 = 15.0007 \approx 15.0 \text{ ton-m, bien}$$

2.4.3 Edificios con sistemas resistentes ortogonales

Cuando los sistemas resistentes que conforman un edificio son paralelos en planta a una de las direcciones de dos ejes perpendiculares de coordenadas, basta una sola cantidad (X o Y) para definir su posición, haciendo más sencillas algunas operaciones matriciales del procedimiento propuesto en la sección 2.4.1. Como ilustración consideremos el edificio de cinco niveles de la figura 2.30, que está formado por ocho marcos de cortante con las rigideces de entrespiso asignadas en

Figura 2.30 Edificio con sistemas resistentes ortogonales.

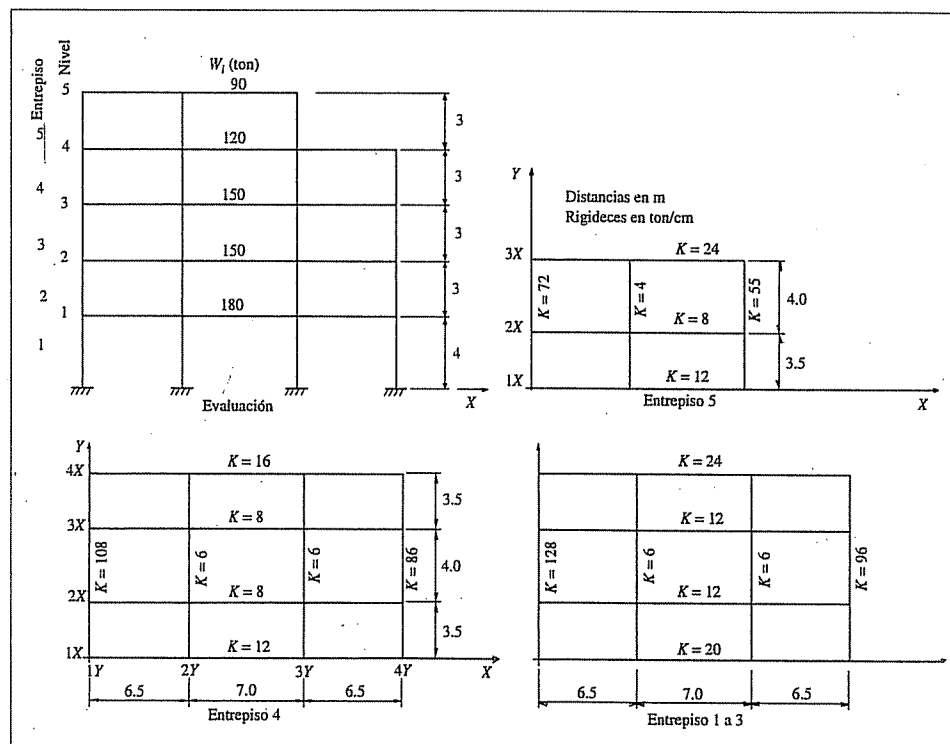


Tabla 2.1 Posición de centros de masas y de sistemas resistentes en el edificio de la figura 2.30.

a) Centros de masas

Nivel	x_i (m)	y_i (m)
1	8.50	6.30
2	9.20	5.50
3	9.20	5.50
4	9.20	5.50
5	6.75	3.25

b) Sistemas resistentes

Sistema resistente, j	Y_j (m)	Sistema resistente, j	X_j (m)
1X	0.0	1Y	0.0
2X	3.5	2Y	6.5
3X	7.5	3Y	13.5
4X	11.0	4Y	20.0

Tabla 2.2 Datos geométricos para transformar desplazamientos de los sistemas resistentes del edificio de la figura 2.30 a grados de libertad de los centros de masas.

Sistema resistente j	Ángulo ϕ_j $i = 1 \text{ a } 5$ (grados)	Distancia r_{ij} (m)		
		Piso 1 $y_1 - Y_j$ o $X_j - x_1$	Pisos 2 a 4 $y_2 - Y_j$ o $X_j - x_2$	Piso 5 $y_5 - Y_j$ o $X_j - x_5$
1X	0.0	$6.30 - 0.00 = 6.30$	$5.50 - 0.00 = 5.50$	$3.25 - 0.00 = 3.25$
2X	0.0	$6.30 - 3.50 = 2.80$	$5.50 - 3.50 = 2.00$	$3.25 - 3.50 = -0.25$
3X	0.0	$6.30 - 7.50 = -1.20$	$5.50 - 7.50 = -2.00$	$3.25 - 7.50 = -4.25$
4X	0.0	$6.30 - 11.00 = -4.70$	$5.50 - 11.00 = -5.50$	$3.25 - 11.00 = -7.75$
1Y	90.0	$0.00 - 8.50 = -8.50$	$0.00 - 9.20 = -9.20$	$0.00 - 6.75 = -6.75$
2Y	90.0	$6.50 - 8.50 = -2.00$	$6.50 - 9.20 = -2.70$	$0.00 - 6.75 = -6.75$
3Y	90.0	$13.50 - 8.50 = 5.00$	$13.50 - 9.20 = 4.30$	$13.50 - 6.75 = 6.75$
4Y	90.0	$20.00 - 8.50 = 11.50$	$20.00 - 9.20 = 10.80$	$20.00 - 6.75 = 13.25$

x_i, y_i = coordenadas de los centros de masas (tabla 2.1).

X_j, Y_j = coordenadas de los sistemas resistentes (tabla 2.1).

la citada figura, la cual muestra además los ejes cartesianos elegidos. Las coordenadas de los centros de masa de los pisos y las de los sistemas resistentes se dan en la tabla 2.1. Adoptaremos la convención de que los desplazamientos laterales de los sistemas resistentes son positivos de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba, es decir, siguiendo los sentidos positivos de los ejes coordenados. Los pasos del análisis tridimensional son:

- a) Se calcula la matriz de rigideces lateral de cada sistema plano j . En este ejemplo, por ser el edificio de cortante, seguimos la sección 2.2.4. Para los sistemas de cinco pisos ($j = 1X, 2X, 3X, 1Y, 2Y, 3Y$) resulta:

$$K_j = \begin{bmatrix} (R_1 + R_2) & -R_2 & 0 & 0 & 0 \\ -R_2 & (R_2 + R_3) & -R_3 & 0 & 0 \\ 0 & -R_3 & (R_3 + R_4) & -R_4 & 0 \\ 0 & 0 & -R_4 & (R_4 + R_5) & -R_5 \\ 0 & 0 & 0 & -R_5 & R_5 \end{bmatrix}$$

Las matrices de los sistemas de cuatro pisos ($j = 4X, 4Y$) son de 4×4 y se obtienen eliminando la fila y columna quintas de la matriz anterior y el sumando R_5 del elemento 4, 4. Sin embargo, para sumar las K_j , en rigor todas ellas deben ser del mismo tamaño, por lo cual las matrices de los sistemas $4X$ y $4Y$ se expanden a 5×5 , añadiendo una fila y una columna formadas por ceros.

Usando las rigideces de entrepiso de la figura 2.30 para los sistemas $1X$, $1Y$ y $4Y$ obtenemos:

$$K_{1X} = \begin{bmatrix} 40 & -20 & 0 & 0 & 0 \\ -20 & 40 & -20 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 32 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 24 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 \end{bmatrix}$$

$$K_{1Y} = \begin{bmatrix} 256 & -128 & 0 & 0 & 0 \\ -128 & 256 & -128 & 0 & 0 \\ 0 & -128 & 236 & -108 & 0 \\ 0 & 0 & -108 & 180 & -72 \\ 0 & 0 & 0 & -72 & 72 \end{bmatrix}$$

$$K_{4Y} = \begin{bmatrix} 192 & -96 & 0 & 0 & 0 \\ -96 & 192 & -96 & 0 & 0 \\ 0 & -96 & 182 & -86 & 0 \\ 0 & 0 & -86 & 86 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Las matrices de los sistemas restantes se obtienen de manera similar.

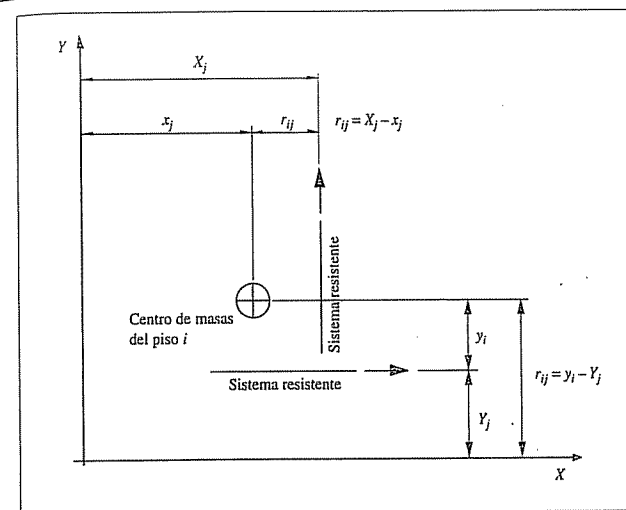


Figura 2.31 Distancias entre las proyecciones de sistemas resistentes ortogonales y el centro de masas.

- b) Las distancias r_{ji} de las proyecciones de los sistemas resistentes a los centros de masas de los pisos se determinan según la figura 2.31. Los resultados, junto con los ángulos ϕ_j entre las proyecciones aludidas y el eje X , se listan en la tabla 2.2. De acuerdo con la definición 2.26, las matrices de transformación elementales de los sistemas $1X$, $1Y$ y $4Y$ son:

$$b_{1X,1}^T = \langle 1.00 \quad 0.00 \quad 6.30 \rangle$$

$$b_{1X,2}^T = \langle 1.00 \quad 0.00 \quad 5.50 \rangle = b_{1X,3}^T = b_{1X,4}^T$$

$$b_{1X,5}^T = \langle 1.00 \quad 0.00 \quad 3.25 \rangle$$

$$b_{1Y,1}^T = \langle 0.00 \quad 1.00 \quad -8.50 \rangle$$

$$b_{1Y,2}^T = \langle 0.00 \quad 1.00 \quad -9.20 \rangle = b_{1Y,3}^T = b_{1Y,4}^T$$

$$b_{1Y,5}^T = \langle 0.00 \quad 1.00 \quad -6.75 \rangle$$

$$b_{4Y,1}^T = \langle 0.00 \quad 1.00 \quad 11.50 \rangle$$

$$b_{4Y,2}^T = b_{4Y,3}^T = b_{4Y,4}^T = \langle 0.00 \quad 1.00 \quad 10.80 \rangle$$

$$b_{4Y,5}^T = \langle 0.00 \quad 0.00 \quad 0.00 \rangle$$

Las matrices de transformación de cada sistema plano tienen la forma:

$$B_j = \begin{bmatrix} b_{j1}^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{j2}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{j3}^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{j4}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{j5}^T \end{bmatrix} \quad j = 1X, \dots, 4Y$$

Cada B_j tiene 5×15 elementos. Obsérvese que se completan con ceros las matrices de los sistemas resistentes que tienen menos niveles que el edificio.

- c) Podríamos ahora emplear la fórmula 2.30 para transformar las matrices K_j a los grados de libertad de los centros de masas. Sin embargo, para identificar mejor los efectos de dicha transformación, reordenaremos tales grados de libertad colocando primero los desplazamientos horizontales de todos los pisos, luego los verticales y finalmente los giros. Las columnas de las matrices B_j se deben reordenar de manera congruente. Volviendo a los sistemas $1X$ y $1Y$ se tiene:

$$U = \langle u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4 \ v_5 \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \rangle$$

$$B_{1X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.30 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.25 \end{bmatrix}$$

$$B_{1Y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8.50 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.75 \end{bmatrix}$$

Se infiere que, en general, las matrices de transformación para sistemas que siguen las direcciones X o Y se escriben de manera condensada como:

$$B_{jX} = [I \ 0 \ Y]$$

$$B_{jY} = [0 \ I \ X]$$

I es la matriz identidad, 0 es una matriz de ceros y X y Y son matrices diagonales cuyos elementos no nulos son las distancias (diferencias entre abscisas u ordenadas) de la proyección del sistema resistente en cuestión a los centros de masas de los pisos. En este ejemplo todas estas matrices son de 5×5 .

Para sistemas paralelos a los ejes X y Y , la transformación $K_j^* = B_j^T K_j B_j$ da, respectivamente:

$$K_{jX}^* = \begin{bmatrix} K_{jX} & 0 & K_{jX} Y \\ 0 & 0 & 0 \\ Y K_{jX} & 0 & Y K_{jX} Y \end{bmatrix}$$

$$K_{jY}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{jY} & K_{jY} X \\ 0 & X K_{jY} & X K_{jY} X \end{bmatrix}$$

Los ceros revelan que los desplazamientos en un eje están desacoplados de los del eje perpendicular.

- d) La matriz de rigideces lateral, K , del edificio se obtiene sumando las K_j^* . En este ejemplo el resultado es la siguiente matriz de 15×15 :

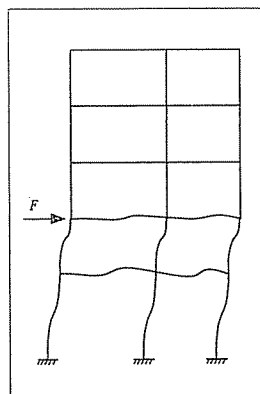
$$K = \begin{bmatrix} \sum K_{jX} & 0 & \sum K_{jX} Y \\ 0 & \sum K_{jY} & \sum K_{jY} X \\ \sum Y K_{jX} & \sum X K_{jY} & (\sum Y K_{jX} Y + \sum X K_{jY} X) \end{bmatrix}$$

- e) En general, siguiendo el orden elegido de grados de libertad, el vector de fuerzas F estará formado por cinco fuerzas en la dirección X , cinco en la dirección Y y cinco momentos torsionantes alrededor de los centros de masas. El cálculo de los desplazamientos U demanda la solución del sistema de 15 ecuaciones con 15 incógnitas $K U = F$. Tanto esta solución, como las operaciones matriciales para obtener K , son practicables sólo con el auxilio de computadoras, aun en este edificio con un bajo número de pisos y con sistemas resistentes ortogonales.
- f) Conocido el vector U , los productos $B_{jX} U$ o $B_{jY} U$ permiten calcular los desplazamientos laterales D_j de cada sistema resistente. Obsérvese que la abundancia de ceros simplifica apreciablemente las operaciones. Multiplicando los D_j por las matrices K_j se determinan las fuerzas aplicadas en los niveles de cada sistema resistente. A partir de tales fuerzas se pueden calcular los elementos mecánicos en las piezas que conformen el sistema resistente.

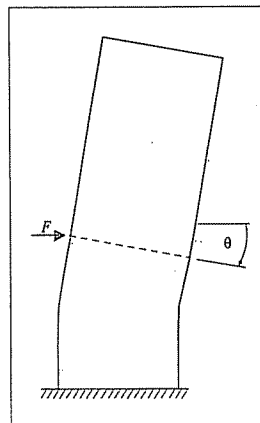
Cuando se trata de edificios de cortante es conveniente formular el problema escogiendo como grados de libertad los desplazamientos y giros relativos en los entrepisos en puntos llamados centros de torsión, para los cuales, por definición, se anulan las sumas $\sum R_{jX} Y_j$ y $\sum X_j R_{jY}$. Usando estas condiciones en el desarrollo de los productos matriciales $\sum R_{jX} Y$ y $\sum K_{jY} X$, el problema se simplifica a tal punto que las ecuaciones de equilibrio se desacoplan y se resuelven secuencialmente, en grupos de tres por cada entrepiso, empezando por el entrepiso superior. En el capítulo 4 se exponen los detalles de esta manera de proceder.

2.5 OBSERVACIONES Y COMENTARIOS

Conviene remarcar que el nombre método "exacto" se refiere a precisión numérica dentro del marco de ciertas hipótesis. En el análisis de edificios, dicho término alude a resultados precisos de modelos en los que las cargas y las propiedades mecánicas y geométricas son conocidas y se supone comportamiento elástico lineal. En realidad, las especificaciones de los reglamentos modernos de diseño sísmico consideran que ante temblores severos los edificios muy probablemente incursionarán en comportamiento inelástico. Además existe gran incertidumbre en la predicción de acciones sísmicas, y, en menor grado, en el cálculo de propiedades como pesos, áreas, momentos de inercia, módulos de elasticidad, etc. Por tales motivos, aun empleando los más refinados programas para computadora, se tienen solamente modelos aproximados de los edificios y sus sollicitaciones, y es concebible que, bajo ciertas circunstancias, un método "aproximado" represente



a) Marco



b) Muro

Figura 2.32 Deformaciones típicas de marcos y muros.

a una estructura con precisión similar a la de un método "exacto". De allí que, cuando se satisfacen sus condiciones de aplicabilidad, los métodos aproximados son una valiosa herramienta para constatar la precisión de métodos exactos.

Otra ventaja de los métodos aproximados es que se basan en condiciones fundamentales de equilibrio y en comprender cómo se comporta una estructura ante cierto sistema de cargas. Por tanto, su uso facilita la visualización de la interacción entre las piezas que conforman la estructura, de trayectorias de carga y de configuraciones deformadas. El examen de estos conceptos es parte importante del diseño estructural y debe efectuarse desde el inicio de todo proyecto.

2.5.1 Métodos aproximados para marcos

La precisión del método de Bowman se puede evaluar comparando los resultados de la figura 2.13, que son los que arroja este método para el marco de figura 2.10, con los del método de rigideces, que pueden considerarse como exactos y se dan en la figura 2.11. Se aprecia que en ciertos puntos ocurren diferencias apreciables. Existen otros métodos aproximados más precisos, pero más laboriosos como el del factor y el de Grinter-Tsao (Rosenbluth y Esteve, 1962). Por otro lado, un procedimiento bastante difundido es el de portal, basado en hipótesis aún más simples sobre la posición de los puntos de inflexión en vigas y columnas, y sobre la distribución de cortantes en estas últimas. No hemos tratado este método porque el de Bowman, al precio de poco esfuerzo adicional, da resultados sensiblemente mejores. Otro método simplificado es el del voladizo que sirve para análisis preliminar de marcos esbeltos, aunque en otras circunstancias da lugar a resultados menos precisos que los métodos aquí presentados. En nuestra opinión, el método de Bowman cumple el cometido de permitir una verificación suficientemente sencilla de resultados de métodos matriciales, de proporcionar fuerzas y momentos para etapas preliminares de diseño y de mostrar cómo las fuerzas sísmicas se transfieren entre diferentes piezas.

Por definición, la rigidez de un entrepiso, R , es el cociente de la fuerza cortante obrando sobre el entrepiso entre su desplazamiento relativo. En rigor, R es independiente del sistema de cargas laterales sólo cuando las vigas son infinitamente rígidas a flexión y las deformaciones axiales en las columnas son despreciables. Bajo tales circunstancias, $R = 12 \sum I_c / h^3$, donde I_c denota momentos de inercia de las columnas, h es la altura de entrepiso y la suma abarca todas las columnas del entrepiso. Las fórmulas de Wilbur suministran valores aceptables de R para marcos cuyas piezas tienen dimensiones relativas tales que las cargas laterales inducen puntos de inflexión en las columnas, como se ilustra en la figura 2.32a. Blume (1968) luego de analizar varios marcos, ha propuesto que para determinar si las vigas tienen rigidez suficiente para imponer doble curvatura a las columnas se calcule el parámetro ρ , que él llama *índice de rotación de nudo*, dado por

$$\rho = \sum (I/L)_v \sum (I/L)_c.$$

I es el momento de inercia de una pieza y L su longitud, los subíndices v y c indican viga y columna, respectivamente; las sumas se refieren a todas las piezas de un piso o entrepiso, deberán considerarse primero las vigas del piso superior y separadamente las del piso inferior. Se tienen así dos valores de ρ para cada entrepiso y, según Blume, si ambos son mayores que 0.1 las columnas del entrepiso

en cuestión tendrán puntos de inflexión. Cuando un marco tiene una variación paulatina de las rigideces de vigas y columnas, basta calcular ρ para el entrepiso más cercano a la mitad de la altura del marco. Aunque este índice ha sido deducido para marcos regulares, da una idea sobre la posible aparición de puntos de inflexión en las columnas de marcos irregulares, valuándolo en diferentes entrepisos.

Cuando las columnas son robustas en comparación con las vigas, ρ es usualmente menor que 0.1, sobre todo en los entrepisos inferiores; tal es frecuentemente el caso de edificios a base de losas planas. El caso extremo, para el cual ρ vale cero, es el de un muro aislado que se deforma sin ningún punto de inflexión, como se aprecia en la figura 2.32b. A fin de aclarar la influencia de las cargas laterales en la rigidez de entrepiso hemos colocado una fuerza lateral F en un piso intermedio del marco y del muro de la figura 2.32, de modo que las cortantes en entrepisos por encima de F son nulas. Los desplazamientos relativos de dichos entrepisos son también aproximadamente cero y por tanto las R no están determinadas; para calcularlas necesitamos aplicar cargas en los pisos superiores a fin de eliminar divisiones cero sobre cero. Ocurre que para marcos que satisfacen la condición propuesta por Blume, los resultados son muy parecidos para fuerzas laterales que actúan en el mismo sentido. Por el contrario, en el muro los desplazamientos por encima de F son apreciables a causa de la rotación en el nivel donde actúa dicha fuerza, y, en consecuencia, las rigideces de entrepiso son nulas para este sistema particular de cargas. Cuando aplicamos fuerzas sobre todo el muro las R serán mayores que cero, pero, manteniendo la misma fuerza cortante, los resultados dependen de la distribución de cargas, puesto que los desplazamientos en cada nivel tienen una influencia importante de los giros en pisos inferiores, los que a su vez dependen de los momentos flexionantes.

Como ilustración del criterio de Blume, para el segundo entrepiso del marco de la figura 2.10; como las vigas de los pisos primero y segundo son iguales, usando unas u otras obtenemos:

$$\rho = \frac{(5 + 5 + 5 + 5)/4}{(3.375 + 4.5 + 5.625 + 3.375 + 2.25)/4.5} = 1.18$$

Para el tercer entrepiso, considerando las vigas del segundo piso, resulta

$$\rho = \frac{(5 + 5 + 5 + 5)/4}{(2 + 3 + 4 + 2)/4} = 1.82$$

y si se emplean las vigas del tercer piso, se llega a

$$\rho = \frac{(5 + 5 + 5)/4}{(2 + 3 + 4 + 2)/4} = 1.36$$

En todos los casos $\rho > 0.1$, por lo que se formarán puntos de inflexión en las columnas de estos entrepisos y son aplicables los métodos que suponen la aparición de tales puntos.

En décadas pasadas, tuvieron difusión entre los ingenieros estructurales métodos manuales más precisos aunque también apreciablemente más laboriosos, como el de Cross y el de Kani, cuyos resultados son exactos sólo cuando son despreciables los efectos de cargas axiales en las columnas. Estos métodos tendrían que modificarse substancialmente para incorporar deformaciones por cortante y nudos con dimensiones finitas (zonas rígidas) y han caído en desuso debido a la amplia disponibilidad de computadoras para aplicar procedimientos que no están sujetos a las limitaciones citadas.

2.5.2 Sistemas con muros y contravientos

El método de los elementos finitos permite obtener soluciones prácticamente exactas para cualquier problema que involucre muros, si se acepta que el comportamiento es elástico lineal, e inclusive es apropiado para análisis no lineales (Cervenka, 1970, Bazán, 1980). Sin embargo, como se advierte en la figura 2.26, para obtener una precisión aceptable se debe representar el muro con varios elementos finitos, lo cual, en estructuras de varios pisos y crujeas, requiere de tiempos y capacidades de computadora bastante grandes, haciendo impráctica la aplicación del método. Además es alta la posibilidad de cometer errores por la gran cantidad de datos que hay que suministrar y es difícil interpretar el elevado volumen de resultados que se obtienen, sobre todo teniendo presente que el método proporciona esfuerzos en distintos puntos, mientras que en diseño de muros se emplean momentos flexionantes, fuerzas cortantes y normales, los cuales son resultantes de dichos esfuerzos que los programas para computadora generalmente no calculan. Por las razones expuestas, en la práctica el uso de elementos finitos en el análisis de edificios está reservado a ciertos casos especiales, como el de muros con geometría complicada o para estudiar con mayor detalle algunas partes y no la totalidad de un edificio.

La mayoría de edificios con muros se pueden analizar con el método de la columna ancha. Para constatar la precisión de este procedimiento, lo hemos aplicado al conjunto muro-marco de dos diferentes materiales de la figura 2.33, la cual muestra también la comparación de resultados con los del método de elementos finitos. Se observa que las diferencias entre los desplazamientos laterales obtenidos con ambos métodos son menores que dos por ciento, confirmando que para estructuras elásticas el uso de columnas anchas conduce a resultados prácticamente exactos.

En la sección 2.3.2 se aplicó el método de MacLeod al edificio de la figura 2.20 y se encontró que el desplazamiento lateral del último piso, la fuerza cortante que toman los marcos y el momento de volteo que se origina en cada muro, son 0.0221 m, 46.0 ton y 559.5 ton-m, respectivamente. Hemos analizado el mismo edificio con el método de la columna ancha y los correspondientes resultados son 0.0203 m, 43.9 ton y 484.2 ton-m, lo cual indica que el método de MacLeod, aunque no proporciona información sobre la distribución de cortantes en altura, permite verificar con rapidez los resultados globales de procedimientos más elaborados.

Khan y Sbarounis (1964) propusieron un método iterativo para analizar conjuntos de marco y muros representándolos como un sistema equivalente de sólo un muro ligado a un marco de una sola crujía. Las reglas derivadas por estos autores para calcular las propiedades del sistema equivalente son las mismas que posteriormente empleó MacLeod en el método de la sección 2.3.2. Khan y Sbarounis presentan también gráficas para estimar los desplazamientos del sistema combinado de marco y muro como fracción de los desplazamientos del extremo superior del muro, sin la contribución del marco. En el fondo, este procedimiento consiste en aplicar manualmente el método de la columna ancha al sistema equivalente y ha caído en desuso en razón del fácil acceso a programas de computadora que emplean este último método sin necesidad de simplificaciones adicionales. Sin embargo, las figuras citadas podrían utilizarse para verificar los resultados de dichos programas.

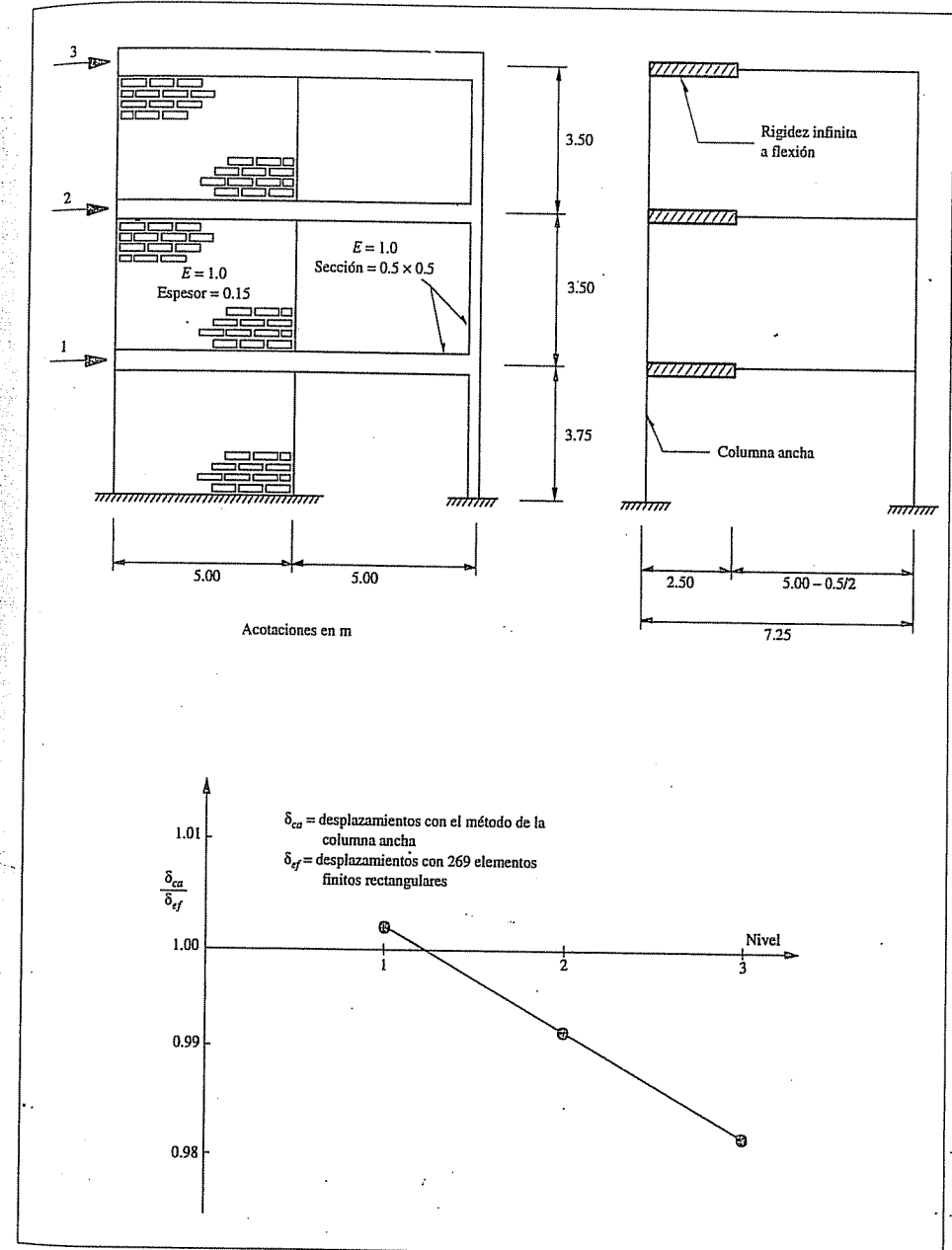


Figura 2.33 Comparación de los métodos de la columna ancha y de elementos finitos.

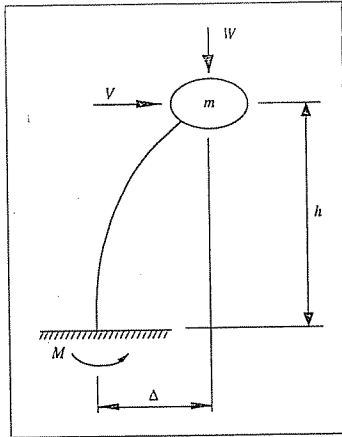


Figura 2.34 Efectos de esbeltez en un sistema de un grado de libertad.

2.5.3 Efectos no lineales

Se distinguen dos tipos de comportamiento no lineal en estructuras. El primero, denominado no linealidad geométrica, se presenta cuando la hipótesis de que las deformaciones son pequeñas es inadecuada y cuando menos algunas de las condiciones de equilibrio deben plantearse sobre la configuración desplazada de la estructura. La no linealidad se manifiesta en que los desplazamientos dependen de los elementos mecánicos en los miembros estructurales, los que a su vez son función de dichos desplazamientos. En el caso de fuerzas laterales, particularmente cuando no existen muros ni sistemas rigidizantes equivalentes, se pueden originar desplazamientos horizontales apreciables Δ , entre los extremos de las columna y las cargas verticales sobre las mismas P , producen momentos iguales a $P\Delta$; que a su vez generan desplazamientos laterales adicionales. De allí que este fenómeno se conoce como *efecto $P-\Delta$* , o *efectos de segundo orden*. Ninguno de los procedimientos de análisis expuestos en este capítulo

considera estos efectos, aunque una manera simple de incorporarlos (Rosenblueth, 1965) es añadir en cada nivel una fuerza lateral ficticia de modo que en cada entrepiso el producto de la fuerza cortante sea igual a $W\Delta$ donde W es el peso del edificio encima de dicho entrepiso. Como ilustración consideremos el sistema de un grado de libertad de la figura 2.34 para el cual el momento en la base, incluyendo el aporte de la carga axial, es:

$$M = Vh + W\Delta$$

En términos de la rigidez lateral k , este momento es igual a $k\Delta h$; por tanto, despejando Vh nos queda:

$$Vh = k\Delta h - W\Delta = kh [1 - W/(kh)] \Delta$$

o también:

$$V = [k - W/h] \Delta = k [1 - \theta] \Delta$$

donde el parámetro $\theta = W/(kh)$ se llama *coeficiente de estabilidad* (Bernal, 1985). Se aprecia que el efecto neto de la carga axial es reducir la rigidez lateral en un monto W/h , o en una fracción igual a θ . El término W/h se conoce como *rigidez geométrica*, y refleja la naturaleza no lineal del problema porque depende de la carga axial. Nótese que es posible que la rigidez se anule completamente cuando la carga axial alcanza el valor *crítico* kh , produciendo inestabilidad del sistema.

Dentro del contexto del método de elementos finitos, se han desarrollado procedimientos muy generales para calcular la denominada matriz de *rigidez geométrica*, K_g , de una estructura de varios grados de libertad con cualquier tipo de elementos. K_g depende de la magnitud y distribución de cargas axiales y las ecuaciones de equilibrio ante un vector de cargas P se escriben $[K - K_g] u = P$. K_g sirve también para determinar las cargas críticas que causan estabilidad en la estructura. Los detalles escapan al alcance de este texto y se pueden consultar en varias publicaciones sobre análisis estructural y el método de elementos finitos (véanse, por ejemplo Przemieniecki, 1968 y Chajes, 1993).

La segunda manifestación importante de comportamiento inelástico es denominada *no linealidad del material* que tiene lugar cuando las curvas carga-deformación de los materiales que constituyen los miembros estructurales son sensiblemente no lineales, reflejando además estados de falla como agrietamientos y fluencias que causan cambios bruscos en dichas curvas. Como veremos en el capítulo 4, esta forma de no linealidad es característica de prácticamente todos los materiales estructurales que se usan en edificios. Los reglamentos de construcción así lo reconocen y muchas de sus prescripciones promueven ciertos tipos deseables de comportamiento inelástico ante eventos sísmicos severos y aún moderados.

Desde el punto de vista de análisis, la no linealidad del material invalida el principio de superposición, lo cual obliga a conocer las fuerzas y momentos debidos a las cargas permanentes que obran previamente sobre la estructura (cargas muertas y vivas) antes de determinar los efectos de cargas laterales. En vista de que ante cargas permanentes deben prevenirse fenómenos no lineales de importancia, es decir, que las resistencias de los elementos estructurales deben ser apreciablemente mayores que las demandas provenientes de dichas cargas, en el paso inicial del análisis ante acción sísmica se considera que el edificio se encuentra aún dentro de su intervalo de comportamiento elástico. Se aplican luego paulatinamente las fuerzas laterales que representan al sismo hasta que en alguna sección crítica de algún elemento se alcanza la resistencia y ocurre una falla local, típicamente fluencia o agrietamiento. Esto modifica las características de rigidez de tal elemento y, por ende, de la estructura para cargas adicionales, aunque no necesariamente implica colapso. Con las rigideces modificadas se continúan aplicando las cargas laterales hasta que ocurre otra falla local con los consiguientes cambios de rigidez. Se procede de esta manera hasta que la estructura colapsa; obteniéndose así su resistencia a cargas laterales estáticas. Este tipo de análisis se emplea muy raramente en el diseño sísmico de edificios y aun así con simplificaciones, no sólo por ser laborioso sino porque las cargas sísmicas son dinámicas y no estáticas.

2.5.4 Análisis tridimensional con computadora

Existen varios programas para computadora que efectúan automáticamente el análisis elástico tridimensional de edificios bajo la suposición de que los pisos son diafragmas rígidos en su plano, siguiendo internamente los pasos descritos en la sección 2.4; entre ellos, ha sido pionero el desarrollado por Wilson y Dovey (1972). El buen uso de estos programas requiere, además del entendimiento claro de sus hipótesis básicas y de sus limitaciones, una cuidadosa preparación de datos. Típicamente, la información que se debe proporcionar incluye los dos grupos siguientes:

1. Datos generales del edificio:

- número y alturas de pisos,
- elegir sistema de coordenadas en planta,
- número y posición de sistemas resistentes,
- valor y posición de fuerzas laterales (normalmente los centros de masas).

2. Datos para cada sistema resistente:

- número de pisos, aunque sus alturas son comunes a todos los sistemas y forman parte de los datos generales;

- propiedades de vigas: módulo de elasticidad, momentos de inercia y coeficientes de rigidez (no se necesitan áreas en congruencia con la hipótesis de diafragmas rígidos), peraltes (para nudos de dimensión finita);
- propiedades de columnas: módulo de elasticidad, áreas, momentos de inercia, áreas y módulo de cortante (particularmente importantes en columnas que representan muros) y peraltes;
- propiedades de diagonales: áreas y módulo de elasticidad.

Por lo común, estos programas analizan también el edificio ante cargas verticales, introducidas como fuerzas distribuidas o concentradas en las vigas. Cuando los sistemas resistentes, las cargas verticales o ambos no son simétricos, ocurren desplazamientos laterales, que, aunque son pequeños en comparación con los originados por las fuerzas laterales, tienen que ser compatibles dentro de todo el edificio, debido que la hipótesis de diafragmas rígidos obliga a que los desplazamientos de cualquier sistema resistente queden definidos por tres grados de libertad por nivel, como se explicó en la sección 2.4. En otras palabras, un sistema resistente no puede desplazarse lateralmente de manera independiente de los demás, como es usual suponer en análisis ante cargas verticales. El resultado es que la suma de fuerzas cortantes en los miembros de un entrepiso (columnas, diagonales y muros) de un sistema resistente no es nula. Esta condición de equilibrio en ausencia de cargas laterales sólo se satisface al sumar las fuerzas cortantes en los entrepisos de todos los sistemas resistentes en cada nivel del edificio.

Estos programas presentan sus resultados, consistentes en general en desplazamientos laterales y fuerzas y momentos en cada pieza, de manera ordenada y autoexplicatoria. Los momentos en vigas y columnas están dados normalmente en las secciones que intersectan las caras de los elementos perpendiculares, de modo que para verificar el equilibrio de momentos de un nudo se deben tomar en cuenta los peraltes de vigas, columnas o muros.

Otro asunto que merece atención es que al idealizar el edificio como un conjunto de sistemas resistentes planos, se impone solamente compatibilidad global de desplazamientos laterales. Los desplazamientos verticales y las rotaciones de cada sistema resistente son independientes de los otros, y de allí que para las columnas que pertenecen a dos sistemas diferentes (o sea que están en la intersección en planta de dos sistemas planos) se calculan dos desplazamientos verticales y, en consecuencia, dos fuerzas axiales independientes. Ocurre una incompatibilidad similar en rotaciones por flexión de columnas que forman parte de dos sistemas que intersectan en planta en ángulos que no son rectos. Estas incompatibilidades sólo pueden eliminarse totalmente si el edificio completo se modela como un marco tridimensional, empleando programas que incorporan tal formulación (Wilson et al, 1975). Sin embargo, generalmente se logra mayor claridad en el análisis considerando varios sistemas resistentes separados. Para columnas que pertenezcan a dos sistemas, se sugiere sumar las fuerzas axiales que resulten en cada uno de ellos.

Como hemos comentado anteriormente, los pisos deben ser capaces de transmitir las fuerzas generadas por la acción sísmica a los elementos resistentes. La verificación de esta capacidad es particularmente importante cuando se supone que los pisos son diafragmas rígidos. Normalmente, los programas de análisis tridimensional no producen como resultado las fuerzas en cuestión, las cuales se

pueden calcular como la diferencia de las cortantes entre dos entrepisos consecutivos de cada sistema resistente.

Cuando sea inapropiado suponer que los pisos son infinitamente rígidos en planta, se tiene que recurrir a programas completamente tridimensionales de elementos finitos con los que los pisos se pueden representar con elementos placa o con marcos y/o armaduras horizontales. Los detalles rebasan el alcance de este texto y se encuentran en publicaciones como las citadas en la sección 2.25 y en las de MacLeod (1971, 1990).

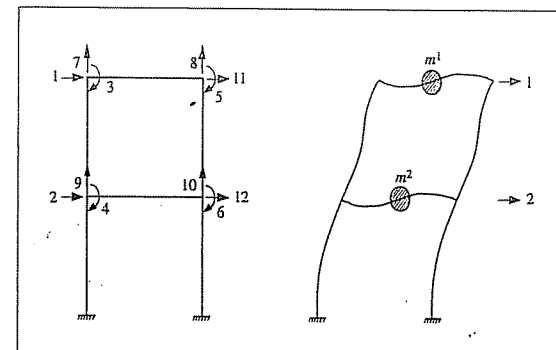
Conceptos de dinámica estructural

En este capítulo se presentan brevemente los conceptos básicos del análisis dinámico de edificios, en los que se fundan los métodos dinámicos de diseño sísmico estipulados en la mayoría de los reglamentos modernos de construcción, los cuales son materia del sexto capítulo de este texto. Los conceptos fundamentales y procedimientos numéricos relacionados con el análisis dinámico se describen mediante su aplicación a estructuras sencillas, para evitar que un excesivo trabajo numérico oscurezca la presentación. Aunque gran parte de los ejemplos se resuelven manualmente, los algoritmos o sus variantes son válidos para sistemas más complejos, una vez que se instrumentan en programas de computadoras. También presentamos aquí algunas fórmulas para verificar los resultados más importantes de edificios más complejos. El lector interesado en presentaciones más detalladas de procedimientos de análisis dinámico puede consultar varios textos sobre el tema, entre ellos los de Weaver y Johnson (1987), Humar (1990), Clough y Penzien (1993) y Craig (1981).

3.1 GRADOS DE LIBERTAD DINÁMICOS

Desde el punto de vista dinámico, interesan los grados de libertad en los que se generan fuerzas generalizadas de inercia significativas; es decir, fuerzas iguales a masa por aceleración o momento de inercia por aceleración angular. Por ejemplo, en la figura 3.1 se muestra un marco que, de acuerdo con la sección 2.2.1 y con la figura 2.2, tiene 12 grados de libertad estáticos. Sin embargo, si las fuerzas de inercia importantes son solamente las que generan las masas m_1 y m_2 al moverse lateralmente y las deformaciones de los pisos en su plano son despreciables, tenemos un sistema de dos *grados de libertad dinámicos*, que son precisamente los desplazamientos laterales 1 y 2 en la figura aludida. Es pertinente observar que esto no implica que en los

Figura 3.1 Grados de libertad estáticos y dinámicos.



restantes giros y desplazamientos se anulen, sino que, aunque asuman valores distintos de cero, no generan fuerzas de inercia de consideración.

Como se ha explicado en la sección 2.4.1, en edificios es generalmente aceptable suponer que los pisos son diafragmas rígidos en su plano, lo que permite expresar el movimiento lateral de cualquier punto del piso en términos de tres grados de libertad: dos desplazamientos horizontales y un giro alrededor de un eje vertical. Si un marco o muro está ligado a un piso rígido, su desplazamiento lateral en este nivel depende solamente de los valores que adquieran estos tres grados de libertad, como se muestra en la figura 2.27. Por otro lado, en vista de que la mayor parte de las masas están directamente soportadas por los pisos, es también aceptable suponer que todas las masas están concentradas en los mismos, de manera que las fuerzas de inercia generadas por desplazamientos laterales se pueden expresar como productos de la masa en cada piso por sus aceleraciones lineales (en dos ejes horizontales perpendiculares) y del momento de inercia de dicha masa por la aceleración angular alrededor del eje vertical que pasa por el centro de masas. Esto permite efectuar el análisis dinámico de un edificio con modelos que tienen tres grados de libertad por piso.

Cuando por simetría los pisos no rotan alrededor de ejes verticales, el edificio o sus componentes se pueden modelar como un sistema de un grado de libertad (desplazamiento lateral) por piso. Nótese que la hipótesis de que los pisos son diafragmas rígidos implica que las vigas no tienen deformaciones axiales: tal sería el caso del marco de la figura 3.1. Recuérdese que la matriz de rigideces de este marco, que es de 12×12 , se puede transformar a una matriz de rigideces lateral de 2×2 , expresada en función de los grados de libertad 1 y 2, mediante el proceso de condensación estática (véase la expresión 2.19). De esta manera, las matrices de rigideces y de masas corresponden a los mismos grados de libertad.

3.2 SISTEMAS LINEALES DE UN GRADO DE LIBERTAD

3.2.1 Descripción y ecuación de equilibrio dinámico

Consideremos el sistema de un piso mostrado en la figura 3.2, constituido por una masa concentrada que puede tener un desplazamiento horizontal u , ligado al terreno mediante varios elementos verticales representados esquemáticamente por dos columnas elásticas y por un amortiguador. Cuando el terreno experimenta un desplazamiento horizontal s , en la ecuación de equilibrio dinámico aparecen la fuerza de inercia, igual a la masa por su aceleración absoluta $\ddot{x}$, la fuerza de rigidez y la de amortiguamiento. En el caso más sencillo, las fuerzas de rigidez y de amortiguamiento son, respectivamente, proporcionales al desplazamiento u y a la velocidad $\dot{u}$ de la masa con respecto a su base. Sean k y c las correspondientes constantes de proporcionalidad que se supone que no cambian con el tiempo; k es lo mismo que la matriz de rigidez lateral, en este caso de 1 por 1, que se determina como se describe en la sección 2.2.1, y c se llama *coeficiente o relación de amortiguamiento*. El conjunto de m , c y k constituye un sistema lineal de un grado de libertad, con amortiguamiento viscoso o lineal; usando el principio de D'Alembert, la ecuación diferencial de equilibrio dinámico o de movimiento es

$$m\ddot{x} + c\dot{u} + ku = 0$$

Figura 3.2 Sistema simple con amortiguamiento viscoso.

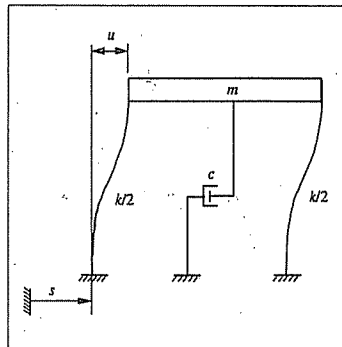


Tabla 3.1. Aplicación del Método β de Newmark ($\beta = 1/4$) al sistema de la figura 3.2.

t (Seg)	u Exacta	Resultados numéricos						
		u	v	a	Δs^*	Δu	Δv	Δa
0.00	1.0000	1.0000	0.0000	-1.0000	-2.0000	-0.0050	-0.0993	0.0149
0.10	0.9950	0.9950	-0.0993	-0.9851	-5.9603	-0.0148	-0.0973	0.0245
0.20	0.9802	0.9802	-0.1965	-0.9606	-9.8221	-0.0244	-0.0944	0.0338
0.30	0.9559	0.9559	-0.2909	-0.9268	-13.5481	-0.0336	-0.0905	0.0427
0.40	0.9223	0.9223	-0.3815	-0.8841	-17.1027	-0.0424	-0.0859	0.0510
0.50	0.8799	0.8798	-0.4673	-0.8331	-20.4522	-0.0507	-0.0804	0.0588
0.60	0.8292	0.8291	-0.5477	-0.7743	-23.5655	-0.0585	-0.0741	0.0659
0.70	0.7707	0.7706	-0.6218	-0.7084	-26.4140	-0.0655	-0.0672	0.0723
0.80	0.7052	0.7050	-0.6890	-0.6361	-28.9720	-0.0719	-0.0597	0.0779
0.90	0.6334	0.6332	-0.7488	-0.5583	-31.2171	-0.0775	-0.0517	0.0826
1.00	0.5560	0.5557	-0.8005	-0.4757	-33.1300	-0.0822	-0.0432	0.0865
1.10	0.4738	0.4735	-0.8437	-0.3891	-34.6951	-0.0861	-0.0344	0.0895
1.20	0.3878	0.3874	-0.8781	-0.2996	-35.9003	-0.0891	-0.0254	0.0916
1.30	0.2988	0.2983	-0.9035	-0.2080	-36.7373	-0.0912	-0.0162	0.0928
1.40	0.2077	0.2072	-0.9197	-0.1152	-37.2012	-0.0923	-0.0069	0.0930
1.50	0.1154	0.1148	-0.9265	-0.0222	-37.2914	-0.0925	0.0024	0.0923
1.60	0.0229	0.0223	-0.9241	0.0701	-37.0105	-0.0918	0.0115	0.0907
1.70	-0.0688	-0.0695	-0.9126	0.1608	-36.3650	-0.0902	0.0205	0.0882
1.80	-0.1590	-0.1598	-0.8921	0.2490	-35.3650	-0.0878	0.0291	0.0848
1.90	-0.2468	-0.2475	-0.8630	0.3338	-34.0239	-0.0844	0.0374	0.0807
2.00	-0.3312	-0.3319	-0.8256	0.4145	-32.3584	-0.0803	0.0452	0.0758
3.00	-0.8449	-0.8453	-0.1270	0.8580	-3.3881	-0.0084	0.0858	-0.0002
4.00	-0.5722	-0.5714	0.6162	0.5097	25.7921	0.0640	0.0475	-0.0688
5.00	0.1741	0.1758	0.7505	-0.2508	29.6671	0.0736	-0.0286	-0.0708
6.00	0.6975	0.6984	0.2163	-0.7200	7.2536	0.0180	-0.0725	-0.0107

$$m = 1.00,$$

$$\omega = 1.00,$$

$$u_0 = 1.00,$$

$$k = 1.00,$$

$$\omega_a = 0.998749,$$

$$u_0 = 0.00$$

$$\zeta = 0.05,$$

$$\zeta\omega/\omega_a = 1.001252,$$

$$c = 0.10$$

$$\zeta\omega/\omega_a = 0.050062$$

$$\Delta t = 0.1,$$

$$k^* = k + 2c/\Delta t + 4m/\Delta t^2 = 403, \text{ según la ecuación 3.5, la solución exacta es}$$

$$u = \exp(-0.05 t) (0.050062 \sin(0.998749t) + \cos(0.998749t)).$$

El punto sobre una cantidad significa derivación con respecto al tiempo. Considerando que $x = s + u$, la ecuación anterior se escribe

$$m\ddot{x} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{s} \quad (3.1)$$

Dividiendo esta ecuación entre m y definiendo $\omega = \sqrt{k/m}$, $c_{cr} = 2\sqrt{km}$ y $\xi = c/c_{cr}$ se llega a:

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2 u = -\ddot{s} \quad (3.2)$$

ω se denomina *frecuencia circular natural* del sistema; c_{cr} se conoce como *amortiguamiento crítico* y ξ es la *fracción de amortiguamiento crítico*, que usualmente se expresa como porcentaje. De las definiciones de ω y c_{cr} deducimos que $c_{cr} = 2m\omega$, lo cual muestra que el amortiguamiento crítico está relacionado con la frecuencia fundamental de vibración.

3.2.2 Vibraciones libres

El sistema descrito en la sección precedente vibra libremente cuando la masa se mueve, pero el terreno permanece inmóvil y no actúan fuerzas exteriores. En este caso el segundo miembro de la ecuación 3.2 se anula y su solución es:

$$u(t) = A e^{-\xi\omega t} \cos \omega_d (t - \gamma) \quad (3.3)$$

donde

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.4)$$

ω_d es la *frecuencia natural amortiguada* del sistema y A y γ son constantes que dependen de las condiciones iniciales, es decir, del desplazamiento y la velocidad cuando $t = 0$.

La ecuación 3.3 da $u(t) = A \cos \omega(t - \gamma)$ cuando no existe amortiguamiento ($\xi = 0$), y se dice que la masa tiene un movimiento armónico. El tiempo T , que dura un ciclo de oscilación completo, se llama *periodo de vibración natural* del sistema y es igual a $2\pi/\omega$. Por otro lado, si el amortiguamiento es igual al crítico ($\xi = 1$) encontramos que $\omega_d = 0$ y, por tanto, $u(t) = A e^{-\xi\omega t}$, indicando que la masa se mueve sin oscilar y vuelve a su posición de equilibrio estático, $u = 0$, luego de un tiempo infinito.

En el análisis de edificios es de mayor interés el caso de amortiguamientos menores que el crítico, para el cual, si el desplazamiento y la velocidad de la masa en el instante $t = 0$ valen, respectivamente u_0 y $\dot{u}_0$, obtenemos:

$$u(t) = A e^{-\xi\omega t} \{ (\dot{u}_0 + \xi\omega u_0) (\sin \omega_d t) / \omega_d + u_0 \cos \omega_d t \} \quad (3.5)$$

Esta ecuación describe un movimiento oscilante de la masa con frecuencia ω_d y con amplitud exponencialmente decreciente como se ilustra en la figura 3.3. El *periodo amortiguado*, $T_d = 2\pi/\omega_d$, es el tiempo que tarda un ciclo completo de oscilación, y es una propiedad de la estructura, independiente de como se excite.

Normalmente, el amortiguamiento de estructuras de edificios no excede 10 por ciento del crítico, o sea que típicamente ξ es menor que 0.1. Aun para este lí-

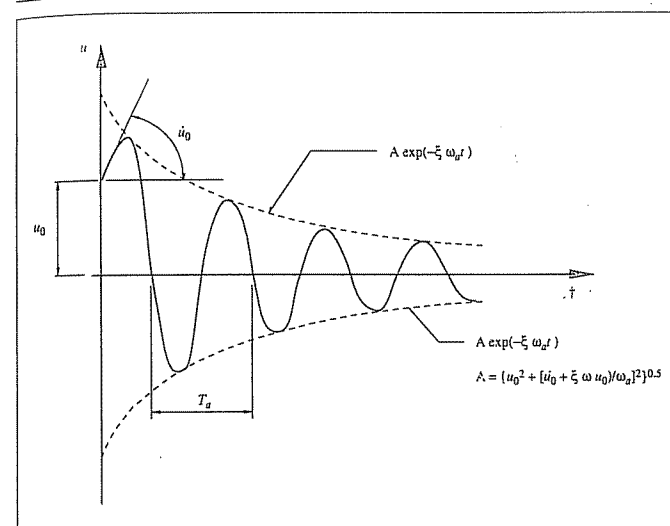


Figura 3.3 Vibraciones libres del sistema de la figura 3.2.

mite relativamente alto, la ecuación 3.3 da $\omega_d = 0.995 \omega$; de aquí se colige que en casos prácticos la influencia del amortiguamiento en la frecuencia de vibración es pequeña, siendo su efecto más importante disminuir la amplitud de dicha vibración conforme avanza el tiempo, según lo expresa el término exponencial de la ecuación 3.5 y se ilustra en la figura 3.3.

3.2.3 Respuesta a movimientos del terreno

El segundo término $\ddot{s}$, de la ecuación 3.2 describe cómo varía la aceleración del terreno con el tiempo y se conoce como *acelerograma*. En textos de dinámica estructural se muestra que, cuando tal término no es nulo, la solución de la ecuación aludida es:

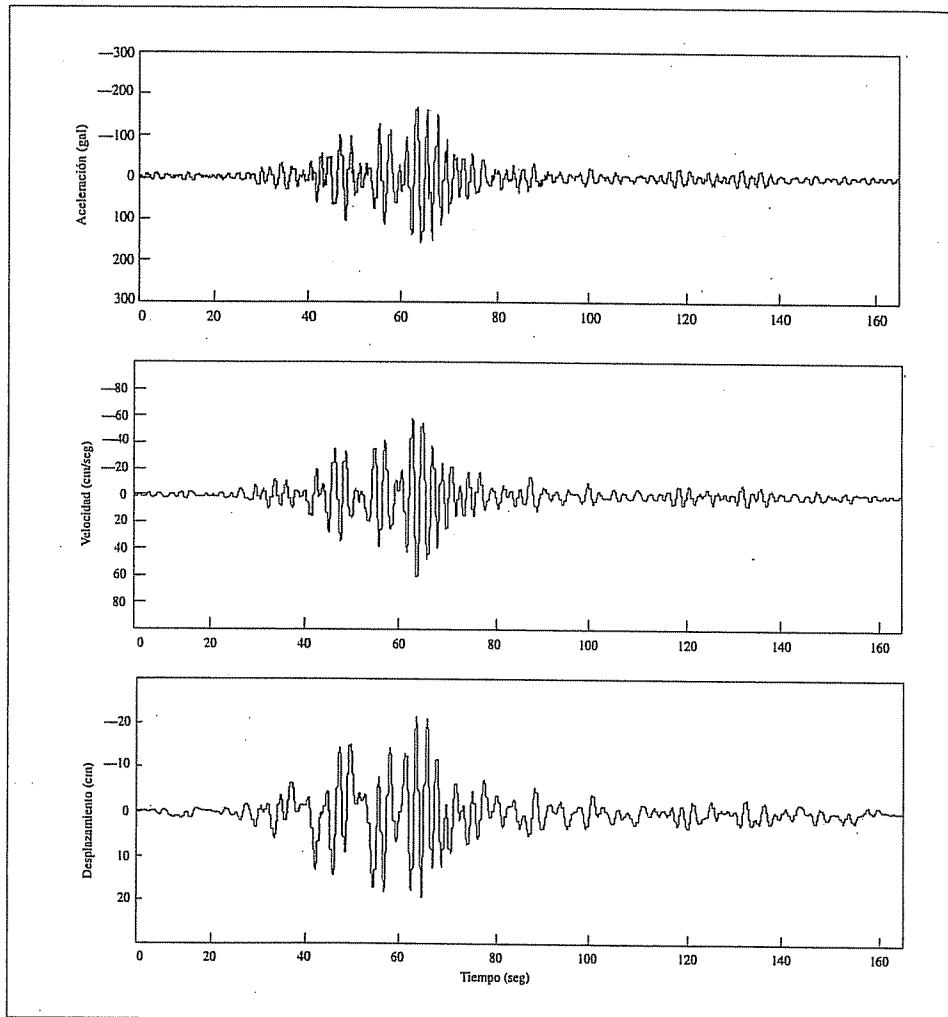
$$u(t) = 1/\omega_d \int \ddot{s}(\tau) \exp\{-\xi\omega(t-\tau)\} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \quad (3.6)$$

Esta expresión hace ver que, como en el caso de vibraciones libres, las dos propiedades de un sistema de un grado de libertad que determinan su respuesta ante un movimiento prescrito del terreno son su frecuencia natural y su fracción de amortiguamiento crítico. La velocidad y la aceleración de la masa se calculan derivando sucesivamente $u(t)$ con respecto al tiempo, y otras respuestas de interés, como la fuerza en el resorte, se pueden obtener en términos del desplazamiento y sus derivadas. Para fines de diseño, interesan normalmente sólo los valores máximos absolutos de tales respuestas.

3.2.4 Análisis paso a paso, método β de Newmark

Un acelerograma real no es una función algebraica del tiempo, sino una serie de valores numéricos de la aceleración para diferentes instantes; usualmente a in-

Figura 3.4 Aceleraciones, velocidades y desplazamientos del registro de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes del temblor del 19 de septiembre de 1985.



intervalos constantes de tiempo Δt , que varían entre 0.005 y 0.02 segundos. Para duraciones normales de temblores, entre 20 y 60 segundos, se tienen unos pocos millares de valores de la aceleración. La figura 3.4 muestra el acelerograma registrado en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes de la Ciudad de México, durante el temblor del 19 de septiembre de 1985, incluyendo las historias de velocidad y desplazamiento que se obtuvieron integrando sucesivamente dicho acelerograma. Los valores máximos de aceleración, velocidad y desplazamiento de terreno son 168 cm/seg², 60.5 cm/seg y 22 cm, respectivamente.

Dada la manera en que se expresan los acelerogramas, en vez de calcular algebraicamente la integral 3.6, es conveniente resolver numéricamente las ecuaciones

de equilibrio dinámico con la ayuda de computadoras. Para este fin existe una amplia variedad de métodos consistentes en calcular la solución para $t + \Delta t$ a partir de la solución ya conocida en t . Estos métodos, denominados paso a paso, pueden aplicarse tanto a estructuras lineales y no lineales de cualquier número de grados de libertad, y están incorporados en una gran cantidad de los programas comerciales de análisis estructural. En esta sección presentamos uno de los métodos más populares, originalmente propuesto por Newmark (1962); aunque nos limitamos a sistemas de un grado de libertad, veremos posteriormente que los conceptos expuestos se aplican al análisis paso a paso de estructuras más complejas.

Considérese el sistema de la figura 3.2, cuya ecuación de movimiento es 3.1, que escribiremos ahora como

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{s} \quad (3.7)$$

donde a , v y u son la aceleración, velocidad y desplazamiento, respectivamente, de la masa m . Supondremos que estas tres cantidades se conocen en el instante t y usaremos el subíndice 1 para denotar sus valores en $t + \Delta t$. Se debe también cumplir:

$$m a_1 + c v_1 + k u_1 = -m \ddot{s}_1 \quad (3.8)$$

Definiendo $\Delta a = a_1 - a$, $\Delta v = v_1 - v$ y $\Delta u = u_1 - u$; y restando las dos últimas ecuaciones se deduce que:

$$m \Delta a + c \Delta v + k \Delta u = -m (\ddot{s}_1 - \ddot{s}) \quad (3.9)$$

Newmark propuso emplear las siguientes ecuaciones para calcular v_1 y u_1 :

$$v_1 = v + \frac{1}{2} (a + \beta a_1) \Delta t \quad (3.10)$$

$$u_1 = u + v \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) a + \beta a_1 \right] (\Delta t)^2 \quad (3.11)$$

Usando conceptos básicos de cinemática se puede deducir cómo varía la aceleración con el tiempo en el lapso Δt . Por ejemplo, $\beta = 1/4$ corresponde a aceleración constante en dicho lapso, igual al promedio de a y a_1 , mientras que una variación lineal de aceleraciones entre a y a_1 conduce a $\beta = 1/6$.

Tenemos ahora que resolver el sistema de tres ecuaciones simultáneas 3.9, 3.10 y 3.11 con tres incógnitas: a_1 , v_1 y u_1 o, de manera equivalente, Δa , Δv y Δu . En lo que sigue se considera $\beta = 1/4$, aunque el procedimiento es similar para cualquier otro valor de β . La ecuación 3.11 se convierte en:

$$u_1 = u + v \Delta t + \frac{1}{4} (a + a_1) (\Delta t)^2 \quad (3.12)$$

$$\Delta u = u_1 - u = v \Delta t + \frac{1}{4} (a + a_1) (\Delta t)^2 \quad (3.13)$$

de 3.10 obtenemos:

$$\Delta v = v_1 - v = \frac{1}{2} (a + a_1) \Delta t \quad (3.14)$$

Despejando $(a + a_1) \Delta t$ de esta ecuación y substituyendo en 3.13 se llega a:

$$\Delta v = 2 (\Delta u / \Delta t - v) \quad (3.15)$$

de 3.13 también deducimos que

$$\begin{aligned} 4 (\Delta u - v \Delta t) / \Delta t^2 &= a + a_1 = a_1 - a + 2 a \\ \Delta a &= a_1 - a = 4 (\Delta u - v \Delta t) / \Delta t^2 - 2 a \end{aligned} \quad (3.16)$$

Empleando las ecuaciones 3.15 y 3.16 para substituir Δv y Δa en 3.9, Δu queda como la única incógnita que se despeja con el resultado siguiente:

$$\Delta u = \Delta s^*/k^* \quad (3.17)$$

donde

$$k^* = k + 2c/\Delta t + 4m/\Delta t^2 \quad (3.18)$$

$$\Delta s^* = -m(\ddot{x}_1 - \ddot{s}) + [4m/\Delta t + 2c]v + 2ma \quad (3.19)$$

Cuando el intervalo de tiempo es constante, el método se aplica como sigue:

a) calcúlese k^* , que se mantiene constante (ecuación 3.18)

b) para cada paso:

b.1 calcúlese Δs^* y Δu (ecuaciones 3.19 y 3.17)

b.2 determinense Δv y Δa (ecuaciones 3.15 y 3.16)

b.3 calcúlese la aceleración, velocidad y desplazamiento para $t_1 = t + \Delta t$.

$$a_1 = a + \Delta a$$

$$v_1 = v + \Delta v$$

$$u_1 = u + \Delta u$$

c) Se prosigue al paso siguiente con $a = a_1$, $v = v_1$ y $u = u_1$.

Para comenzar, se toma en cuenta que, usualmente, antes del temblor la masa está en reposo, es decir que cuando $t = 0$ tenemos $v = u = 0$. Como 3.7 se debe satisfacer en todo momento, en el primer paso el equilibrio dinámico requiere que $a = -\ddot{x}(0)$, con lo que se conocen los valores iniciales de las tres incógnitas.

Para ilustrar el método y apreciar su precisión, consideremos el sistema de la figura 3.2 vibrando libremente luego de un desplazamiento inicial unitario, con velocidad inicial nula; supongamos que m y k también asumen valores unitarios y que el amortiguamiento es 5 por ciento de crítico. La aplicación del método de Newmark se presenta en la tabla 3.1, para los seis primeros segundos con un intervalo $\Delta t = 0.1$ segundos. Se presentan los resultados parciales obtenidos en los pasos b.1 a b.3. En este caso, por tratarse de vibraciones libres, $s = 0$ en todos los pasos, y en el paso inicial $u = 1$, $v = 0$ y de la ecuación 3.7 se deduce que $a = -u = -1.0$. Se han incluido en la tabla citada los desplazamientos calculados con la solución analítica dada por la ecuación 3.5, y se observa concordancia de tres cifras significativas con los valores numéricos. Se puede lograr mayor precisión con intervalos menores de integración, aunque es normalmente suficiente usar el intervalo en el que se da el acelerograma o uno tal que $\Delta t/T < 0.1$, donde T es el periodo fundamental de sistema.

Muchos programas de computadora emplean el método de Newmark con $\beta = 1/4$, debido a su sencillez y precisión, a que se aplica fácilmente a estructuras de múltiples grados de libertad, y a que su autor demostró que con esta elección el método es incondicionalmente estable, es decir que no lleva a resultados espúreamente altos como consecuencia de las aproximaciones numéricas, independientemente del valor de Δt .

3.2.5 Espectro de respuesta elástico

En secciones precedentes se han presentado métodos analíticos y numéricos para calcular la respuesta de un sistema de un grado de libertad a un movimiento de la base, descrito mediante su acelerograma $\ddot{x}(t)$. Recuérdese que las propiedades del sistema que determinan tal respuesta son el periodo (o la frecuencia) de vibración, T , y la fracción de amortiguamiento crítico ξ . Para entender mejor el efecto de un acelerograma en diferentes estructuras conviene mantener fija la fracción de amortiguamiento crítico e ir calculando alguna respuesta máxima, usualmente la aceleración, para distintos valores T ; los resultados se grafican con T como abscisa y se obtiene así el espectro de respuesta del acelerograma.

Es frecuente obtener primero el espectro de desplazamientos relativos $D = \max(u)$, y en lugar de las velocidades y desplazamientos, y dibujar las cantidades $V = \omega D$ y $A = \omega^2 D$, que se denominan espectros de pseudovelocidades y de pseudoaceleraciones, respectivamente. Nótese que la fuerza máxima que debe resistir el elemento elástico como consecuencia del temblor en cuestión es:

$$F = kD = (k/m)mD = m\omega^2 D = mA.$$

Entonces, conocida la pseudoaceleración espectral, F se calcula multiplicándola por la masa m . Ya que $m = W/g$, donde W es el peso y g la aceleración de la gravedad, F es también igual a $W(A/g)$, por lo cual se acostumbra expresar la pseudoaceleración como fracción de g . Aquí definiremos $S_a = A/g$, y así tenemos $F = W S_a$, es decir que S_a es el cociente de la fuerza sísmica máxima entre el peso.

La figura 3.5 presenta los espectros de pseudoaceleraciones (S_a) del acelerograma registrado en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes durante el temblor del 19 de septiembre de 1985, correspondientes a amortiguamientos de 2, 5 y 10 por ciento del crítico. Se nota que a mayor amortiguamiento menor respuesta, para cualquier periodo, y que para un amortiguamiento dado, existen

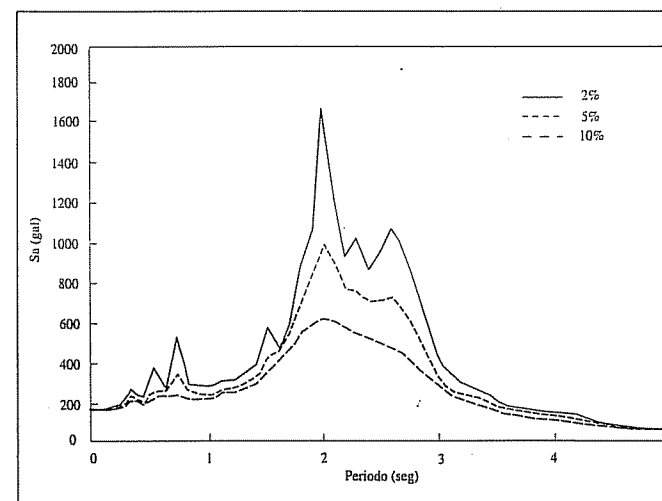


Figura 3.5 Espectros de pseudoaceleraciones del registro de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes del temblor del 19 de septiembre de 1985.

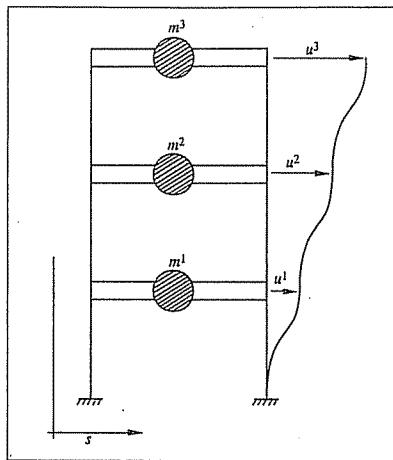


Figura 3.6 Sistema de tres grados de libertad dinámico.

Consideremos el sistema de tres grados de libertad mostrado en la figura 3.6, cuyos apoyos tienen un movimiento $s(t)$ y cuyas masas m_1 , m_2 y m_3 tienen desplazamientos u_1 , u_2 y u_3 , respectivamente. Las fuerzas de inercia en este caso son $m_1(\ddot{u}_1 + \ddot{s})$, $m_2(\ddot{u}_2 + \ddot{s})$ y $m_3(\ddot{u}_3 + \ddot{s})$. Las fuerzas en los elementos elásticos se calculan como el producto de la matriz de rigidez lateral K por los desplazamientos laterales, es decir

$$F_e = Ku$$

donde, para el caso de la figura 3.6

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}$$

donde $k_{ij} = k_{ji}$

$$F_e = \begin{Bmatrix} F_{e1} \\ F_{e2} \\ F_{e3} \end{Bmatrix}$$

$$u = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}$$

De análoga manera las fuerzas de amortiguamiento viscoso se pueden expresar como el producto de una matriz de amortiguamiento por las velocidades, o sea como

$$F_a = C\dot{u}$$

donde el punto denota derivación con respecto al tiempo. Veremos más adelante que en general no es necesario calcular C y que el efecto del amortiguamiento se toma en cuenta en los espectros de diseño.

3.3 SISTEMAS LINEALES DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD SIN TORSIÓN

En edificios es usualmente aceptable suponer que las masas están concentradas en los niveles de los pisos y que las fuerzas de inercia importantes son sólo las laterales; por ello lo que sigue se limita a tratar este caso, aunque varios conceptos son aplicables a otros sistemas estructurales con masas concentradas cuyos apoyos tengan todos el mismo movimiento.

3.3.1 Ecuaciones de equilibrio dinámico

periodos (alrededor de dos segundos en este caso) para los que la respuesta es sensiblemente mayor que para los demás. Una característica adicional de estos espectros es que cuando $T = 0$, S_a es igual a la aceleración máxima del terreno, es decir al valor máximo de $\ddot{s}(t)$.

Para cada masa la suma de todas las fuerzas debe ser cero. Así se llega a que las ecuaciones de equilibrio dinámico son:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M\ddot{s} \quad (3.20)$$

M se denomina *matriz de masas* y, para la estructura de la figura 3.6, es igual a:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

En la expresión 3.20 hemos definido también:

$$1 \quad \ddot{s} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad \ddot{s} = \begin{Bmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{s} \\ \ddot{s} \end{Bmatrix}$$

3.3.2 Vibraciones libres no amortiguadas

En lugar de resolver la ecuación 3.20, conviene considerar primero el caso más simple en el que no existen amortiguadores (sus efectos se incluyen después en forma aproximada) y no existe movimiento del terreno, con lo cual dicha ecuación se convierte en

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (3.21)$$

Ahora bien, toda estructura elástica puede vibrar libremente en forma tal que el desplazamiento de cada una de sus masas con respecto a su posición de equilibrio estático es igual al producto de una función de la posición de la masa considerada por una función del tiempo, que es la misma para todas las masas. En otras palabras, los desplazamientos se pueden expresar como

$$u(t) = Zq(t) \quad (3.22)$$

donde para el caso de la figura 3.6

$$u = \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{Bmatrix} \quad ; \quad Z = \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{Bmatrix}$$

Se dice que una estructura de esta manera vibra en sus *modos naturales*; el conjunto de valores z_j (que son constantes independientes de t) se denomina *forma del modo* y el periodo de la función del tiempo $q(t)$, en caso de existir, se llama *periodo natural*.

Derivando la ecuación 3.22 se obtiene $\dot{u}(t) = Z\dot{q}(t)$ y sustituyendo en 3.21 llegamos a:

$$MZ\ddot{q} + KZq = 0 \quad (3.23)$$

por sencillez se han omitido los (t) . Para la masa i el desarrollo de la última expresión da

$$m_i z_i \ddot{q} + (\sum_j k_{ij} z_j) q = 0 \quad (3.24)$$

de donde

$$\frac{\ddot{q}}{q} = \frac{\sum_i k_{ij} z_i}{m_i z_i}$$

El primer miembro de esta ecuación es función de t , mientras que el segundo no, por tanto ambos deben ser constantes para que la igualdad subsista. Si llamamos $-\omega^2$ a este valor constante, obtenemos:

$$\ddot{q} + \omega^2 q = 0$$

cuya solución es

$$q = a \sin \omega (t - \tau) \quad (3.25)$$

De acuerdo con lo anterior existen modos de vibración que satisfacen las condiciones de la expresión 3.22. Estos son tales que el movimiento de cada masa es armónico simple con *periodo natural* $T = 2\pi/\omega$; ω se llama *frecuencia natural circular*. Derivando dos veces la ecuación 3.25 se tiene

$$\ddot{q} = -\omega^2 a \sin \omega (t - \tau) = -\omega^2 q$$

Sustituyendo en 3.16 y considerando que $q \neq 0$, queda

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{Z} = 0 \quad (3.26)$$

que es un sistema de ecuaciones lineales homogéneo. Para que existan valores de $\mathbf{Z}$ distintos de cero es necesario que el determinante del sistema se anule; esto es, que

$$|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (3.27)$$

3.3.3 Frecuencias y modos de vibración

Matemáticamente, la expresión 3.27 constituye un problema de valores característicos. Desarrollando el determinante se obtiene una ecuación algebraica de grado n cuya incógnita es ω^2 , siendo n el número de grados de libertad (tres en el caso de la figura 3.6) cuya solución conduce a n valores de ω^2 , es decir a n frecuencias naturales de vibración ω , que corresponden a otros tantos periodos naturales $2\pi/\omega$. Para estructuras estables los valores de ω^2 son reales y positivos, y sus raíces cuadradas son las frecuencias naturales. Se acostumbra numerar a las ω en orden creciente; así la primera frecuencia ω_1 (llamada *frecuencia fundamental*) tiene el menor valor, y la última, ω_n , el mayor. Remplazando cada valor de la frecuencia ω_j en 3.26 podemos obtener vectores $\mathbf{Z}_j$ diferentes de cero; cada uno de ellos se llama modo de vibración. No resultan soluciones únicas para cada modo sino solamente valores relativos entre las z_{ij} , es decir que no están definidas las amplitudes de las vibraciones, sino las relaciones entre todas ellas. Se demuestra que los modos de vibración tienen las siguientes propiedades:

a) Ortogonalidad con respecto a la matriz de masas,

$$\mathbf{Z}_j^T \mathbf{M} \mathbf{Z}_r = 0 \quad \text{si } j \neq r \quad (3.28)$$

b) Ortogonalidad con respecto a la matriz de rigideces

$$\mathbf{Z}_j^T \mathbf{K} \mathbf{Z}_r = 0 \quad \text{si } j \neq r \quad (3.29)$$

c) Los modos naturales constituyen un conjunto completo, lo que significa que cualquier configuración de desplazamientos $\mathbf{u}$ puede expresarse como una combinación lineal de las $\mathbf{Z}_j$, es decir:

$$\mathbf{u} = \sum_j a_j \mathbf{Z}_j \quad (3.30)$$

Los productos $m_j^* = \mathbf{Z}_j^T \mathbf{M} \mathbf{Z}_j$ y $k_j^* = \mathbf{Z}_j^T \mathbf{K} \mathbf{Z}_j$ son cantidades escalares que se denominan *masa* y *rigidez generalizadas* del modo j , respectivamente. Sus valores dependen de la escala de cada modo, aunque el cociente del segundo sobre el primero se mantiene constante y es igual al cuadrado de la frecuencia del modo en cuestión.

3.3.4 Ejemplo

Consideremos la estructura mostrada en la figura 3.7 (Rascón, 1982). Las matrices de masas y rigideces son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$

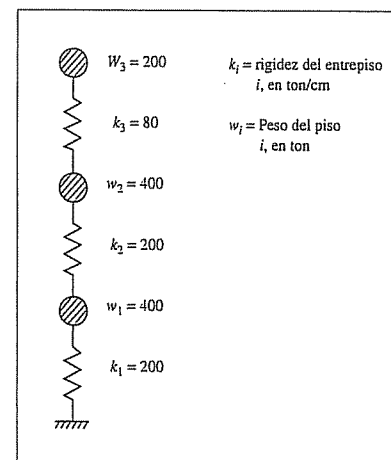


Figura 3.7 Sistema tratado en el ejemplo de la sección 3.3.5.

El valor de cada masa es igual a W_i/g (g es la aceleración de la gravedad), entonces:

$$m_1 = m_2 = 400/981 = 0.407750 \text{ t-seg}^2/\text{cm}.$$

$$m_3 = 200/981 = 0.203875 \text{ t-seg}^2/\text{cm}.$$

Remplazando los valores de k_i , dados en la figura 3.7, obtenemos:

$$\mathbf{K} = 80 \begin{bmatrix} 5.0 & -2.5 & 0.0 \\ -2.5 & 3.5 & -1.0 \\ 0.0 & -1.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

y la ecuación 3.27, $|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0$, se escribe:

$$\begin{bmatrix} 5.0 - 0.407750 \lambda & -2.5 & 0.0 \\ -2.5 & 3.5 - 0.407750 \lambda & -1.0 \\ 0.0 & -1.0 & 1.0 - 0.203875 \lambda \end{bmatrix} = 0$$

donde $\lambda = \omega^2/80$. El desarrollo de este determinante conduce a la siguiente ecuación cúbica:

$$\lambda^3 - 25.751 \lambda^2 + 157.885 \lambda - 184.386 = 0$$

cuyas soluciones son: $\lambda_1 = 1.525$, $\lambda_2 = 7.030$, y $\lambda_3 = 17.190$. Como $\omega^2 = 80 \lambda$, recordando que el periodo es $T = 2\pi/\omega$, se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{array}{lll} \omega_1^2 = 122.0, & \omega_1 = 11.05 \text{ seg}^{-1}, & T_1 = 0.5686 \text{ seg} \\ \omega_2^2 = 562.4, & \omega_2 = 23.71 \text{ seg}^{-1}, & T_2 = 0.2650 \text{ seg} \\ \omega_3^2 = 1375.2, & \omega_3 = 37.08 \text{ seg}^{-1}, & T_3 = 0.1694 \text{ seg} \end{array}$$

Para calcular los modos de vibración, se rempazan los valores de ω^2 en la expresión 3.26. Procediendo así con ω_1^2 , se llega al siguiente sistema homogéneo de ecuaciones:

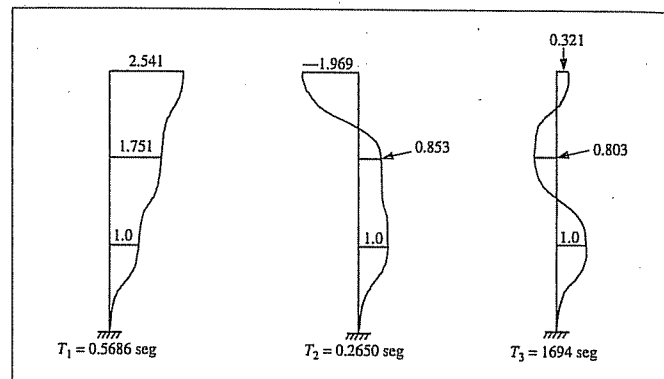


Figura 3.8 Modos de vibrar de la estructura de la figura 3.7.

$$\begin{bmatrix} (400 - 122 \times 0.407750) & -200 & 0.0 \\ -200 & (280 - 122 \times 0.407750) & -80 \\ 0.0 & -80 & (80 - 122 \times 0.203875) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_{11} \\ z_{21} \\ z_{31} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

En z_{ij} , el índice i se refiere al nivel mientras que j identifica el modo. Podemos escoger arbitrariamente alguna z_{ij} , por ejemplo $z_{11} = 1$; entonces, de la primera ecuación se calcula $z_{21} = 1.751$ y de la segunda o tercera ecuación encontramos $z_{31} = 2.541$; por tanto:

$$Z_1 = \begin{Bmatrix} z_{11} \\ z_{21} \\ z_{31} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.751 \\ 2.541 \end{Bmatrix}$$

Análogamente, empleando los valores de ω_2^2 y de ω_3^2 , respectivamente, se obtienen:

$$Z_2 = \begin{Bmatrix} z_{12} \\ z_{22} \\ z_{32} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.853 \\ -1.969 \end{Bmatrix}$$

$$Z_3 = \begin{Bmatrix} z_{13} \\ z_{23} \\ z_{33} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.804 \\ 0.321 \end{Bmatrix}$$

Las formas de estos tres modos de vibrar se aprecian en la figura 3.8. Recuérdese que cada uno de ellos puede multiplicarse por cualquier constante arbitraria. Podemos verificar la solución constataando la ortogonalidad de los modos con respecto a las matrices de masas y de rigideces. Por ejemplo, con el primer y tercer modos se tiene:

$$Z_1^T M = \{ 1.00 \quad 1.751 \quad 2.541 \} \begin{bmatrix} 0.40775 & 0 & 0 \\ 0 & 0.40775 & 0 \\ 0 & 0 & 0.203875 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.40775 \\ 0.71397 \\ 0.51805 \end{Bmatrix}$$

$$Z_1^T M Z_3 = 0.40775 \times 1.0 - 0.71397 \times 0.804 + 0.51805 \times 0.321 = 0.00001 \approx 0.$$

Análogamente, con la matriz de rigideces tenemos

$$Z_1^T K = \{ 1.00 \quad 1.751 \quad 2.541 \} \begin{bmatrix} 400 & -200 & 0 \\ -200 & 280 & -80 \\ 0 & -80 & 80 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 49.8 \\ 87.0 \\ 63.2 \end{Bmatrix}$$

$$Z_1^T K Z_3 = 49.8 \times 1.0 - 87.0 \times 0.804 + 63.2 \times 0.321 = 0.139 \approx 0.$$

Los resultados no son exactamente cero por errores de redondeo.

3.4 CALCULO NUMÉRICO DE MODOS Y FRECUENCIAS DE VIBRAR

El procedimiento seguido en la sección precedente para obtener modos y periodos de vibrar es laborioso e impráctico en sistemas de más grados de libertad. Por ello se han desarrollado métodos numéricos de aproximaciones sucesivas, tres de los cuales se presentan a continuación. Los dos primeros son apropiados para emplearse con una calculadora de escritorio o una hoja electrónica de trabajo, y el tercero es un método matricial, adecuado para programas para computadora.

3.4.1 Método de Newmark

Este método, propuesto por su autor en 1943, está basado en el proceso de iteración de Stodola-Vianello (Rosenblueth y Esteve, 1962). En la forma en que a con-

Tabla 3.2 Método de Newmark.

Renglón	K (ton/cm)	200		200		200	
	M ($\frac{\text{ton} \cdot \text{seg}^2}{\text{cm}}$)		0.408		0.408		0.204
1	X		1.00		2.000		3.000
2	F/ω^2		0.408		0.816		0.612
3	V/ω^2	1.836		1.428		0.612	
4	$\Delta Y/\omega^2$	0.00918		0.00714		0.00765	
5	Y/ω^2		0.00918		0.01632		0.02397
6	ω^2		109		123		125
1	X		1.000		1.780		2.610
2	F/ω^2		0.408		0.726		0.532
3	V/ω^2	1.664		1.258		0.532	
4	$\Delta Y/\omega^2$	0.00837		0.00629		0.00665	
5	Y/ω^2		0.00837		0.01466		0.2131
6	ω^2		119		121		122
1	X		1.000		1.750		2.550
2	F/ω^2		0.408		0.714		0.520
3	V/ω^2	1.642		1.234		0.520	
4	$\Delta Y/\omega^2$	0.00821		0.00617		0.0065	
5	Y/ω^2		0.00821		0.01438		0.02088
6	ω^2		121.8		121.7		122.1
			1.000		1.752		2.543

$$\omega^2 = \frac{\sum (F/\omega^2) (Y/\omega^2)}{\sum M (Y/\omega^2)^2} = \frac{0.024475}{0.000201} = 121.0 \text{ seg}^{-2}$$

$$T = 2\pi/\omega = 0.5686 \text{ seg.}$$

tinuación se describe, el método es aplicable al cálculo del modo fundamental de vibración de las estructuras llamadas sencilla o cercanamente acopladas. En estas estructuras la masa de los pisos intermedios está ligada sólo a la de los pisos superior e inferior mediante resortes que representan las rigideces de entrepiso correspondientes (la figura 3.7 muestra una estructura de este tipo). En su forma más general el método se puede aplicar a cualquier estructura lineal con acoplamiento entre las diferentes masas (Newmark y Rosenbluth, 1971).

Los pasos en que consiste el método se han aplicado en la tabla 3.2 a la estructura de la figura 3.7 y son los siguientes:

- Supóngase una forma X para el modo. Esta es la que aparece en el renglón 1 de la tabla. Para comenzar, es usualmente apropiado suponer valores iguales al número de orden del piso (de abajo hacia arriba).

- Obtégase la fuerza de inercia en cada masa correspondiente a la configuración supuesta. Estas fuerzas serían $M X \omega^2$; como se desconoce ω^2 , se calculan los productos $M X = F/\omega^2$, que forman el segundo renglón de la tabla.
- A partir de las fuerzas de inercia calcúlense las fuerzas cortantes en los entrepisos, también divididas entre ω^2 ; esto es, se calcula V/ω^2 , como se anota en el tercer renglón de la tabla.
- Dividiendo las fuerzas cortantes entre las rigideces de entrepiso, obténganse las deformaciones de entrepiso también divididas entre ω^2 . Esto se presenta en el renglón cuarto de la tabla como $\Delta Y/\omega^2$.
- Acumulando deformaciones de entrepiso determínese una nueva configuración de los desplazamientos de las masas Y/ω^2 (quinto renglón de la tabla).
- Obtégase ω^2 para cada masa, como los cocientes $X_i/(Y_i/\omega^2)$; así se llega al sexto renglón de la tabla. Si la configuración X supuesta es la correcta, resultará el mismo valor para todas las masas; en caso contrario, es necesario repetir todos los pasos empezando con una forma de modo proporcional a Y/ω^2 hasta que se obtengan valores de ω^2 suficientemente parecidos en todas las masas. Así se obtiene una convergencia en general bastante rápida.

La tabla 3.2 incluye tres iteraciones, que llevaron a una aproximación suficiente. Los valores de X en cada iteración se normalizaron de manera que la masa del primer piso tuviese un desplazamiento unitario; lo cual permite apreciar cómo se va modificando de una iteración a otra la forma del modo. Para calcular la frecuencia se pueden promediar los valores del último ciclo o, mejor aún, determinarla con el cociente de Schwartz (que es una forma del cociente de Rayleigh), como sigue:

$$\omega^2 = \frac{\sum_i (F_i/\omega^2) (Y_i/\omega^2)}{\sum_i F_i (Y_i/\omega^2)^2}$$

Se emplean los valores de F_i y Y_i del último ciclo. En el ejemplo estudiado, ambos criterios conducen a $\omega^2 = 121.9 \text{ seg}^{-2}$ y la forma del modo es (1.000, 1.752, 2.543). Estos resultados difieren de los obtenidos en la sección 3.3.5 sólo en la cuarta cifra significativa.

3.4.2 Método de Holzer

Para calcular modos superiores al primero, podemos emplear el procedimiento debido a Holzer (Crandall y Strang, 1957). Este método es solamente aplicable a estructuras sencillamente acopladas (véase la introducción al método de Newmark, en la sección precedente). Los pasos a dar son:

- Supóngase arbitrariamente un valor de ω^2 mayor que el del modo fundamental, previamente obtenido por cualquier método.
- Supóngase la amplitud del movimiento X_1 de la primera masa a partir del apoyo. Conviene suponer un valor unitario. Esta amplitud supuesta es también igual al desplazamiento ΔX_1 del primer entrepiso.
- Calcúlense la fuerza cortante en el primer resorte, $V_1 = K_1 \Delta X_1$, donde K_1 es la rigidez de entrepiso, y la fuerza de inercia en la primera masa, $F_1 = M_1 \omega^2 X_1$.

- d) Por equilibrio determínese la fuerza cortante en el segundo resorte $F_2 = V_1 - F_1$.
- e) Obténgase la deformación de este último, $\Delta X_2 = F_2 / K_2$.
- f) Cálculase la amplitud del desplazamiento de la segunda masa, $X_2 = X_1 + \Delta X_2$, y la fuerza de inercia en la misma, $F_2 = M_2 \omega^2 X_2$.
- g) Repítanse los pasos (d) a (f) con el tercer resorte y la tercera masa.
- h) Continúese el proceso hasta llegar a la última masa. Si se satisface el equilibrio entre la fuerza cortante del último resorte y la fuerza de inercia de la masa aludida, la frecuencia escogida y las amplitudes calculadas corresponden a un modo natural de vibración. Por lo general, tales fuerzas no son iguales y su diferencia constituye un residuo.

Representando en una gráfica los residuos contra los distintos valores de ω^2 supuestos, se obtendrá una curva cuyos ceros corresponden a las frecuencias na-

Tabla 3.3 Método de Holzer.

ω^2 Supuesta	K (ton/cm)	200		200		80		Residuo
	M $\left(\frac{\text{ton}\cdot\text{seg}^2}{\text{cm}}\right)$							
			0.408		0.408		0.204	
500	X ΔX V F	1.000 200.0	1.0000 204.0	- 0.020 - 4.00	0.98 200.0	- 2.550 - 204.0	- 1.570 - 160	- 44
600	X ΔX V F	1.000 200.0	1.000 245.0	- 0.220 - 45.00	0.780 191.0	- 2.950 - 236.0	- 2.170 - 266.0	30
560	X ΔX V F	1.000 200.0	1.000 228.5	- 0.140 - 28.50	- 0.860 195.5	- 2.810 - 225	- 1.950 - 223	- 2.0
563	X ΔX V F	1.000 200.0	1.000 229.7	- 0.149 - 29.70	0.851 195.5	- 2.815 - 225.2	- 1.964 - 225.6	0.4

$$(500 \times 30 + 600 \times 44)/74 = 560 \text{ (interpolación lineal)}$$

$$\bar{\omega}^2 = 560 \times \frac{200 \times 1 + 28.5 \times 0.140 + 225.0 \times 2.810}{228.5 \times 1 + 195.5 \times 0.860 + 223.0 \times 1.950} = 563.0 \text{ (ec. 3.31)}$$

$$\bar{\omega}^2 = 563 \times \frac{200 \times 1 + 29.7 \times 0.149 + 225.2 \times 2.815}{229.7 \times 1 + 195.5 \times 0.851 + 225.6 \times 1.964} = 562.5 \text{ (ec. 3.31)}$$

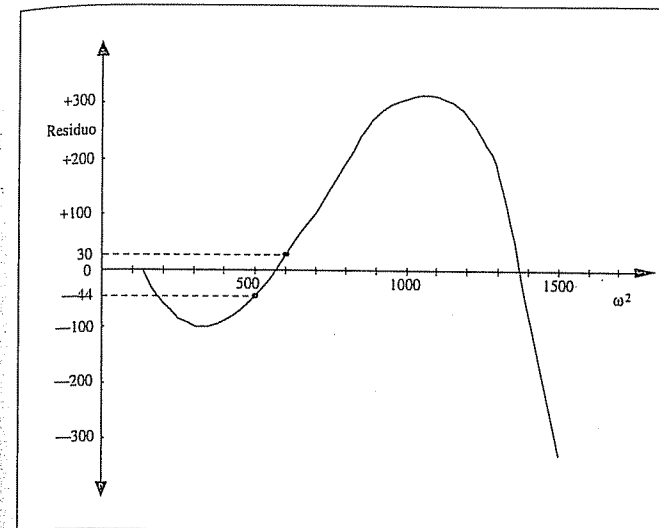


Figura 3.9 Método de Holzer.

turales. Un cambio de signo en los residuos correspondientes a dos valores de ω^2 indica que hay una frecuencia comprendida en ese intervalo de valores y podemos interpolar, por ejemplo linealmente, para lograr una mejor aproximación a la frecuencia buscada.

Cuando se está probando un valor de X suficientemente próximo al correspondiente a un modo de vibrar (cuando el residuo es pequeño), se encuentra que una aproximación más precisa de dicha frecuencia es (Crandall y Strang, 1957).

$$\omega^2 = \omega^2 \frac{\sum_i V_i \Delta X_i}{\sum_i F_i X_i} \quad (3.31)$$

La tabla 3.3 resume los cálculos hechos para el segundo modo del edificio de la figura 3.7. Las operaciones se han hecho con mayor precisión en el último ciclo, y los resultados finales, $\omega_2^2 = 562.5/\text{seg}^2$, y forma modal (1.000, 0.851, -1.964), difieren de los de la sección 3.3.4 sólo en la cuarta cifra significativa.

La gráfica de los residuos versus ω^2 se muestra en la figura 3.9, la cual incluye también puntos correspondientes a la frecuencia del tercer modo de vibrar. El valor calculado para ω_3^2 es 1372/seg² que difiere del de la sección 3.3.4 en menos de 0.3 por ciento.

3.4.3 Método de iteración inversa

Este procedimiento es apropiado para resolver problemas de valores característicos mediante operaciones matriciales. Se parte de que la ecuación 3.26 puede escribirse:

$$\mathbf{KZ} = \omega^2 \mathbf{MZ} \quad (3.32)$$

Los pasos a seguir son:

- Supóngase un valor arbitrario X del vector Z , que es lo mismo que suponer un valor arbitrario de $\omega^2 Z$.
- Calcúlese el vector $X' = M X$.
- Calcúlese el vector Y resolviendo el sistema de ecuaciones siguiente (que proviene de la expresión 3.32)

$$K Y = X' \quad (3.33)$$

- Si el vector Y es igual al vector X multiplicado por una constante, tenemos una forma modal y la constante es igual a $1/\omega^2$. En la práctica se busca que Y sea aproximadamente igual a una constante por X y se calcula ω^2 con la relación siguiente (que es una manera de escribir el cociente de Rayleigh)

$$\omega^2 = \frac{Y^T X'}{Y^T M Y} \quad (3.34)$$

Si Y no es suficientemente parecida a X , se empieza otra vez en el paso a) con un vector X que sea proporcional a Y . Se demuestra, por ejemplo en Bathe y Wilson (1976), que así el proceso converge rápidamente al primer modo.

El método sirve también para determinar modos superiores de vibración si es que los pasos anteriores se aplican empleando en vez de K la matriz K' con un corrimiento de origen, es decir

$$K' = K - \mu M$$

En este caso los valores de Y convergen a la forma del modo cuyo valor de ω^2 sea más cercano a μ y el cociente de Rayleigh (ecuación 3.34) proporciona el valor de $(\omega^2 - \mu)$, así que para calcular ω^2 se debe usar la expresión:

$$\omega^2 = \mu + \frac{Y^T X'}{Y^T M Y} \quad (3.35)$$

como ejemplo, hemos aplicado este método otra vez a la estructura de la figura 3.7, recordando que, en unidades de t, m y seg, las matrices de masas y de rigideces son

$$M = \begin{bmatrix} 0.40775 & 0 & 0 \\ 0 & 0.40775 & 0 \\ 0 & 0 & 0.20388 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 400 & -200 & 0 \\ -200 & 280 & -80 \\ 0 & -80 & 80 \end{bmatrix}$$

Tabla 3.4 Método de interacción inversa (primer modo).

Grado de libertad	1	2	3
X	1.00000	2.00000	3.00000
X'	0.40775	0.81550	0.61164
Y	0.00917	0.01631	0.02396
X	1.00000	1.77778	2.61113
X'	0.40775	0.72489	0.53236
Y	0.00832	0.01461	0.02127
X	1.00000	1.75510	2.55444
X'	0.40775	0.71564	0.52080
Y	0.00822	0.01440	0.02091
X	1.00000	1.75201	2.54388

Nota: Los valores de X , salvo para la primera iteración, son proporcionales a los de Y de la iteración anterior.

$$X' = M X$$

$$Y = K^{-1} X'$$

$$\omega^2 = \frac{Y^T X'}{Y^T M Y}$$

$$\omega^2 = \frac{0.00822 \times 0.40775 + 0.01440 \times 0.71564 + 0.02091 \times 0.52080}{0.00822^2 \times 0.40775 + 0.01440^2 \times 0.40775 + 0.02091^2 \times 0.20388}$$

$$\omega^2 = 122 \text{ seg}^{-2}$$

Los cálculos de varias iteraciones hechas para obtener el primer modo se presentan en la tabla 3.4. Para este tipo de estructura conviene, como en el método de Newmark, suponer como valores iniciales de X cantidades proporcionales al número de orden del grado de libertad (numerados de abajo hacia arriba).

En el paso c) se necesita resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{bmatrix} 400 & -200 & 0 \\ -200 & 280 & -80 \\ 0 & -80 & 80 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{Bmatrix}$$

La solución es:

$$y_1 = (x'_1 + x'_2 + x'_3)/200$$

$$y_2 = 2y_1 - x'_1/200$$

$$y_3 = y_2 + x'_3/80$$

En la tabla 3.5 se muestran los cálculos para el segundo modo. Para esto se adopta en la expresión 3.35 $\mu = 490.5$, entonces la convergencia será al valor de ω^2 más cercano a dicha m . En modos superiores al primero, y aun en éste, conviene suponer que los valores iniciales de x_i son todos iguales a la unidad, a me-

Tabla 3.5 Método de interacción inversa (segundo modo).

Grado de libertad	1	2	3
X	1.00000	1.00000	1.00000
X'	0.40775	0.40775	0.20388
Y	0.00204	-0.00000	-0.01019
X	1.00000	-0.00005	-5.00017
X'	0.40775	-0.00002	-1.01944
Y	0.02447	0.02243	-0.03874
X	1.00000	0.91667	-1.58332
X'	0.40775	0.37377	-0.32281
Y	0.01240	0.01036	-0.02531
X	1.00000	0.83562	-2.04109
X'	0.40775	0.34072	-0.41614
Y	0.01410	0.01207	-0.02745
X	1.00000	0.85545	-1.94653
X'	0.40775	0.34881	-0.39686
Y	0.01376	0.01172	-0.02704
X	1.00000	0.85182	-1.96508

Nota: Los valores de X, salvo para la primera iteración, son proporcionales a los de Y de la iteración anterior.

$$X' = M X \quad ; \quad Y = [K]^{-1} X'$$

$$\rho = Y^T X' / Y^T M Y \quad ; \quad \omega^2 = \mu + \rho$$

$$\rho = \frac{0.01376 \times 0.40775 + 0.01172 \times 0.34881 - 0.02704 \times 0.39686}{0.01376^2 \times 0.40775 + 0.01172^2 \times 0.40775 + 0.02704^2 \times 0.20388}$$

$$\rho = 72.4 \text{ seg}^{-2}; \quad \omega^2 = 490.5 + 72.4 = 562.9 \text{ seg}^{-2}.$$

nos que se tenga una mejor aproximación a la forma modal buscada. La matriz K' resulta entonces:

$$K' = K - \mu M = \begin{bmatrix} 200 & -200 & 0 \\ -200 & 80 & -80 \\ 0 & -80 & -20 \end{bmatrix}$$

Esta vez, en el paso c) se tiene que resolver el sistema

$$\begin{bmatrix} 200 & -200 & 0 \\ -200 & 80 & -80 \\ 0 & -80 & -20 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{Bmatrix}$$

Haciéndolo se obtiene:

$$\begin{aligned} y_1 &= (2x'_1 + x'_2 - 4x'_3)/200 \\ y_2 &= y_1 - x'_1/200 \\ y_3 &= -4y_2 - x'_3/20 \end{aligned}$$

Puede notarse que el método de interacción inversa da, para el primer modo, los mismos resultados que el método de Newmark. De hecho, en este ejemplo en que consideramos un edificio de cortante, ambos procedimientos son equivalentes al de Stodola-Vianello (Rosenbluth y Esteve, 1962). Sin embargo, tal como lo hemos presentado, el método de interacción inversa se puede aplicar cualesquiera que sean las matrices de masas y rigideces y no sólo a sistemas sencillamente acoplados; además, como hemos visto, empleado con corrimientos, sirve para calcular cualquier modo de vibrar. Por tales motivos, dicho método constituye la base de varios algoritmos, como el de iteración de subespacios y el de búsqueda del determinante, apropiados para computadoras. Bathe y Wilson (1976), Weaver y Johnston (1987), Humar (1990) y Clough y Penzien (1993) tratan con más amplitud este método y sus variantes, y describen cómo incorporarlos en programas para computadoras.

3.5 RESPUESTA A TEMBLORES DE SISTEMAS SIN TORSIÓN

Cuando una estructura elástica de varios grados de libertad como la que se muestra en la figura 3.6 está sujeta al movimiento prescrito de su base, es decir a un acelerograma dado $s(t)$, sus masas sufren desplazamientos que dependen del tiempo y de la aceleración basal y pueden calcularse resolviendo el sistema de ecuaciones diferenciales 3.20. A partir de los desplazamientos se pueden determinar las fuerzas actuantes en los diferentes componentes de la estructura. A continuación presentamos los métodos de solución más comunes.

3.5.1 Análisis modal

El llamado análisis modal aprovecha las propiedades de los modos de vibración descritas en la sección 3.3.3 para reducir el problema de resolver un sistema acoplado de n ecuaciones diferenciales al de n ecuaciones diferenciales desacopladas. El concepto fundamental es que en un instante dado, los desplazamientos de las masas de un sistema de varios grados de libertad pueden expresarse como la suma de los desplazamientos debidos a la participación de cada uno de los modos naturales, puesto que los mismos constituyen un conjunto completo; esto es:

$$u(t) = \sum Y_j(t) Z_j \quad (3.36)$$

o en términos completamente matriciales:

$$u(t) = Z Y(t) \quad (3.37)$$

En las expresiones anteriores:

$u(t)$ = vector de desplazamientos relativos a la base de las masas en el instante t .

$Y_j(t)$ = función escalar que expresa la variación con respecto al tiempo de la participación del modo j .

$Y(t)$ = vector columna cuyos elementos son las $Y_j(t)$.

Z_j = j -ésimo vector modal en el que el término z_{ij} es amplitud del desplazamiento de la masa m_i .
 Z = matriz modal cuya j -ésima columna es el modo Z

Σ expresa suma sobre todos los modos de vibrar.

Sustituyendo $u(t)$ en la ecuación 3.20 obtenemos:

$$M Z \ddot{Y}(t) + C Z \dot{Y}(t) + K Z Y(t) = -M \mathbf{1} \ddot{s}(t) \quad (3.38)$$

Recordemos que gracias a las propiedades de ortogonalidad de los modos se tiene:

$$Z^T M Z = M^* \\ Z^T K Z = K^*$$

donde las matrices transformadas M^* y K^* son diagonales. Consideramos además que la matriz de amortiguamientos C , se diagonaliza bajo la misma transformación modal, o sea que $Z^T C Z = C^*$, siendo C^* también diagonal. Premultiplicando ambos miembros de 3.38 por Z^T nos queda:

$$M^* \ddot{Y}(t) + C^* \dot{Y}(t) + K^* Y(t) = -Z^T M \mathbf{1} \ddot{s}(t) \quad (3.39)$$

como los términos fuera de la diagonal de las matrices transformadas son nulos, la fila j del sistema de ecuaciones diferenciales 3.39 resulta:

$$m_j^* \ddot{Y}_j(t) + c_j^* \dot{Y}_j(t) + k_j^* Y_j(t) = -Z_j^T M \mathbf{1} \ddot{s}(t) \quad (3.40)$$

m_j^* , c_j^* y k_j^* se llaman *masa, amortiguamiento y rigidez generalizados* en el modo j , y están dadas por:

$$m_j^* = Z_j^T M Z_j \\ c_j^* = Z_j^T C Z_j \\ k_j^* = Z_j^T K Z_j \quad (3.41)$$

Dividiendo 3.40 entre m_j^* y definiendo $\omega_j = \sqrt{k_j^*/m_j^*}$, $c_{crj} = 2\sqrt{k_j^* m_j^*}$ y $\xi_j = c_j^*/c_{crj}$ obtenemos:

$$\ddot{Y}_j(t) + 2\xi_j \omega_j \dot{Y}_j(t) + \omega_j^2 Y_j(t) = -[Z_j^T M \mathbf{1}/m_j^*] \ddot{s}(t) \quad (3.42)$$

Es de interés comparar 3.42 con la ecuación 3.2 derivada para un sistema de un grado de libertad, que repetimos a continuación:

$$\ddot{u} + 2\xi \omega \dot{u} + \omega^2 u = -\ddot{s}(t)$$

Como se trata de ecuaciones diferenciales lineales, de esta comparación se desprende que, para el mismo acelerograma $s(t)$, $Y_j(t)$ es igual al desplazamiento de la masa de un sistema simple de un grado de libertad con frecuencia $\omega = \omega_j$ y fracción de amortiguamiento crítico $\xi = \xi_j$ multiplicado por el siguiente factor:

$$p_j = \frac{Z_j^T M \mathbf{1}}{Z_j^T M Z_j} \quad (3.43)$$

En términos de cantidades escalares p_j se expresa:

$$p_j = \frac{\sum m_i z_{ij}}{\sum m_i z_{ij}^2} \quad (3.44)$$

p_j se denomina *coeficiente de participación del modo j* y define la escala a la que interviene este modo en el movimiento. Supongamos que el desplazamiento del sistema de un grado de libertad con frecuencia ω_j y fracción de amortiguamiento crítico ξ_j ante la excitación $s(t)$ es $\phi_j(t)$, entonces $Y_j(t) = p_j \phi_j(t)$. Sustituyendo en la ecuación 3.36 y limitándonos al desplazamiento de la n -ésima masa, inferimos:

$$u_{nj}(t) = Y_j(t) z_{nj} \quad (3.45)$$

$$u_n(t) = \sum u_{nj}(t) = \sum Y_j(t) z_{nj} = \sum p_j \phi_j(t) z_{nj} \quad (3.46)$$

o también:

$$u_n(t) = \sum \phi_j(t) z_{nj} \frac{\sum m_i z_{ij}}{\sum m_i z_{ij}^2} \quad (3.47)$$

Esta última igualdad muestra que, en el instante t , el desplazamiento relativo de la masa n debido a la contribución del modo j se obtiene como el producto de la amplitud de dicha masa en el modo aludido a una escala arbitraria, por el coeficiente de participación p_j , y por una función del tiempo $\phi_j(t)$, que es la misma que proporciona el desplazamiento relativo de la masa de un sistema de un grado de libertad de igual periodo y amortiguamiento que los del modo en cuestión. La función $\phi_j(t)$ puede calcularse con cualquier método analítico o numérico, como los expuestos en la sección 3.2, y tiene unidades de longitud.

3.5.2 Modos ortonormales

El que los modos puedan tener una escala arbitraria significa que podemos multiplicar todos los elementos de cualquier vector modal Z_j por una constante sin afectar ninguna otra de las propiedades modales. En particular, en la ecuación 3.47 el valor de $u_n(t)$ es independiente de la escala que se adopte para los z_{ij} puesto que si los mismos se multiplican por un factor arbitrario α , aparecerá α^2 en el numerador y en el denominador, sin alterar el resultado final.

Es muy conveniente, sin embargo, escalar los modos de manera que todas las masas generalizadas m_j^* sean iguales a la unidad. Se dice entonces que los modos se han normalizado con respecto a la matriz de masas o que son *ortonormales*. Supongamos que conocemos el modo Z_j en una escala cualquiera que lleva en general a $m_j^* = Z_j^T M Z_j \neq 1$. Para obtener el modo ortonormal debemos dividir Z_j por $\sqrt{m_j^*}$; hecha tal operación, de 3.41 deducimos que:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_j^T \mathbf{M} \mathbf{Z}_j &= 1 \\ \mathbf{Z}_j^T \mathbf{C} \mathbf{Z}_j &= 2 \omega_j \xi_j \\ \mathbf{Z}_j^T \mathbf{K} \mathbf{Z}_j &= \omega_j^2 \end{aligned} \quad (3.48)$$

Las fórmulas para el factor de participación se simplifican a:

$$p_j = \mathbf{Z}_j^T \mathbf{M} \mathbf{1} = \sum m_j z_{ij} \quad (3.49)$$

La fuerza de inercia en la masa n vibrando en el modo j es el producto de tal masa por la aceleración correspondiente, es decir $m_n u_{nj}$, donde, según 3.45 a 3.47,

$$\ddot{u}_{nj}(t) = \ddot{Y}_j(t) z_{nj} = p_j \ddot{\phi}_j(t) z_{nj} \quad (3.50)$$

La cortante en la base V_j , en este modo es la suma de las fuerzas en todas las masas:

$$V_j = \sum_n m_n p_j \ddot{\phi}_j(t) z_{nj} = p_j \ddot{\phi}_j(t) \sum_n m_n z_{nj}$$

Puesto que la última suma es igual al factor de participación del j -ésimo modo, se llega a:

$$V_j = p_j^2 \ddot{\phi}_j(t)$$

Teniendo presente que $\phi_j(t)$ tiene unidades de aceleración inferimos que p_j^2 tiene unidades de masa; y por ello se llama *masa efectiva del modo j*. La adición de las masas efectivas es igual a la suma de las masas del sistema; entonces el cuadrado del coeficiente de participación del modo ortonormal j representa la parte de la masa total que genera cortante en la base en dicho modo.

3.5.3 Estructura tratada en la sección 3.3.4

En este ejemplo se determinan los factores de participación para los modos de la estructura mostrada en la figura 3.7. Hemos calculado dichos modos y sus frecuencias de vibrar por varios procedimientos, en la sección 3.3.4, obteniendo:

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.751 \\ 2.541 \end{Bmatrix} ; \quad \mathbf{Z}_2 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.853 \\ -1.969 \end{Bmatrix} ; \quad \mathbf{Z}_3 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.803 \\ 0.321 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= 122.0 \text{ rad/seg}^2; & \omega_2^2 &= 562.4 \text{ rad/seg}^2; & \omega_3^2 &= 1375.0 \text{ rad/seg}^2 \\ T_1 &= 0.569 \text{ seg} & T_2 &= 0.265 \text{ seg} & T_3 &= 0.169 \text{ seg} \end{aligned}$$

Recordando que $m_1 = m_2 = 0.40775$ y $m_3 = 0.203875$ (en t-seg²/cm), se tiene:

$$m_1^* = \mathbf{Z}_1^T \mathbf{M} \mathbf{Z}_1 = 0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times 1.751^2 + 0.203875 \times 2.541^2 = 2.97427$$

$$m_2^* = \mathbf{Z}_2^T \mathbf{M} \mathbf{Z}_2 = 0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times 0.853^2 + 0.203875 \times 1.969^2 = 1.49485$$

$$m_3^* = \mathbf{Z}_3^T \mathbf{M} \mathbf{Z}_3 = 0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times 0.803^2 + 0.203875 \times 0.321^2 = 0.69233$$

Podemos ahora reemplazar cada $\mathbf{Z}_j$ por su correspondiente forma ortonormal dividiéndolo por la respectiva $\sqrt{m_j^*}$, arribando a los siguientes resultados:

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{Bmatrix} 0.580 \\ 1.015 \\ 1.473 \end{Bmatrix} ; \quad \mathbf{Z}_2 = \begin{Bmatrix} 0.818 \\ 0.698 \\ -1.610 \end{Bmatrix} ; \quad \mathbf{Z}_3 = \begin{Bmatrix} 1.202 \\ -0.966 \\ 0.386 \end{Bmatrix}$$

Los coeficientes de participación se calculan con la ecuación 3.49 que lleva a:

$$p_1 = 0.40775 \times 0.580 + 0.40775 \times 1.015 + 0.203875 \times 1.473 = 0.9508$$

$$p_2 = 0.40775 \times 0.818 + 0.40775 \times 0.698 - 0.203875 \times 1.610 = 0.2896$$

$$p_3 = 0.40775 \times 1.202 - 0.40775 \times 0.966 + 0.203875 \times 0.386 = 0.1747$$

3.5.4 Edificio tratado en la sección 2.4.3

Consideremos el edificio de la figura 2.30. Los datos necesarios para obtener sus periodos y modos de vibrar en dos direcciones ortogonales se presentan en la tabla 3.6; donde, para uso posterior, se añaden las dimensiones a y b , de las plantas y la inercia rotacional de las masas J . Con tales datos obtenemos las siguientes matrices de masas (en t-seg²/m) y de rigideces laterales (en t/m) para cada dirección de análisis, las tres de tamaño 5×5 :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 9.174 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12.232 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15.291 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15.291 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 18.349 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_x = \begin{bmatrix} 4400 & -4400 & 0 & 0 & 0 \\ -4400 & 8800 & -4400 & 0 & 0 \\ 0 & -4400 & 11200 & -6800 & 0 \\ 0 & 0 & -6800 & 13600 & -6800 \\ 0 & 0 & 0 & -6800 & 13600 \end{bmatrix}$$

Tabla 3.6 Masas y rigideces de entrepiso del edificio de la figura 2.30.

Piso o entrepiso	Peso (ton)	Masa	a (m)	b (m)	J	K_x (ton/m)	K_y (ton/m)
5	90	9.174	13.5	7.5	182.34	4400	13300
4	120	12.232	20.0	11.0	531.09	4400	20600
3	150	15.291	20.0	11.0	663.86	6800	23600
2	150	15.291	20.0	11.0	663.86	6800	23600
1	180	18.349	20.0	11.0	796.64	6800	23600

$$g = 9.81 \text{ m/seg}^2.$$

Tabla 3.7 Periodos y modos de vibrar del edificio de la figura 2.30.

a) dirección X					
Modo (j)	1	2	3	4	5
Periodo (segundos)	0.9652	0.3820	0.2400	0.1900	0.1639
Piso (i)	Modos ortonormales z_{ij}				
5	.174848	.182805	-.139606	-.154214	.041695
4	.159373	.079602	.059973	.197472	-.086149
3	.125121	-.083461	.145211	-.051189	.138103
2	.091028	-.138200	-.023458	-.086231	-.173288
1	.048268	-.108839	-.155971	.090731	.088121

b) dirección Y					
Modo (j)	1	2	3	4	5
Periodo (segundos)	0.5116	0.1967	0.1312	0.1005	0.0855
Piso (i)	Modos ortonormales z_{ij}				
5	.172590	.202059	-.159729	-.104761	.043553
4	.154502	.059450	.093256	.177699	-.118622
3	.128907	-.068752	.129374	-.052310	.156788
2	.093963	-.135164	-.031442	-.120668	-.150838
1	.049874	-.112100	-.145512	.116392	.068740

$$K_y = \begin{bmatrix} 13300 & -13300 & 0 & 0 & 0 \\ -13300 & 33900 & -20600 & 0 & 0 \\ 0 & -20600 & 44200 & -23600 & 0 \\ 0 & 0 & -23600 & 47200 & -23600 \\ 0 & 0 & 0 & -23600 & 47200 \end{bmatrix}$$

A partir de estas matrices hemos calculado, con la ayuda de un programa para computadora, los periodos y los modos ortonormales de vibrar que se listan en la tabla 3.7. En el capítulo 7 emplearemos estos resultados para calcular los correspondientes factores de participación así como las masas efectivas para cada modo.

3.6 ANÁLISIS DINÁMICO TRIDIMENSIONAL

El análisis de una estructura ante excitación sísmica debe tener en cuenta todos los grados de libertad necesarios para representar completamente los posibles modos de deformación y las fuerzas de inercia significativas que puedan generarse en tres dimensiones. Bajo la hipótesis de comportamiento elástico, existe una variedad de programas basados en el método del elemento finito, que facilitan el análisis dinámico de modelos tridimensionales con cualquier distribución de masas y rigideces. Las ecuaciones de movimiento tienen esencialmente la forma de la expresión 3.38, aunque las matrices de masas y rigideces contienen usualmente muchos más elementos y ninguna de ellas tiene que ser necesariamente diagonal. Siempre que las suposiciones simplificadoras para disminuir la cantidad de grados de libertad o para emplear subestructuras sean inaceptables, deben usarse estos programas con la ayuda de computadoras personales o estaciones de trabajo. La presentación del método del elemento finito para problemas dinámicos y su instrumentación en programas para computadora rebasan el alcance de la presente publicación; por otro lado, en la literatura técnica se encuentra un número abundante de textos y artículos que los presentan con amplitud y detalle (véase por ejemplo, Przemieniecki, 1968, Weaver y Johnston, 1987 y Bathe y Wilson, 1976).

No obstante, aun cuando se disponga de los recursos de computadora apropiados para analizar un edificio mediante un modelo completamente tridimensional de elementos finitos, no debe perderse de vista que es mayor el esfuerzo que demandan la preparación de datos y la interpretación de resultados, acrecentando la posibilidad de incurrir en problemas numéricos y en errores humanos. Además, es innecesario refinar mucho un modelo elástico que sólo representa de manera aproximada a una estructura que se espera que incurra en comportamiento no lineal para la intensidad del sismo de diseño. Por tales motivos es conveniente usar solamente tantos grados de libertad como sean realmente necesarios para representar las deformaciones y fuerzas relevantes.

Por lo anterior, en el diseño de edificios, así como se hace en el análisis estático, se emplea también en el análisis dinámico tridimensional la hipótesis de que los pisos son diafragmas rígidos. De esta manera el problema global se reduce a uno de tres grados de libertad dinámicos por nivel: dos desplazamientos laterales y un giro alrededor de un eje vertical. Este enfoque se describe en lo que resta de esta sección.

3.6.1 Ecuaciones de equilibrio dinámico

El equilibrio dinámico de un sistema tridimensional considera las fuerzas de inercia, que para la masa i -ésima continúan siendo de la forma $m_i(\ddot{u}_i + \ddot{s})$, las fuerzas en los elementos elásticos, que son el producto de la matriz de rigidez lateral por los desplazamientos laterales (incluyendo los giros) y las fuerzas de amortiguamiento viscoso que se pueden expresar como el producto de una matriz de amortiguamientos por las velocidades. En las fuerzas de inercia necesitamos incluir los productos de las momentos de inercia de las masas con respecto a un eje vertical por las correspondientes aceleraciones rotacionales. Para cada masa o momento

de inercia, la suma de todas las fuerzas o momentos debe ser cero. Así llegamos a las ecuaciones de equilibrio dinámico siguientes:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = -\mathbf{M} \mathbf{R} \ddot{\mathbf{s}}(t) \quad (3.51)$$

La matriz de masas adopta ahora la forma:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & m_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_n \end{bmatrix}$$

Otra diferencia con el caso sin torsión es que mientras las aceleraciones de los pisos ocurren en las dos direcciones horizontales y tienen un componente rotacional, las aceleraciones del terreno existen sólo en la dirección de análisis. Por esta razón, se ha insertado el vector $\mathbf{R}$, que contiene unos en los lugares correspondientes a los grados de libertad orientados en la dirección aludida y ceros en los demás lugares, en el segundo miembro de la expresión 3.51. De esta manera, el acelerograma $\ddot{s}(t)$ aparece solamente en las ecuaciones correspondientes a la dirección del movimiento de la base, como se ilustra en los ejemplos de secciones subsiguientes.

En la matriz $\mathbf{M}$, a los desplazamientos laterales les corresponde la masa traslacional del nivel en cuestión y al giro alrededor del eje vertical le corresponde la inercia rotacional de la masa con respecto a dicho eje. Tratándose de fuerzas sísmicas que obran en los centros de masas de los niveles, es conveniente que los ejes verticales pasen por tales centros. Los métodos para valuar las masas y sus momentos de inercia son bastante conocidos y no se tratarán aquí. Cuando la masa está distribuida de manera más o menos uniforme en planta, se puede calcular su momento de inercia como $J = m r^2$, donde m es la masa del piso y r el radio de giro del área de la planta. Por ejemplo, $r = \sqrt{(a^2 + b^2)/12}$ para una planta rectangular de dimensiones a y b .

Los pormenores del procedimiento para determinar la matriz de rigidez lateral cuando los pisos se modelan como diafragmas rígidos, fueron materia de la sección 2.4. En el capítulo 7 describiremos cómo se suele incorporar el amortiguamiento en el cálculo de la respuesta a temblores.

3.6.2 Análisis modal

Nuevamente, las frecuencias de vibrar de sistemas con torsión se pueden calcular resolviendo la ecuación $|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0$. Para edificios de más de un piso, es prácticamente imprescindible recurrir a procedimientos numéricos programados para computadoras. Entre los métodos expuestos en la sección 3.4, el de iteración inversa es aplicable sin cambios al problema entre manos, proporcionando también los modos correspondientes.

Los modos de vibración están formados esta vez por desplazamientos y rotaciones, en concordancia con los grados de libertad elegidos, y cumplen las propiedades enunciadas en la sección 3.3.3. Por tanto, la solución modal de las ecuaciones de

equilibrio dinámico dadas por la expresión 3.51 sigue los pasos descritos en la sección 3.5.1 para estructuras con desplazamientos en una sola dirección horizontal, a las que corresponden las ecuaciones de la expresión 3.20. La única diferencia entre 3.20 y 3.51 es la presencia del vector $\mathbf{R}$ en lugar del vector $\mathbf{1}$, lo cual afecta solamente la fórmula para calcular el coeficiente de participación del modo j , que ahora se escribe:

$$p_j = (\mathbf{Z}_j^T \mathbf{M} \mathbf{R}) / (\mathbf{Z}_j^T \mathbf{M} \mathbf{Z}_j)$$

Conviene una vez más emplear modos ortonormales, con lo que nos queda:

$$p_j = \mathbf{Z}_j^T \mathbf{M} \mathbf{R} \quad (3.52)$$

Las masas efectivas de los modos permanecen iguales a los cuadrados de los correspondientes coeficientes de participación y su suma también proporciona la masa total del edificio. Se mantienen sin cambios las expresiones para determinar los desplazamientos modales.

3.6.3 Edificio de un piso

Los principales conceptos involucrados en el análisis modal tridimensional se ilustran a continuación resolviendo el caso sencillo propuesto en la figura 3.10, que permite ejecutar manualmente las operaciones matriciales. Los grados de libertad dinámicos son tres: los desplazamientos u y v en las direcciones de los ejes X y Y y el giro alrededor de un eje vertical θ , también indicados en la figura 3.10. Conviene que tal eje pase por el centro de masas. El primer paso del análisis consiste en determinar las correspondientes matrices de masas y rigideces, que en este caso son:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m a^2/6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2.5 k & 0 & 0.25 k a \\ 0 & 2.0 k & 0 \\ 0.25 k a & 0 & 1.125 k a^2 \end{bmatrix}$$

El término (3,3) de $\mathbf{M}$ es el momento polar de inercia de la masa m con respecto a su centro, $J = m (a^2 + a^2)/12 = m a^2/6$. El término (3,3) de $\mathbf{K}$ es el momento con respecto a dicho punto cuando se da un giro unitario a la planta (con lo cual el marco se desplaza $a/2$). La ecuación 3.27 se escribe entonces:

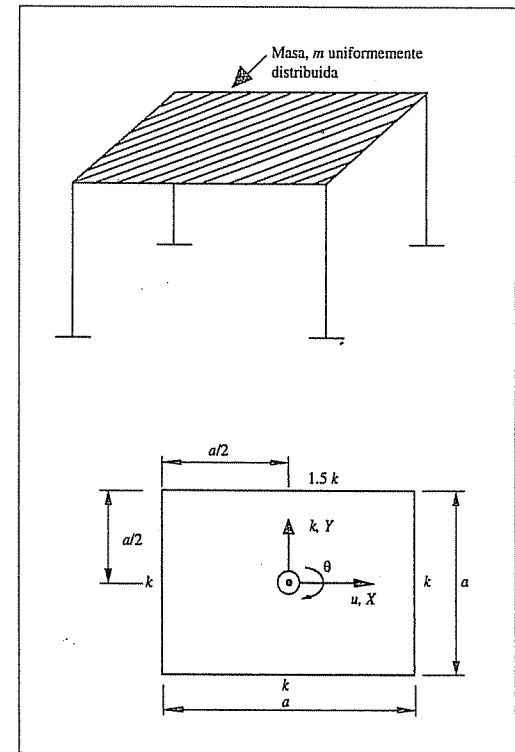


Figura 3.10 Edificio de un piso con torsión.

$$|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = \begin{vmatrix} (2.5k - \omega^2 m) & 0 & 0.25ka \\ 0 & (2.0k - \omega^2 m) & 0 \\ 0.25ka & 0 & (1.125ka^2 - \omega^2 ma^2/6) \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando el determinante y efectuando algunas operaciones se llega a:

$$(2.5k - \omega^2 m)(\omega^4 m - 9.25k\omega^2 m + 16.5k^2/m^2) = 0$$

cuyas tres soluciones son $\omega_1^2 = 2.0 k/m$, $\omega_2^2 = 2.41352 k/m$, y $\omega_3^2 = 6.83648 k/m$. Los correspondientes periodos de vibración son:

$$T_1 = 4.44 \sqrt{m/k}$$

$$T_2 = 4.04 \sqrt{m/k}$$

$$T_3 = 2.40 \sqrt{m/k}$$

Para encontrar las formas modales hay que introducir cada frecuencia en el sistema de ecuaciones siguiente:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{Bmatrix} = 0$$

Empleando ω_1^2 obtenemos:

$$\begin{aligned} 0.5k u_1 + 0 v_1 + 0.25ka \theta_1 &= 0 \\ 0 u_1 + 0 v_1 + 0 \theta_1 &= 0 \\ 0.25ka u_1 + 0 v_1 + 0.792ka^2 \theta_1 &= 0 \end{aligned}$$

De la primera y tercera ecuaciones se concluye que $u_1 = \theta_1 = 0$, y de la segunda que v_1 puede adquirir un valor arbitrario, por ejemplo 1. Así resulta:

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Similarmente, con ω_2^2 y ω_3^2 encontramos que:

$$\mathbf{Z}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -0.3459/a \end{Bmatrix} ; \quad \mathbf{Z}_3 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 17.3459/a \end{Bmatrix}$$

3.6.4 Edificio tratado en la sección 2.4.3

Volviendo al edificio de la figura 2.30, consideraremos ahora los giros de los pisos alrededor de un eje vertical como grados de libertad, obteniendo un total de 15 desplazamientos generalizados y matrices de rigideces y de masas de 15×15 . Si al ordenar los grados de libertad se colocan primero los cinco desplazamientos de los centros de masas en X, luego los cinco desplazamientos en Y, y finalmente los cinco giros, la matriz de masas es:

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J} \end{bmatrix}$$

donde $\mathbf{0}$ es una submatriz llena de ceros y $\mathbf{M}$ y $\mathbf{J}$ son submatrices diagonales que contienen las masas de los pisos y sus momentos de inercia, respectivamente. En la tabla 3.6, para cada piso, hemos calculado J como la masa correspondiente por $r^2 = (a^2 + b^2)/12$. $\mathbf{M}$ se da explícitamente en la sección 3.5.4 y $\mathbf{J}$ viene a ser:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 182.34 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 531.09 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 663.86 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 663.86 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 796.64 \end{bmatrix}$$

La matriz de rigideces lateral se determina según la sección 2.4.3 y tiene la forma:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{xx} & \mathbf{K}_{xy} & \mathbf{K}_{x\theta} \\ \mathbf{K}_{xy}^T & \mathbf{K}_{yy} & \mathbf{K}_{y\theta} \\ \mathbf{K}_{x\theta}^T & \mathbf{K}_{y\theta}^T & \mathbf{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

Las submatrices son todas de 5×5 . $\mathbf{K}_{xx}$ y $\mathbf{K}_{yy}$ se encuentran, con un solo subíndice en la sección 3.5.4. Además, en este ejemplo, $\mathbf{K}_{xy}$ es nula porque todos los elementos resistentes del edificio están orientados en los ejes X o Y, sin que ninguno de ellos tenga componentes en ambos ejes.

Partiendo de las matrices $\mathbf{M}$ y $\mathbf{K}$ podemos obtener hasta 15 periodos con modos de vibrar asociados, con los resultados que se resumen en las tablas 3.8

Tabla 3.8 Modos de vibración tridimensional del edificio de la figura 2.30.

Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Piso	Desplazamientos en X								
5	-0.17549	-0.00044	0.18371	0.00827	0.13773	0.03137	-0.15015	0.04009	0.00565
4	-0.15919	0.00003	0.07228	0.04576	-0.05745	-0.04467	0.19078	-0.08492	-0.00526
3	-0.12492	0.00028	-0.08326	-0.00873	-0.14497	0.01549	-0.04884	0.13832	0.00089
2	-0.09086	0.00029	-0.13425	-0.03578	0.02190	0.01859	-0.08302	-0.17340	0.00029
1	-0.04809	0.00022	-0.10635	-0.02457	0.15618	-0.02209	0.08737	0.08787	-0.00046
Piso	Desplazamientos en Y								
5	0.00071	0.17362	-0.00924	0.05598	0.00913	0.19387	0.03574	-0.00062	-0.15538
4	-0.00017	0.15413	0.00342	-0.01483	-0.00063	0.05695	0.01759	-0.00075	0.09948
3	-0.00015	0.12860	0.00370	-0.02022	-0.00328	-0.06586	-0.01151	0.00014	0.12201
2	-0.00011	0.09375	0.00294	-0.01771	-0.00390	-0.12987	-0.02913	0.00041	-0.03645
1	0.00002	0.04978	0.00056	-0.00419	-0.00169	-0.10895	-0.02728	0.00167	-0.14024
Piso	Giros								
5	-0.00051	-0.00003	0.00606	-0.02645	-0.00027	0.00779	0.00214	0.00214	-0.01561
4	-0.00039	-0.00039	0.00492	-0.02377	-0.00166	0.00218	0.00327	0.00038	-0.00045
3	-0.00029	-0.00015	0.00384	-0.02025	-0.00213	0.00256	0.00353	-0.00028	-0.00094
2	-0.00020	-0.00007	0.00273	-0.01496	-0.00188	0.00203	0.00281	-0.00123	-0.00170
1	-0.00010	-0.00004	0.00148	-0.00798	-0.00129	0.00136	0.00153	-0.00114	-0.00109

Tabla 3.9 Periodos tridimensionales del edificio de la figura 2.30.

Modo	Periodo (seg)	Modo	Periodo (seg)	Modo	Periodo (seg)
1	0.9662	6	0.1967	11	0.1030
2	0.5119	7	0.1892	12	0.0880
3	0.3857	8	0.1641	13	0.0857
4	0.3185	9	0.1325	14	0.0686
5	0.2401	10	0.1236	15	0.0569

y 3.9. Obsérvese que varios de los modos tridimensionales tienen desplazamientos predominantes en una de las dos direcciones de análisis, en cuyo caso dichos desplazamientos son similares a los de uno de los modos unidimensionales (obtenidos sin incluir giros de los pisos); en estos casos el periodo del modo tridimensional es muy cercano al del modo unidimensional asociado. Por ejemplo, en la tabla 3.8 se aprecia que en el primer modo tridimensional predominan los desplazamientos en X; según la tabla 3.9 el periodo de este modo es 0.966 segundos, valor prácticamente igual al del primer modo unidimensional en la dirección en cuestión, que, según la tabla 3.7, vale 0.965 segundos.

3.6.5 Análisis paso a paso

En las secciones que anteceden, hemos visto que en el análisis modal la respuesta de un sistema de varios grados de libertad, con o sin torsión, se expresa en términos de funciones $\theta_j(t)$, cada una de las cuales es el desplazamiento relativo de la masa de un sistema de un grado de libertad de igual periodo y amortiguamiento que los del modo j . Las $\theta_j(t)$ pueden calcularse con cualquier método analítico o numérico, como los expuestos en la sección 3.2, por ejemplo, mediante la integral 3.6. Sin embargo, hemos señalado también la conveniencia de resolver numéricamente las ecuaciones de equilibrio dinámico mediante métodos *paso a paso*, como el β de Newmark (ver sección 3.2.4). Procediendo de tal manera, se determinan las $\theta_j(t)$ y sus derivadas para tantos instantes como puntos tenga el acelerograma, y las sumas que arrojan la respuesta total del sistema de varios grados de libertad (expresiones 3.47, 3.50 o similares) se ejecutan en cada uno de dichos instantes.

Por otro lado, los métodos paso a paso se pueden emplear para resolver directamente las ecuaciones de movimiento de sistemas de varios grados de libertad, sin necesidad de extraer periodos ni modos de vibración. Siguiendo los pasos descritos en la sección 3.2.4, a partir de la ecuación 3.51 se llega a:

$$\mathbf{M} \mathbf{a} + \mathbf{C} \mathbf{v} + \mathbf{K} \mathbf{u} = -\mathbf{M} \mathbf{R} \ddot{\mathbf{s}}(t)$$

y también:

$$\mathbf{M} \Delta \mathbf{a} + \mathbf{C} \Delta \mathbf{v} + \mathbf{K} \Delta \mathbf{u} = -\mathbf{M} \mathbf{R} \{\ddot{\mathbf{s}}_1(t) - \ddot{\mathbf{s}}(t)\}$$

donde $\mathbf{a}$, $\mathbf{v}$ y $\mathbf{u}$ son vectores de aceleraciones, velocidades y desplazamientos, respectivamente, y Δ denota sus incrementos en un lapso Δt .

Como ilustración, supongamos que se conocen los vectores $\mathbf{a}$, $\mathbf{v}$ y $\mathbf{u}$ en el instante t , empleando el método de Newmark con $\beta = 1/4$, sus valores en $t + \Delta t$ se calculan como sigue:

a) calcúlese la matriz $\mathbf{K}^* = \mathbf{K} + (2/\Delta t) \mathbf{C} + (4/\Delta t^2) \mathbf{M}$ y su inversa $[\mathbf{K}^*]^{-1}$

b) para cada paso:

b.1 calcúlese $\Delta \mathbf{s}^* = -\mathbf{M} \mathbf{R} (\ddot{\mathbf{s}}_1 - \ddot{\mathbf{s}}) + [4/\Delta t \mathbf{M} + 2 \mathbf{C}] \mathbf{v} + 2 \mathbf{M} \mathbf{a}$
y $\Delta \mathbf{u} = [\mathbf{K}^*]^{-1} \Delta \mathbf{s}^*$

b.3 determinense $\Delta \mathbf{v} = [2/\Delta t] \Delta \mathbf{u} - \mathbf{v}$

y $\Delta \mathbf{a} = [4/\Delta t^2] \Delta \mathbf{u} - [4/\Delta t] \mathbf{v} - 2 \mathbf{a}$

b.4 los vectores de aceleraciones, velocidades y desplazamientos en $t_1 = t + \Delta t$ son:

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{a} + \Delta \mathbf{a}$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v} + \Delta \mathbf{v}$$

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}$$

c) Se prosigue al paso siguiente con $\mathbf{a} = \mathbf{a}_1$, $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1$ y $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1$.

Nuevamente, para comenzar el proceso se toma en cuenta que antes del temblor la masa está en reposo, es decir que cuando $t = 0$ los vectores de desplazamientos y velocidades son nulos ($\mathbf{v} = \mathbf{u} = \mathbf{0}$). Para satisfacer equilibrio dinámico en el primer paso se requiere que $\mathbf{a}(0) = -\mathbf{R} \ddot{\mathbf{s}}(0)$, con lo que se conocen todos los valores iniciales necesarios.

Entre las ventajas de la aplicación directa de integración numérica a ecuaciones de sistemas de varios grados de libertad se cuentan que no hay que resolver el problema de valores característicos y que la matriz de amortiguamientos no está restringida a ser diagonalizable bajo la transformación modal, como se requiere en el análisis modal. En cambio, las operaciones llevadas a cabo con matrices de tamaño n son bastante más numerosas que n veces las operaciones con cantidades escalares, sobre todo porque es común que en edificios de varios pisos se requieran intervalos Δt pequeños de integración para lograr una precisión aceptable, ya que en general es preciso asegurar que $\Delta t/T < 0.1$, donde T es esta vez el mínimo periodo que tiene una participación significativa en la respuesta estructural. Esta dificultad se puede aliviar en el análisis modal usando diferentes intervalos Δt para cada modo, de acuerdo con su correspondiente periodo.

3.7 SISTEMAS SUELO-ESTRUCTURA

El análisis de edificios se lleva normalmente a cabo suponiendo que el movimiento que se aplica en su base, o las fuerzas estáticas equivalentes que obran en sus distintos niveles, son independientes de las características de la cimentación. Sin embargo, existen casos en que el movimiento en cualquier punto de la frontera suelo-estructura es sensiblemente diferente del que habría ocurrido en dicho punto si la estructura no estuviese presente; en estos casos se dice que existe interacción suelo-estructura.

Conviene estudiar el problema considerando primero las diferencias en el movimiento del terreno que provienen de la rigidez del sistema estructura-cimentación como si no tuviera masa, lo cual se denomina interacción cinemática, porque es causada fundamentalmente por la geometría y rigidez de la cimentación (Whitman y Bielak, 1980, Roeset, 1981). Las diferencias consisten en general en un filtrado de los componentes traslacionales del movimiento en cuestión (disminución de su amplitud en el intervalo de frecuencias altas y medias) y en la modificación de componentes rotacionales y torsionales. Estos efectos parcialmente motivan que en los reglamentos se estipulen excentricidades accidentales, que generan torsiones en planta aun en edificios completamente simétricos.

En un segundo paso se consideran las fuerzas de inercia que se generan por la vibración de las masas de la cimentación y de la estructura, que da lugar no sólo a elementos mecánicos dentro de los distintos miembros que las componen, sino también a tres fuerzas y tres momentos referidos a dos ejes horizontales y uno vertical en la base. Si el suelo no es muy rígido, tales fuerzas y momentos producen deformaciones que modifican el movimiento en la cimentación. Se habla en este caso de interacción inercial. Una manera de tomar en cuenta este tipo de interacción consiste en modificar las características dinámicas de la estructura. Aquí presentamos brevemente este enfoque cuyos detalles se tratan más ampliamente en varias publicaciones, por ejemplo Roeset et al. (1973), Bielak (1976), Wolf (1985, 1987), Gazetas (1991a) y Avilés et al. (1992).

3.7.1 Ecuaciones de movimiento

Para ilustrar los conceptos involucrados en la dinámica de sistemas suelo-estructura, consideremos el sistema de la figura 3.11, que consiste en una masa m , soportada por una estructura elástica con rigidez lateral k , la cual a su vez se apoya sobre una cimentación rígida de masa m_x enterrada en suelo deformable. En aras de sencillez, se ignoran además los desplazamientos verticales del suelo, con lo cual la flexibilidad del mismo queda representada por dos resortes: uno traslacional en la dirección horizontal y otro rotacional, con rigideces k_x y k_r , respectivamente. De esta manera, como se ilustra en la figura 3.12, el sistema tiene tres grados de libertad: traslación horizontal de la masa de la estructura con respecto a la cimentación, traslación horizontal de la base y rotación en el plano de movimiento, con respecto al eje centroidal de la superficie de desplante. El vector de desplazamientos es entonces:

$$\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \quad \dot{\mathbf{s}} = \begin{Bmatrix} u \\ u_x \\ \theta \end{Bmatrix}$$

Como vimos en el capítulo 1, los coeficientes de rigidez se derivan dando secuencialmente un valor unitario a cada grado de libertad, manteniendo los demás nulos, como se hace en la figura 3.12. La matriz de rigideces resulta:

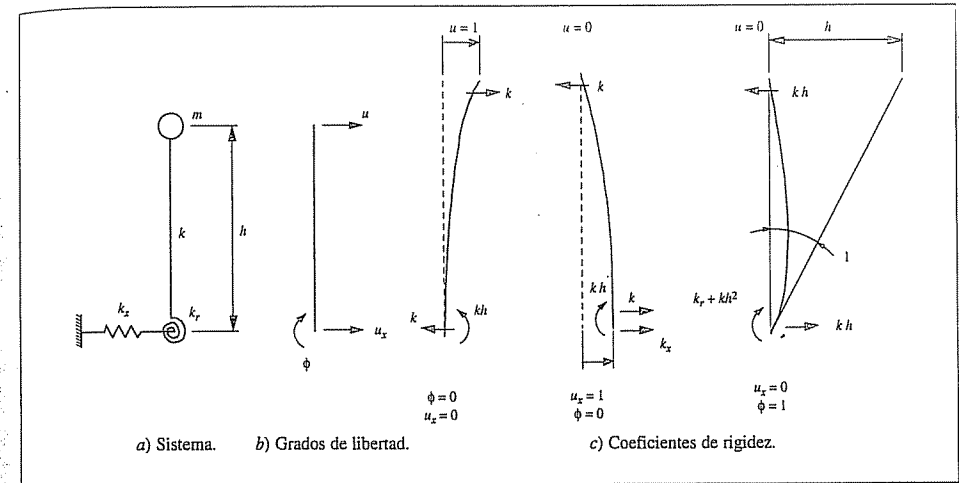


Figura 3.12 Grados de libertad y coeficientes de rigidez de un sistema suelo-estructura.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k & -k & -k h \\ -k & k + k_x & k h \\ -k h & k h & k_r + k h^2 \end{bmatrix}$$

La correspondiente matriz de masas se escribe:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m_x & 0 \\ 0 & 0 & I_r \end{bmatrix}$$

Suponiendo que las columnas son inextensibles y que, por tanto, m gira lo mismo que m_x , el momento de inercia I_r , asociado al giro θ , es el debido a las masas cuando giran con respecto al eje de rotación en la base, obteniéndose:

$$I_r = m_x r_x^2 + m r^2 + m h^2$$

r y r_x son los radios de giro de m y m_x , respectivamente.

Cuando el sistema no amortiguado está sujeto a un acelerograma horizontal en la base, las ecuaciones diferenciales de movimiento adquieren la siguiente forma matricial:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \mathbf{U} = -\mathbf{M} \mathbf{R} \ddot{\mathbf{s}} \quad (3.52)$$

donde, puesto que las aceleraciones de la base contribuyen sólo a aceleraciones totales horizontales (y no rotacionales) el vector $\mathbf{R}$ es tal que $\ddot{\mathbf{s}}$ aparece en la primera y segunda ecuaciones, pero no en la tercera, es decir:

$$\mathbf{R} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Para distinguir mejor los efectos de distintas fuentes de deformaciones en estudios sobre interacción suelo-estructura, conviene emplear como grados de libertad el producto ϕh y el desplazamiento relativo de la masa de la estructura con respecto a la de la cimentación. Los elementos del nuevo vector de desplazamientos, V , son:

$$\begin{aligned} v_3 &= h u_3 \\ v_2 &= u_2 \\ v_1 &= u_1 - u_2 - h u_3 \end{aligned}$$

En consecuencia, la relación entre los grados de libertad originales y nuevos está dada por:

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 + v_2 + v_3 \\ u_2 &= v_2 \\ u_3 &= v_3/h \end{aligned}$$

Por tanto, la matriz de transformación a , tal que $U = a V$, es:

$$a = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/h \end{bmatrix}$$

Según la expresión 2.3 de la sección 2.1.1, la matriz de rigideces transformada, K^* , es igual a $a^T K a$. Estos productos matriciales se efectúan a continuación:

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} K \\ \begin{bmatrix} k & -k & -k h \\ -k & k + k_x & k h \\ -k h & k h & k_r + k h^2 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} a \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/h \end{bmatrix} \end{matrix} \\ & \begin{matrix} a^T \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1/h \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} a^T K \\ \begin{bmatrix} k & -k & -k h \\ 0 & k_x & 0 \\ 0 & 0 & k_r/h \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} K^* \\ \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k_x & 0 \\ 0 & 0 & k_r/h^2 \end{bmatrix} \end{matrix} \end{aligned}$$

Obsérvese que la nueva matriz de rigideces K^* es diagonal.

Usando el concepto de que la energía cinética es una cantidad escalar independiente de los grados de libertad elegidos, se demuestra que las matrices de masas se transforman de la misma manera que las de rigideces, es decir, mediante el producto $M^* = a^T M a$. En este ejemplo el resultado es:

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} M \\ \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m_x & 0 \\ 0 & 0 & I_r \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} a \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/h \end{bmatrix} \end{matrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} a^T \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1/h \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} a^T M \\ \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ m & m_x & 0 \\ m & 0 & I_r \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} M^* \\ \begin{bmatrix} m & m & m \\ m & m + m_x & m \\ m & m & m + I_r/h^2 \end{bmatrix} \end{matrix} \end{aligned}$$

La matriz de masas, originalmente diagonal, se ha convertido en la matriz llena M^* .

El segundo miembro de la ecuación 3.52 es el vector $-M \ddot{R} \dot{s}$ que se transforma como se indica para vectores de fuerzas en la sección 2.1.1. De acuerdo con la expresión 2.4, dicho vector se premultiplica por a^T , es decir que, teniendo en cuenta que s es una cantidad escalar, debemos efectuar la operación $a^T M \ddot{R}$. Notando que ya hemos obtenido el producto $a^T M$, llegamos a:

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} a^T M \\ \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ m & m_x & 0 \\ m & 0 & I_r \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \ddot{R} \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \\ & \begin{matrix} a^T M \ddot{R} \\ \begin{bmatrix} m \\ m + m_x \\ m \end{bmatrix} \end{matrix} \end{aligned}$$

Todos los componentes del sistema tienen el amortiguamiento interno propio de los materiales correspondientes. En adición, el suelo disipa energía mediante radiación de ondas, dando lugar al llamado amortiguamiento geométrico. Ambas formas de disipación de energía se representan usualmente mediante amortiguadores viscosos ubicados en paralelo con los elementos elásticos. Suponiendo que los coeficientes de amortiguamiento asociados a la velocidades traslacionales de la estructura y la cimentación y a la velocidad rotacional de esta última son c , c_x y c_r , respectivamente, las tres ecuaciones diferenciales del sistema amortiguado son:

$$M^* \ddot{V} + C^* \dot{V} + K^* V = -a^T M \ddot{R} \dot{s} \quad (3.53)$$

donde C^* es la matriz de amortiguamientos, que se escribe de manera similar a la de rigideces, esto es:

$$C^* = \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c_x & 0 \\ 0 & 0 & c_r \end{bmatrix}$$

3.7.2 Estimación aproximada de propiedades dinámicas

Las frecuencias naturales de vibración del sistema suelo-estructura descrito en la sección que antecede pueden calcularse mediante la ecuación 3.27, la cual requiere encontrar los valores de ω^2 que satisfacen $|K - \omega^2 M| = 0$, o, lo que es lo mismo, $|K^* - \omega^2 M^*| = 0$, puesto que las frecuencias son cantidades escalares independientes de los grados de libertad adoptados para describir el movimiento

de la estructura bajo estudio. En la práctica, el impacto de la flexibilidad del suelo en el comportamiento dinámico de un edificio se percibe de manera más acentuada en el modo fundamental, cuya frecuencia se puede estimar mediante el método de iteración inversa, ejecutando los siguientes pasos:

Supongamos que el vector inicial (empleando los grados de libertad v_i) es:

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Entonces el vector $\mathbf{X}' = \mathbf{M}^* \mathbf{X}$ resulta:

$$\mathbf{X}' = \begin{Bmatrix} 3m \\ 3m + m_x \\ 3m + I_r/h^2 \end{Bmatrix}$$

Ignorando los sumandos diferentes de $3m$, y aprovechando que $\mathbf{K}^*$ es diagonal, la solución del sistema de ecuaciones $\mathbf{K}^* \mathbf{Y} = \mathbf{X}'$ arroja:

$$\mathbf{Y} = \begin{Bmatrix} 3m/k \\ 3m/k_x \\ 3m/h^2/k_r \end{Bmatrix}$$

Aplicando la expresión 3.34, anulando también m_x e I_r en la matriz $\mathbf{M}$, encontramos:

$$\omega^2 = \frac{\mathbf{Y}^T \mathbf{X}'}{\mathbf{Y}^T \mathbf{M} \mathbf{Y}} = \frac{1}{m(1/k + 1/k_x + h^2/k_r)} \quad (3.54)$$

El primer modo de vibrar aproximado es el vector $\mathbf{Y}$. Dividiéndolo por $3m$, ya que los modos pueden escalarse arbitrariamente, obtenemos

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{Bmatrix} 1/k \\ 1/k_x \\ h^2/k_r \end{Bmatrix}$$

Se constata que esta aproximación coincide con la deformación estática del sistema suelo-estructura sujeto a una fuerza horizontal unitaria en la masa superior.

Partiendo de la fórmula 3.54, el periodo estimado del sistema con interacción, $T' = 2\pi/\omega$, puede expresarse en función del periodo fundamental de la estructura cuando el suelo es indeformable, $T = 2\pi\sqrt{m/k}$, como sigue:

$$(T'/T)^2 = 1 + k/k_x + k h^2/k_r$$

o también:

$$(T')^2 = T^2 + T_x^2 + T_r^2$$

donde hemos definido $T_x = 2\pi\sqrt{m/k_x}$ y $T_r = 2\pi\sqrt{m h^2/k_r}$.

Esta aproximación fue propuesta por Bielak (1971), quien desarrolló también una expresión para valorar el amortiguamiento efectivo que incluye la disipación de energía por radiación de ondas en el suelo. Como en la derivación de T' se igno-

ran algunas masas, en general se subestima el periodo fundamental, aunque los errores son despreciables, particularmente si se comparan con incertidumbres en el cálculo de los términos que representan la deformabilidad del suelo. Esta manera de considerar la interacción o alguna variante se adopta en versiones recientes de varios reglamentos de construcción (NTDS-RCDF, 1995, FEMA, 1992) como parte de sus pautas para calcular ordenadas espectrales o coeficientes sísmicos y deformaciones adicionales debidas a la flexibilidad del suelo.

3.7.3 Rigideces equivalentes del suelo

En general, en un sistema suelo-estructura con una cimentación rígida, esta última tiene seis grados de libertad: el desplazamiento vertical, los desplazamientos horizontales en dos ejes centroidales perpendiculares, torsión alrededor de un eje vertical y cabeceo alrededor de los dos ejes horizontales. En consecuencia, se requieren los siguientes seis coeficientes de rigidez que representan la restricción que el suelo bajo una estructura opone a tales movimientos:

K_v = rigidez equivalente en la dirección vertical.

K_x = rigideces equivalentes para cada una de las dos direcciones horizontales de análisis.

K_r = dos rigideces equivalentes en rotación con respecto a los ejes centroidales de la base perpendiculares a cada dirección que se analiza.

K_t = rigidez equivalente en torsión con respecto al eje vertical centroidal de la base.

Varios investigadores, entre ellos Bielak (1971), Roesset (1980), Novak (1987), Pais y Kausel (1985, 1988) y Gazetas (1991a y b), han determinado valores de las rigideces equivalentes para diversas formas de cimentaciones rígidas sujetas a excitaciones armónicas. Se ha encontrado que las rigideces ante cargas dinámicas, llamadas también impedancias, dependen de la frecuencia del movimiento y son cantidades complejas cuyas partes imaginarias reflejan el amortiguamiento. No obstante, los resultados correspondientes a cargas estáticas (algunos de ellos conocidos desde hace varias décadas) brindan precisión suficiente para la mayoría de los casos de interés en el análisis sísmico de edificios. A continuación reproducimos las fórmulas propuestas por Pais y Kausel (1985, 1988) para cimentaciones sobre un semiespacio elástico, que se basan tanto en resultados de los proponentes como en los previos de otros autores.

Para cimentaciones circulares enterradas como se muestra en la figura 3.13:

$$K_v = \frac{4 G R}{1 - \nu} [1 + 0.54\eta]$$

$$K_x = \frac{8 G R}{1 - \nu} [1 + \eta]$$

$$K_r = \frac{8 G R^3}{3(1 - \nu)} [1 + 2.3 + 0.58 \eta^3]$$

$$K_t = \frac{16 G R^3}{3} [1 + 2.67 \eta]$$

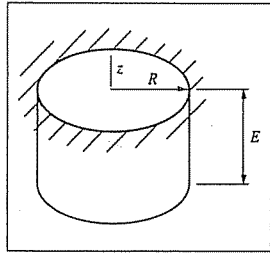


Figura 3.13 Cimentación enterrada de planta circular.

en estas fórmulas G y ν son los módulos de cortante y de Poisson del suelo, respectivamente, R es el radio de la cimentación y η , el cociente de la profundidad de enterramiento entre R .

Para cimentaciones rectangulares enterradas como la de la figura 3.14:

$$K_v = \frac{GB}{1-\nu} [3.1 \lambda^{0.75} + 1.6] [1 + (0.25 + 0.25/\lambda) \eta^{0.8}]$$

$$K_x = \frac{GB}{1-\nu} [6.8 \lambda^{0.65} + 2.4] [1 + \{0.33 + 1.34/(1+\lambda)\} \eta^{0.8}]$$

$$K_y = K_x + 0.8 GB [\lambda - 1] [1 + \{0.33 + 1.34/(1+\lambda)\} \eta^{0.8}]$$

$$K_{rx} = \frac{GB^3}{1-\nu} [3.2\lambda + 0.8] [1 + \eta + 1.6/(0.35 + \lambda)] \eta^2$$

$$K_{ry} = \frac{GB^3}{1-\nu} [3.73 \lambda^{2.4} + 0.27] [1 + \eta + 1.6/(0.35 + \lambda)] \eta^2$$

$$K_t = 16 GR^3 [4.25 \lambda^{2.45} + 0.46] [1 + (1.3 + 1.32/\lambda) \eta^{0.9}]$$

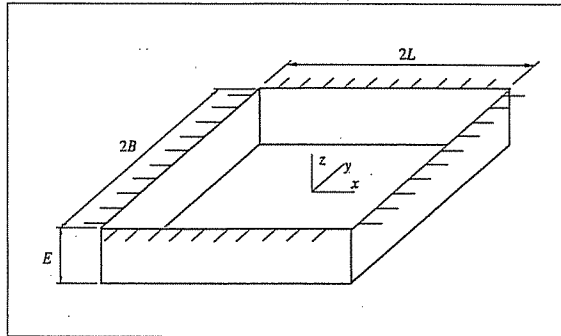


Figura 3.14 Cimentación enterrada de planta rectangular.

$$R_{eq} = (A/\pi)^{1/4} \text{ para rigideces traslacionales}$$

$$R_{eq} = (4 I/\pi)^{1/4} \text{ para rigideces en cabeceo}$$

$$R_{eq} = (2 J/\pi)^{1/4} \text{ para rigidez en torsión.}$$

A es el área de la cimentación, I , su correspondiente momento de inercia alrededor del eje horizontal de cabeceo (I_x o I_y) y J , su momento polar de inercia ($I_x + I_y$).

3.8 ANÁLISIS NO LINEAL

Como hemos comentado en el capítulo 2, existen dos tipos de comportamiento inelástico de edificios: no linealidades geométrica y del material. Ambos se reflejan en cambios en las relaciones cargas-deformación de los elementos que conforman la estructura y, por tanto, modifican las ecuaciones de equilibrio dinámico. El propósito de esta sección es ilustrar los conceptos sobresalientes de métodos de

Las orientaciones de los ejes horizontales (x, y) y las dimensiones B y L de la cimentación están definidas en la figura 3.14; nótese que L se toma como la mayor dimensión. Con referencia a la figura aludida, $\lambda = L/B$, $\eta = E/B$.

Gazetas (1990, 1993) ha desarrollado fórmulas algo más complejas para cimentaciones de geometría arbitraria. Sin embargo, en la mayoría de las ocasiones basta emplear las expresiones para cimentaciones circulares usando los siguientes radios equivalentes:

análisis que incorporan no linealidades, así como el impacto de las mismas en la respuesta sísmica.

3.8.1 Ecuaciones de movimiento

Cuando se consideran efectos no lineales, las ecuaciones de equilibrio dinámico adquieren la forma:

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + [F(u) - K_g u] = -M R \ddot{s}(t)$$

Esta expresión es la misma que 3.51, salvo que el término que representa las fuerzas restitutivas, Ku se ha remplazado por $[F(u) - K_g u]$, donde K_g es la matriz de rigideces geométrica que toma en cuenta los efectos de esbeltez, y $F(u)$ es un vector de fuerzas que es función no lineal del vector de los desplazamientos u . El efecto inmediato de la ausencia de linealidad es que este sistema de ecuaciones no puede resolverse mediante análisis modal.

Por ejemplo, para el sistema masa-resorte-amortiguador de un grado de libertad de la figura 3.15, en el cual el resorte tiene la curva fuerza-desplazamiento elastoplástica mostrada en la misma figura, la ecuación de equilibrio dinámico es:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + [f(u) - (m g/h)u] = -m \ddot{s}(t) \quad (3.55)$$

donde h es la altura de la masa m , u su desplazamiento horizontal, c el coeficiente de amortiguamiento viscoso, g la aceleración de la gravedad, y $f(u)$ representa a la fuerza no lineal en el resorte mediante ecuaciones de varias rectas que describen la trayectoria que sigue la masa.

3.8.2 Solución analítica

Para resolver analíticamente la ecuación 3.55 debemos considerar en qué rama de la curva $f(u)$ se encuentran los desplazamientos. Al principio, la rigidez vale k , la frecuencia es $\omega = \sqrt{k/m}$ y la fuerza en el resorte es ku ; además, en aras de sencillez, ignoraremos el amortiguamiento y los efectos de esbeltez, y supondremos que el movimiento del terreno está definido por una aceleración constante $\ddot{s}(t) = -a$. Entonces, dividiendo la ecuación aludida entre m se escribe:

$$\ddot{u} + \omega^2 u = a$$

Considerando que el sistema está inicialmente en reposo, es decir, que su desplazamiento y velocidad son nulos para $t = 0$, la solución de esta ecuación diferencial resulta:

$$u(t) = a(1 - \cos \omega t)/\omega^2 \quad (3.56)$$

Esta fórmula es válida mientras la fuerza en el resorte no exceda su valor de fluencia f_y , límite que se alcanza cuando el desplazamiento vale u_y . Supongamos que $f_y = ma$, entonces $u_y = f_y/k = m a/k = a/\omega^2$, y la ecuación 3.56 prevalece hasta el tiempo t_1 que satisface la condición:

$$u_y = a/\omega^2 = a(1 - \cos \omega t_1)/\omega^2$$

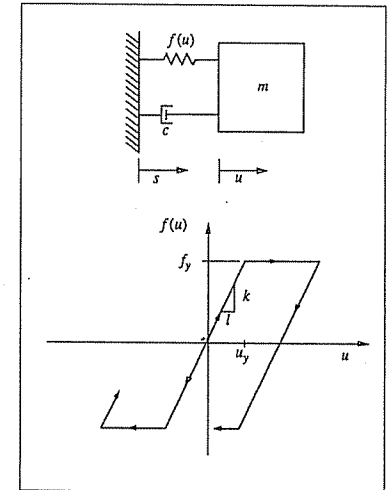


Figura 3.15 Sistema elasto-plástico de un grado de libertad.

de donde $t_1 = \pi/(2\omega)$. Luego de este instante, la pendiente de la curva carga-deformación es plana para desplazamientos crecientes, la fuerza en el resorte se mantiene constante en su nivel de fluencia y la ecuación de movimiento se convierte en:

$$m \ddot{u} + f_y = ma \quad (3.57)$$

La solución se obtiene despejando $\ddot{u}$, efectuando doble integración y teniendo en cuenta que, por continuidad, $u = u_y$ y $\dot{u} = a/\omega$ cuando $t = t_1$. El resultado es:

$$u = u_y + a(t - t_1)/\omega \quad ; \quad t \geq t_1$$

Hasta aquí hemos considerado que la aceleración del terreno $\ddot{s}(t)$ es constante, mientras que en un acelerograma real $\ddot{s}(t)$ varía continuamente. A fin de ilustrar los efectos de un cambio en la aceleración, supongamos que $\ddot{s}(t)$ se anula cuando $t = t_2 = 2t_1 = \pi/\omega$; a partir de este momento, el segundo término de la ecuación 3.57 es cero, y, por tanto, $\ddot{u} = f_y/m$. Integrando dos veces y calculando las constantes de integración de manera que el desplazamiento y la velocidad en $t = t_2$ sean los mismos que al final del tramo anterior, se llega a:

$$u = a \{ -\tau^2/2 + \tau/\omega + 3/\omega^2 \}; \quad t \geq t_2; \quad \tau = t - t_2$$

Esta expresión rige hasta que la velocidad $\dot{u}$ se anula, y, al empezar la masa a moverse en sentido contrario, el resorte recupera su rigidez inicial en la rama de descarga. Derivando la última fórmula e igualando a cero, se puede verificar que esto ocurre cuando $\tau = \tau_3 = 1/\omega$, con $u = u_3 = 3.5a/\omega^2 = 3.5u_y$. Pasado este instante, la ecuación de movimiento cambia una vez más a:

$$m \ddot{u} + k(u - u_3) = 0$$

cuya solución se escribe:

$$u = u_y [2.5 + \cos \omega \tau]$$

Esto indica que la masa está sujeta a movimiento armónico alrededor del punto $2.5 u_y$. Tanto la ecuación como su solución son válidas mientras la fuerza en el resorte se mantiene en la misma rama de la curva fuerza-deformación o hasta que cambia la aceleración del terreno.

3.8.3 Análisis paso a paso

Teóricamente, podríamos emplear métodos analíticos de solución para analizar estructuras no lineales de varios grados de libertad sometidas a acelerogramas reales, pero la impracticabilidad de tal tarea es evidente porque demandaría un número excesivo de cambios en las ecuaciones de movimiento, con diferentes soluciones y requiriendo el cálculo de nuevas condiciones iniciales en cada intervalo de comportamiento. Por tales motivos, el análisis de estructuras no lineales, aun las más sencillas, se lleva a cabo con métodos numéricos similares a los

descritos para estructuras elásticas en la sección 3.2.4, aunque con el requisito adicional de conocer de antemano las curvas carga-deformación de los elementos resistentes y la necesidad de constatar que las fuerzas en dichos elementos se apeguen a la curva que les corresponde.

Una manera sencilla de incorporar la no linealidad en los métodos paso a paso consiste en usar la formulación para sistemas lineales considerando para cada paso de integración la rigidez tangente k_t , definida como el cociente entre los incrementos de fuerzas en el resorte y de desplazamientos en dicho intervalo. De esta manera, la ecuación 3.9 se convierte en:

$$m \Delta a + c \Delta v + k_t \Delta u = -m(\ddot{s}_1 - \ddot{s}) \quad (3.58)$$

En principio, habría que proceder iterativamente porque k_t depende del desplazamiento al final del paso, el cual a su vez se calcula resolviendo una ecuación diferencial en la que uno de los coeficientes es precisamente k_t . Como aproximación, en cada paso se puede usar la rigidez tangente del paso previo, que llamaremos k_p ; es decir, k_p es el valor de k_t en el instante t y se emplea para calcular la respuesta en $t + \Delta t$. Así, estamos resolviendo la siguiente ecuación, en vez de la 3.58:

$$m \Delta a + c \Delta v + k_p \Delta u = -m(\ddot{s}_1 - \ddot{s})$$

Comparando las dos últimas ecuaciones se infiere que el error es $\Delta f = (k_t - k_p) \Delta u$, el cual puede interpretarse como una fuerza desbalanceada en el lapso $t + \Delta t$. Para lograr mejor precisión, evitando iteraciones, se incluye dicha fuerza en el segundo término de la ecuación en el paso siguiente, o sea que se resuelve:

$$m \Delta a + c \Delta v + k_p \Delta u = -m(\ddot{s}_1 - \ddot{s}) - (k_t - k_p) \Delta u'$$

donde las primas denotan valores correspondientes al paso previo.

Si se emplea el método β de Newmark, los pasos de la solución numérica siguen la misma secuencia que para sistemas elásticos dada en la sección 3.2.4, con las salvedades de que k^* se tiene que recalcularse cada vez que cambie la rigidez tangente y que debe añadirse la fuerza desbalanceada en Δs^* .

3.8.4 Espectro de respuesta inelástico

La medida individual más importante de la respuesta sísmica de edificios es el desplazamiento máximo, ya que se relaciona con la amplitud de las vibraciones, con daños en elementos estructurales y no estructurales, con posibles impactos a edificios vecinos, y con las fuerzas y momentos máximos de diseño. En el caso de estructuras no lineales sujetas a temblores severos, se esperan incursiones significativas más allá del límite elástico y que el desplazamiento máximo exceda al de fluencia u_y . Cuando se trata de sistemas elastoplásticos de un grado de libertad, para medir el grado de incursión en el intervalo de comportamiento inelástico, se usa el *factor de ductilidad* o simplemente *ductilidad* μ , definido como el cociente entre el desplazamiento y el de fluencia, esto es:

$$\mu = u_{\max}/u_y$$

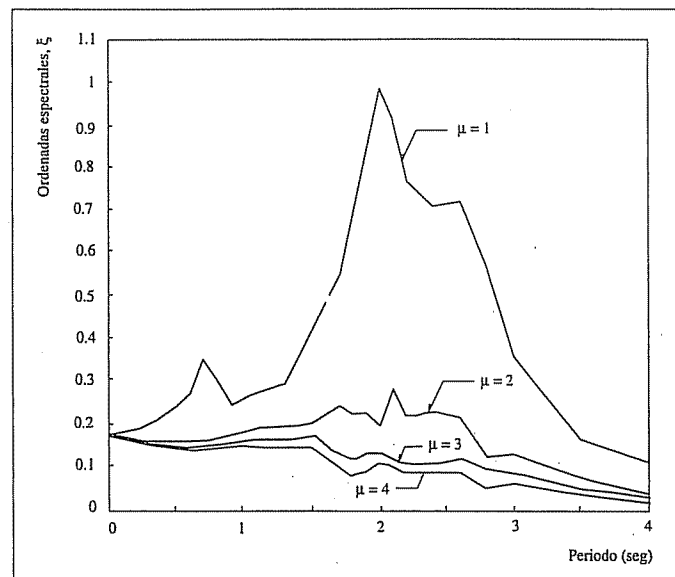


Figura 3.16 Espectros elastoplásticos del registro de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes del temblor del 19 de septiembre de 1985.

acelerograma) dada y una relación de amortiguamiento prescrita, la ductilidad depende del periodo inicial del sistema, T_i , o viceversa, que la fuerza de fluencia F_y , que debe tenerse para no exceder una ductilidad deseable, depende de dicho periodo. Con base en esta observación, se elaboran espectros inelásticos que suministran F_y como función de T_i . Se acostumbra a dibujar la relación F_y/W , en vez de F_y , donde W es el peso del sistema; de manera que el espectro proporciona el coeficiente sísmico inelástico. El amortiguamiento crítico se calcula con la rigidez inicial.

La figura 3.16 muestra los espectros elastoplásticos del acelerograma registrado en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes de México durante el temblor del 19 de septiembre de 1985, correspondientes a un amortiguamiento de 5 por ciento del crítico, para ductilidades de 1, 2, 3 y 4. $\mu = 1$ representa comportamiento elástico. Se observa que para reducir la ductilidad se debe aumentar el coeficiente sísmico, y que este último se mantiene sin cambios para periodo cero, independientemente de la ductilidad.

3.9 COMENTARIOS Y OBSERVACIONES

El análisis dinámico de estructuras requiere mayor cantidad de datos que el análisis ante cargas estáticas por lo cual aumentan las incertidumbres y las posibles fuentes de errores, sin que sea siempre obvio que las suposiciones son conservadoras. Por ejemplo, el uso de un valor reducido del módulo de elasticidad o de pesos algo mayores, no siempre conducen a una mayor respuesta dinámica, ya que ambos cambios afectan los periodos de vibrar de la estructura y se tiene que examinar el espectro de diseño para determinar si la respuesta sísmica aumenta o no. Conviene en general usar la mejor estimación disponible sobre las propie-

En forma más general, para edificios de varios pisos, la ductilidad se toma como el desplazamiento máximo global entre el correspondiente al límite elástico. Aunque el límite aludido es difícil de definir, el concepto de ductilidad se emplea en los reglamentos de construcción para modificar los espectros elásticos tomando en cuenta la capacidad que poseen las estructuras de disipar energía mediante deformaciones inelásticas.

Varias investigaciones analíticas sobre sistemas de un grado de libertad (Bielak, 1966, Bazán y Rosenbluth, 1974, Ridell y Newmark, 1979, entre otros) muestran que para una excitación sísmica (un

dades inerciales y de rigideces de edificio, en el entendido de que los espectros de diseño sísmico ya han sido modificados (ensanchados) para tener en cuenta incertidumbres en los periodos de vibración que resulten de la variabilidad de tales propiedades y de inexactitudes en los métodos de análisis. La sección 4.6 de este texto se ocupa del cálculo de propiedades mecánicas y geométricas de los elementos estructurales para fines de análisis sísmico; el cálculo de masas es más directo, y sólo hacemos notar que los reglamentos de construcción, incluyendo el del Distrito Federal, estipulan cargas vivas para diseño sísmico menores que las máximas especificadas para diseño por cargas gravitacionales, ya que es muy poco probable que las mismas estén presentes simultáneamente en todo el edificio durante un sismo.

La posibilidad de encontrar dificultades numéricas es mayor en análisis dinámico que en estático porque el número y complejidad de operaciones a efectuar es apreciablemente mayor. Por ello, la solución numérica de problemas dinámicos ha sido materia de investigación en años recientes, habiéndose desarrollado métodos bastante especializados como los que se describen en Weaver y Johnson (1987), Humar (1990) y Clough y Penzien (1993). Una contribución reciente para hacer más eficiente y preciso el análisis modal es el uso de los llamados *vectores de Ritz*, los cuales se derivan de manera que satisfacen las propiedades de ortogonalidad con respecto a las matrices de masas y de rigideces, sin ser necesariamente modos de vibrar. Wilson et al. (1982) han propuesto un procedimiento para calcular vectores de Ritz teniendo en cuenta la distribución espacial de las cargas dinámicas de manera que se logran resultados más precisos que si se usa el mismo número de vectores modales convencionales. Es aconsejable el empleo de programas de computadora que incorporen estos métodos. En todo caso, el resultado individual más importante del análisis modal es el periodo fundamental de vibración cuyo valor puede verificarse comparándolo con los que arrojan fórmulas sencillas como las que presentamos en la sección 4.2.2.

Un problema frecuente acontece cuando existen *sistemas secundarios* como tanques, pretiles, equipo electromecánico, etc., que se apoyan en diversas partes de un edificio, y cuyas características de inercia y rigidez pueden ser bastante diferentes de las de la estructura principal. Una situación parecida es la de masas concentradas en puntos intermedios de vigas que se apoyan sólo en sus extremos. Si se incluyen estos sistemas secundarios en el modelo dinámico del edificio pueden ocurrir problemas numéricos o es posible que aparezcan entre los primeros modos de vibrar, a veces hasta como modo fundamental, configuraciones deformadas en las que predominan desplazamientos locales alrededor de tales sistemas. En estas circunstancias, en la solución global aparecen modos y periodos locales, que tienen una masa efectiva muy pequeña. Los reglamentos de construcción contienen prescripciones especiales, como las que trataremos en capítulos posteriores, para efectuar el análisis sísmico de estos sistemas sin incluirlos en el modelo dinámico global. Varios autores (por ejemplo Villaverde y Newmark, 1980, Villaverde, 1986 y Gupta, 1990) han desarrollado métodos para calcular con mayor precisión la respuesta dinámica de sistemas secundarios a partir de los modos y periodos de vibrar de la estructura principal (sin apéndices) y los del sistema secundario considerándolo como apoyado en su base. Se recomienda el uso de estos métodos cuando los sistemas secundarios revistan importancia, porque se previenen problemas numéricos y es posible reanalizar un sistema secundario cuando cambien sus propiedades, sin necesidad de repetir el análisis del edificio.

El análisis dinámico de sistemas suelo-estructura requiere, además de rigideces equivalentes del suelo, de coeficientes de amortiguamiento equivalentes que representen la disipación de energía que ocurre en suelo, con las consiguientes modificaciones fracciones de amortiguamiento crítico del sistema. En rigor los parámetros equivalentes son funciones de la frecuencia de vibración. Para edificios comunes, en general es suficiente considerar el impacto en el periodo fundamental de vibración y en los desplazamientos laterales de las rigideces estáticas calculadas con fórmulas como las expuestas en esta sección. Usualmente, se yerra del lado de la seguridad si se supone que la fracción de amortiguamiento del sistema suelo-estructura es la misma que la de la estructura sobre una base rígida. Cuando sea necesario incorporar explícitamente el amortiguamiento del suelo, se pueden emplear fórmulas sencillas como las propuestas por Pais y Kausel (1985), Gazetas (1991a y b) y Avilés et al. (1992). El trabajo de Gazetas incluye también fórmulas para estimar las rigideces de pilotes que tienen que considerarse en cimentaciones piloteadas. Cabe notar que cuando interacción suelo-estructura es relevante, adicionalmente a los coeficientes de rigidez y amortiguamiento que representan el suelo, cobran importancia la masa y momentos de inercia de la cimentación y ciertas propiedades geométricas como los radios de giro de las masas, la relación de aspecto (definida como altura del edificio sobre dimensión de la base) y la relación de la profundidad de la cimentación a altura del edificio. En cualquier caso, no se justifican refinamientos excesivos en el análisis dinámico cuando existen incertidumbres significativas en las propiedades de suelos, efectos de estructuras adyacentes, contacto entre suelo y cimentación, naturaleza de las vibraciones sísmicas, etc.

Hemos visto que los efectos P- Δ pueden incorporarse en programas para el análisis dinámico introduciendo la matriz de rigideces geométrica en las ecuaciones diferenciales de movimiento. El impacto en la respuesta sísmica es generalmente de menor cuantía para estructuras elásticas de edificios normales, reflejando más que nada los efectos de un pequeño incremento del periodo fundamental de vibración (Bernal, 1985). Sin embargo, cuando se considera el comportamiento inelástico, los efectos P- Δ pueden dar lugar a *inestabilidad dinámica* que se manifiesta como un incremento abrupto de la respuesta sísmica para valores relativamente bajos de la resistencia de fluencia. Por lo común los edificios son suficientemente robustos y resistentes para prevenir este tipo de inestabilidad; cuando se sospeche lo contrario, pueden consultarse las publicaciones de Bernal (1990, 1991) quien ha identificado las combinaciones de la intensidad de un temblor y la resistencia estructural de un edificio que podrían dar lugar a inestabilidad dinámica y ha desarrollado un modelo de un grado de libertad para determinar las condiciones que producen dicha inestabilidad en edificios de varios pisos. No se busca llevar a cabo análisis de inestabilidad complicados sino más bien diseñar los edificios de manera que tengan factores de seguridad holgados contra este tipo de falla.

Capítulo

4

Propiedades de materiales y sistemas estructurales

4.1 ALCANCE

Se comentan en este capítulo aquellas propiedades de los materiales, de los elementos y de los sistemas estructurales que determinan la respuesta de los edificios ante los movimientos del terreno.

No se tratan aquí los procedimientos para el cálculo de la resistencia y rigidez de las estructuras de diferentes materiales. Estos son propios de los libros de texto específicos para cada material estructural. Se incluyen sólo aquellos aspectos que son peculiares del diseño sísmico y que con frecuencia no se encuentran en los textos. Se hace énfasis en el comportamiento no lineal de las estructuras y en las propiedades relacionadas con la capacidad de disipación de energía en campo inelástico, ya que los criterios de diseño sísmico actuales consideran dicha capacidad para definir la resistencia que debe tener una estructura para soportar los efectos sísmicos.

4.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS EDIFICIOS QUE DEFINEN LA RESPUESTA A SISMOS

4.2.1 Conceptos generales

Como se percibe desde el planteamiento de la ecuación diferencial de equilibrio dinámico (ecuación 3.1), la respuesta sísmica de una estructura depende tanto de las características de la excitación como de las propiedades dinámicas de la estructura misma. Interesa destacar lo anterior ya que es importante que el sistema estructural adoptado tenga características tales que conduzcan a la respuesta sísmica más favorable. Cuando se selecciona el material y el sistema estructural que resiste las cargas laterales y se determina el tipo de cimentación, se imponen desde ese momento a la construcción, características que influyen en manera preponderante en su respuesta sísmica.

Comentaremos en lo que sigue las principales propiedades dinámicas de la estructura que influyen en su respuesta a temblores.

4.2.2 Periodo natural de vibración

La ecuación 3.1 pone en evidencia que la respuesta sísmica de un sistema elástico de un grado de libertad depende de su frecuencia de vibración ω , o lo que es lo mismo, depende de su periodo de vibración $T = 2\pi/\omega$. Esto se refleja en que la respuesta máxima de un sistema a un temblor varía principalmente con el periodo de vibración. La representación gráfica de esta variación se denomina espectro de respuesta, según lo descrito en la sección 3.2.5 (véase la figura 3.5). Se ha visto también en el capítulo 3 que los sistemas de varios grados de libertad pueden caracterizarse para fines de estudiar su respuesta a sismos, por medio de sus periodos y frecuencias naturales de vibración, y que, en particular, dado que el primer modo es el que tiene mayor participación, el primer periodo (o fundamental) es la característica dinámica más importante en definir el comportamiento de una estructura ante temblores.

Por otra parte, del estudio del comportamiento no lineal de sistemas de un grado de libertad (Riddell y Newmark, 1979), se ha encontrado que la respuesta sísmica inelástica se puede correlacionar adecuadamente con la respuesta de sistemas elásticos con el mismo periodo inicial de vibración.

En concordancia con lo anterior, los reglamentos de construcción estipulan espectros de diseño cuyas ordenadas dependen del periodo de vibración. Asimismo, prescriben factores de reducción para considerar el comportamiento inelástico, cuyo valor depende también del periodo de vibrar.

Por tanto, hay que recalcar que las fuerzas de diseño que deben adoptarse para una estructura pueden modificarse en forma significativa controlando las variables que influyen en el periodo fundamental de vibración.

Como hemos descrito en la sección 3.2.2, los periodos de vibrar de una estructura se calculan a partir de los valores de las masas y rigideces de la misma; más explícitamente dependen de la relación de masas a rigideces, como se nota en la fórmula para calcular el periodo de un sistema de un grado de libertad ($T = 2\pi\sqrt{M/K}$). El proyectista tiene en general, poca libertad para modificar la masa del edificio, aunque las diferencias que se tienen según el material que se escoge para la estructura no son despreciables. Mucho mayor es la amplitud en que puede variar la rigidez lateral, principalmente dependiendo del sistema estructural que se elija, el cual puede ser relativamente flexible, a base de marcos, o muy rígido, con abundancia de contravientos o de muros de rigidez. En el capítulo 5 se describen y se evalúan los sistemas estructurales más comunes.

La determinación del periodo de la estructura es resultado del análisis dinámico de la misma. Existen formas aproximadas sencillas para estimar el periodo de vibración. Algunas de ellas lo expresan únicamente como función del número de pisos o de la altura del edificio y deben tomarse sólo como medios para estimar el orden de magnitud del periodo para fines de detectar errores gruesos en cálculos más refinados. La más popular es la que estima el periodo, en segundos, como una décima parte del número de pisos del edificio:

$$T = 0.1 n$$

El coeficiente que la fórmula toma como 0.1, puede variar en un intervalo muy grande. Se han medido en edificios reales sujetos a vibraciones de poca amplitud, periodos que corresponden a un coeficiente que va desde 0.05 para estructuras rígidas con abundancia de muros de concreto o contravientos, hasta 0.20

para estructuras muy flexibles. Esta fórmula aproximada, y las siguientes, están pensadas para estructuras sobre suelo firme. Para terreno blando las deformaciones relativas entre la estructura y el suelo suministran significativamente el periodo fundamental. Para edificios altos en la zona del lago del Distrito Federal, este incremento suele ser entre 20 y 30 por ciento.

Fórmulas un poco más refinadas toman en cuenta el tipo de sistema estructural y hacen depender el periodo de la altura del edificio, H en metros. Entre las más usadas están las siguientes (NHRP, 1988):

$$T = \alpha H^{3/4}$$

El coeficiente α toma los valores siguientes:

- 0.085 para edificios a base de marcos de acero;
- 0.075 para edificios a base de marcos de concreto;
- 0.05 para edificios con muros de rigidez o contravientos.

Para tener un cálculo inicial preciso del periodo fundamental del edificio aún si es irregular, sin resolver el problema de valores característicos, conviene usar la fórmula de Schwartz, como se ha ilustrado en los ejemplos de la sección 3.4. Se obtiene también una excelente aproximación con el "método del peso" presentado en el texto de Wakabayashi, 1985. El método consiste en calcular la deflexión en la punta de la estructura sujeta a fuerzas laterales iguales en cada piso al peso de dicho piso. El periodo, en segundos, se obtiene como

$$T = \Delta^{1/2} / 5.5$$

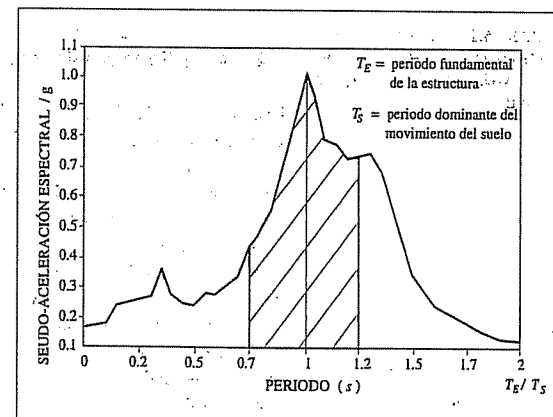
siendo Δ la deflexión lateral en la punta, en centímetros.

El periodo fundamental de vibración del edificio cobra particular importancia en la zona de terreno blando del valle de México. Allí el movimiento del terreno durante un sismo es prácticamente una oscilación armónica con un periodo de vibración que depende principalmente del espesor de los estratos de arcilla. El espectro de respuesta presenta un muy fuerte pico en coincidencia con el periodo dominante del suelo, el cual se mantiene casi constante en todos los sismos. Conviene evitar en esa situación que los edificios tengan un periodo fundamental de vibración T_E , cercano al suelo T_S , ya que de ser así estarían sujetos en cada sismo a excitaciones elevadas. Es recomendable procurar que

$$0.7 \leq T_E/T_S \leq 1.2 \quad (4.1)$$

es decir, ubicar la estructura fuera de la región de respuesta máxima, tal como se indica en la figura 4.1. Los periodos dominantes del suelo para los distintos sitios del valle de México, han sido determinados de pruebas geotécnicas y están incluidos en las Normas Complementarias de Diseño por

Figura 4.1 Intervalo de periodos desaconsejables para el modo fundamental de vibración de un edificio.



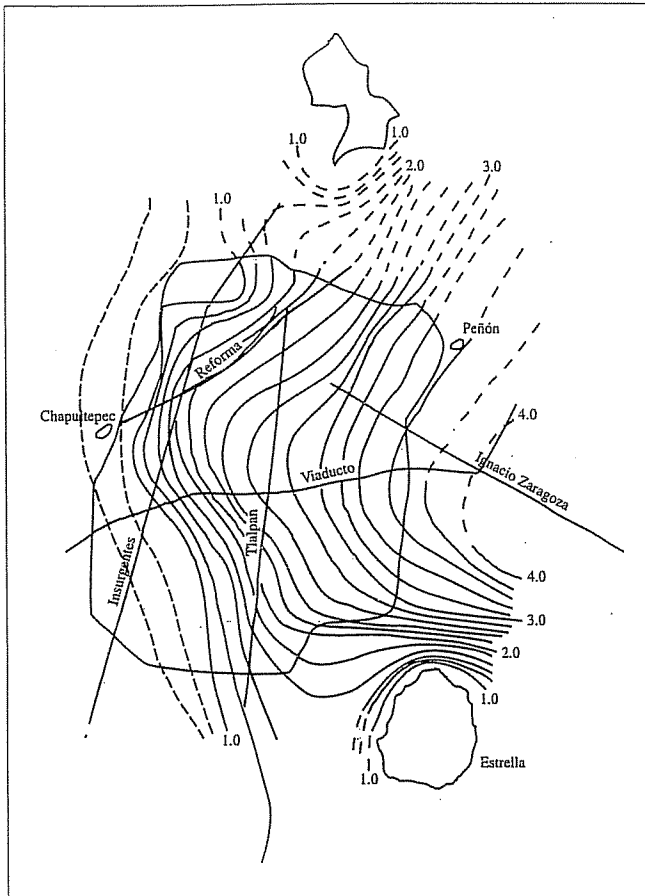


Figura 4.2 Periodos dominantes del movimiento del suelo en el valle de México (T_s en segundos).

4.2.3 Amortiguamiento viscoso

Examinando la ecuación 3.2 se advierte que el amortiguamiento viscoso es otra característica estructural que influye en la respuesta sísmica. Esta característica se expresa normalmente como una fracción ζ del amortiguamiento crítico. Para tener una idea cuantitativa de la importancia del amortiguamiento, obsérvense los espectros de respuesta mostrados en la figura 3.5. Se aprecia que la magnitud de las ordenadas espectrales disminuye rápidamente al aumentar ζ , para un amplio intervalo de periodos (salvo para periodos muy cortos o muy largos en que la disminución es menos apreciable).

El tipo de amortiguamiento así considerado toma en cuenta fuentes de disipación de energía como fricciones internas, fricciones en los apoyos y en elementos no estructurales, etcétera. La magnitud de estos efectos es difícil de cuantificar con precisión. Los espectros estipulados en los reglamentos corresponden aproxi-

Sismo, mediante el mapa que se reproduce en la figura 4.2.

Se debe actuar con mucha precaución y con mucho buen juicio al adoptar una recomendación como la anterior. Si por una parte el periodo dominante del suelo en un sitio dado tiene un valor bastante bien definido y que puede determinarse con un margen de error razonablemente pequeño, no sucede lo mismo con respecto al periodo de la estructura. Este último depende de la masa de la construcción, que se puede estimar con cierta precisión y de la rigidez lateral de la estructura, que es una propiedad que varía significativamente con el nivel de esfuerzos en los materiales y en cuya estimación pueden cometerse errores sustanciales. Además, en la determinación del periodo de estructuras sobre terreno blando deben incluirse los efectos de los movimientos de la base, ya descritos en el subcapítulo 3.7.

Por las razones anteriores, el intervalo de periodos establecido en la ecuación 4.1 es muy amplio y aun así es posible cometer errores en la estimación de los periodos involucrados, que excedan de la amplitud del intervalo.

madamente a amortiguamientos del cinco por ciento del crítico, y en algunos reglamentos se advierte que, a menos que medie una justificación proveniente de estudios especiales, no deben hacerse reducciones adicionales a los espectros por este concepto. En realidad es difícil justificar reducciones. Por el contrario, en ciertas estructuras que tengan pocos elementos estructurales y no estructurales, como torres de tipo tubular, el amortiguamiento podría ser menor y convendría aumentar las ordenadas espectrales; en estos casos el factor de incremento puede calcularse mediante la relación (Arias y Husid, 1962).

$$F = (0.05/\zeta)^{0.4}$$

La tabla 4.1 muestra valores recomendados por una norma de los EE.UU. para los amortiguamientos de distintos tipos de estructuras.

El amortiguamiento varía significativamente con la amplitud de las vibraciones que experimenta la estructura. Reconociendo lo anterior, la norma referida recomienda un amortiguamiento para vibraciones moderadas y otro para vibraciones intensas como las que se prevé pueden presentarse en el sismo de diseño. Se aprecia que el amortiguamiento de 5 por ciento prescrito por los reglamentos de construcción es representativo de la mayoría de los casos.

Poco puede hacerse en la etapa de diseño para aumentar el amortiguamiento de la estructura, al menos por lo que respecta a su etapa elástica de comportamiento. En años recientes se han desarrollado dispositivos de diversa índole que colocados estratégicamente en el edificio le proporcionan fuentes significativas de amortiguamiento. Algunos de estos dispositivos se han empleado ya en edificios de la ciudad de México, donde su uso es particularmente indicado porque la vibración de los edificios se debe esencialmente a fenómenos de amplificación por resonancia.

4.2.4 Comportamiento inelástico

Como anotamos en el capítulo inicial y se explicará en mayor detalle en el capítulo 6, los reglamentos admiten que el comportamiento de las estructuras rebase el intervalo lineal ante temblores moderados y severos, y se tengan incursiones importantes en zonas de comportamiento inelástico durante las cuales se puede

Tabla 4.1 Coeficientes de amortiguamiento típicos de distintos tipos de estructuras (DOE Standard, 1020-94 en U.S. Dept. of Energy, 1994).

Tipo de estructura	Porcentaje del amortiguamiento crítico	
	Niveles bajos de respuesta	Niveles altos de respuesta
Concreto reforzado	4	7
Concreto presforzado	2	5
Acero con conexiones de soldadura o de pernos de fricción	2	4
Acero con conexiones de tornillos o remaches	4	7
Mampostería	4	7
Madera	4	7

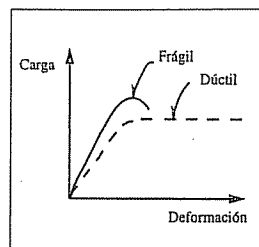


Figura 4.3 Comportamiento dúctil y comportamiento frágil.

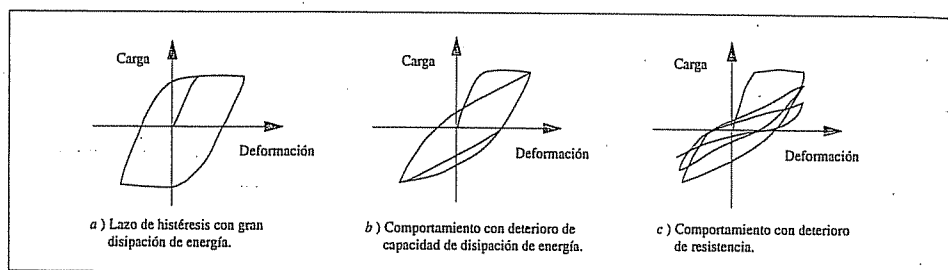


Figura 4.4 Lazos de histéresis típicos de diferentes modalidades de comportamiento estructural.

disipar gran parte de la energía introducida por el sismo. Al proceder de esta manera se permite que las estructuras se diseñen para resistencias muy inferiores a las que requerirían si se les quisiera mantener en su intervalo elástico-lineal.

Por lo anterior, es importante que la estructura tenga un comportamiento inelástico adecuado, para lo cual debe poseer ante todo la habilidad de mantener su capacidad de carga para deformaciones muy superiores a la de fluencia. En la figura 4.3 se ilustra la diferencia entre un comportamiento dúctil y uno frágil (caracterizado por una pérdida intempestiva de resistencia).

Debido a que el sismo introduce en la estructura varios ciclos de sollicitaciones en diversas direcciones, interesa el comportamiento ante repeticiones de cargas alternadas. Éste se representa mediante las curvas carga-deformación obtenidas de ensayos ante cargas alternadas; estas curvas tienen la forma de *lazos de histéresis* como los mostrados en la figura 4.4. El área incluida en estos lazos representa un índice de la capacidad de disipación de energía que equivale a un amortiguamiento adicional muy importante para la estructura.

Debe procurarse que las estructuras que se construyan en zonas sísmicas sean capaces de desarrollar lazos de histéresis con un área incluida muy grande y que además sean estables en ciclos sucesivos, como los mostrados en la figura 4.4.a. Es menos deseable un comportamiento como el representado en la figura 4.4.b, en que la rigidez y el área incluida se reducen en ciclos posteriores al primero, lo que conduce a una reducida capacidad de disipación de energía. Sobre todo deben evitarse casos como el de la figura 4.4.c, en que la capacidad de la estructura se reduce con la repetición de ciclos, lo que representa un deterioro progresivo de la resistencia, que no sólo reduce la capacidad de disipación de energía de la estructura, sino que deja afectada su resistencia para futuros eventos sísmicos. Más adelante en este capítulo, presentaremos brevemente las características del comportamiento inelástico de los materiales y elementos estructurales más comunes en el contexto de su comportamiento sísmico.

La respuesta inelástica de una estructura en su conjunto depende de las propiedades de los elementos estructurales que la componen, y éstas a su vez del comportamiento de las secciones transversales y de los materiales correspondientes. Sin embargo, dependen también del número de secciones que incursionen en el rango inelástico y de la secuencia de formación del mecanismo de falla. El comportamiento de sistemas completos se analizará brevemente en el subcapítulo 4.5.

4.3 CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES

4.3.1 Propiedades relevantes

La respuesta sísmica de una estructura es influida en forma determinante por las características del material que la compone. Entre estas características las principales son: *el peso volumétrico* del material (éste define la masa de la estructura y por tanto influye en las fuerzas de inercia que se generan y en los periodos de vibración); *el módulo de elasticidad* del material, que es determinante en la rigidez lateral de la estructura y en su periodo; la forma de la *curva esfuerzo-deformación* del material es importante más allá del solo módulo de elasticidad; la *ductilidad* del comportamiento y la forma de los *lazos de histéresis* definen el amortiguamiento inelástico con que puede contarse.

Interesa también conocer cuáles son las variables que afectan a estas propiedades y la manera de mejorarlas. En lo que resta de este subcapítulo se señalarán brevemente las propiedades relevantes de los principales materiales: concreto, acero (de refuerzo y estructural), mampostería y madera.

4.3.2 Concreto

La forma de la curva esfuerzo-deformación del concreto simple es bien conocida y se ilustra en la figura 4.5. Se observa que el comportamiento es frágil, tanto en compresión como en tensión y que la resistencia en tensión es muy limitada (del orden de 10 por ciento de la resistencia en compresión). El módulo de elasticidad inicial depende de la calidad de los agregados, del peso volumétrico del concreto y de la velocidad con que se aplica la carga. El tramo de comportamiento lineal es reducido, ya que para esfuerzos de compresión mayores del 40 por ciento del máximo resistente f'_c , ocurre un microagrietamiento que reduce la rigidez del material. El esfuerzo máximo en compresión se alcanza para deformaciones unitarias cercanas a 0.002 y la falla por aplastamiento para deformaciones de entre 0.003 y 0.004.

Para un tratamiento detallado de las variables que afectan la curva esfuerzo-deformación, véase, por ejemplo, el texto de González y Robles, 1995. La curva esfuerzo-deformación se vuelve más frágil para concretos de mayor resistencia (figura 4.6). Cuando la sollicitación se aplica muy rápidamente, como en el caso de un sismo, la curva esfuerzo-deformación muestra incrementos en el módulo de elasticidad y en la resistencia que son del orden de 15 por ciento, como se aprecia en la figura 4.7. Estos incrementos suelen ignorarse en el diseño sísmico por ser poco significativos y por depender de la frecuencia de vibración de la estructura.

Las repeticiones de esfuerzos de compresión no causan modificaciones significativas en la curva esfuerzo-deformación cuando el esfuerzo máximo excede de

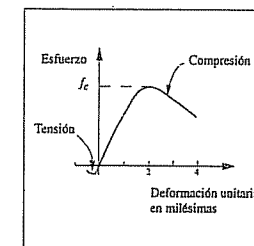


Figura 4.5 Relación esfuerzo-deformación típica del concreto simple.

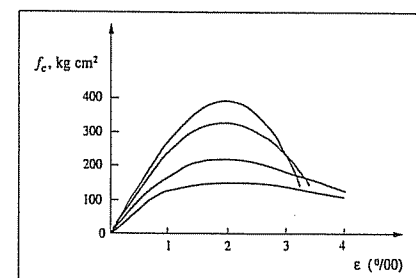


Figura 4.6 Relación esfuerzo-deformación de concretos de diferente resistencia.

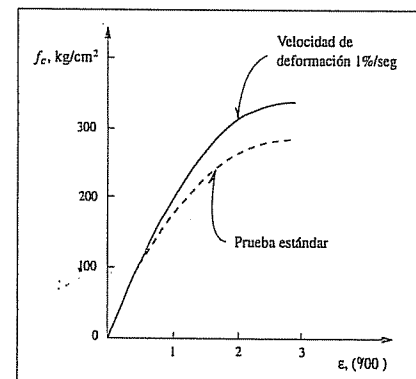


Figura 4.7 Relación esfuerzo-deformación del concreto para distintas velocidades de aplicación.

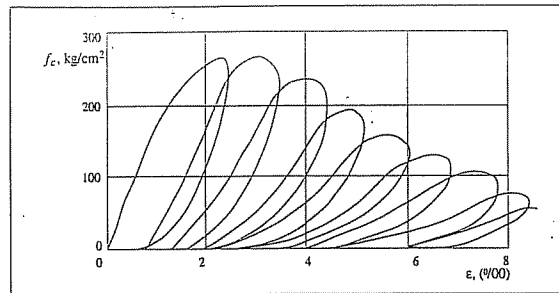


Figura 4.8 Degradación del concreto ante cargas repetidas con alto nivel de esfuerzos.

Otra forma muy efectiva de proporcionar ductilidad al concreto es mediante confinamiento. La aplicación de esfuerzos transver-

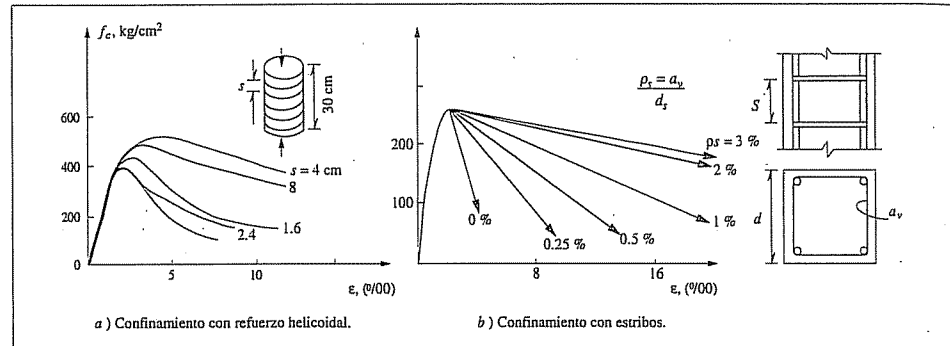


Figura 4.9 Efecto del confinamiento por refuerzo transversal en la curva esfuerzo-deformación del concreto.

sales de compresión no sólo aumenta sustancialmente la resistencia en compresión axial del concreto, sino que incrementa hasta en varios órdenes de magnitud la capacidad de deformación (figura 4.9). Un estado similar de confinamiento se puede lograr en los elementos de concreto en compresión mediante un refuerzo transversal a base de zunchos o mediante combinaciones de refuerzo longitudinal y transversal (figura 4.10). En la sección 8.2 se describen los requisitos de refuerzo transversal para proporcionar ductilidad a elementos de concreto en compresión.

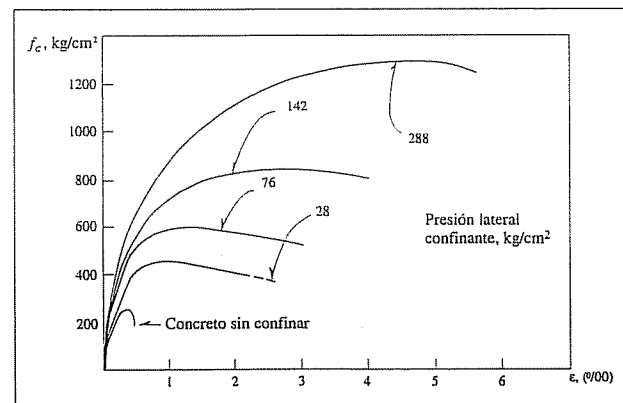


Figura 4.10 Efecto de la presión transversal en la relación esfuerzo-deformación del concreto.

Tanto el acero de refuerzo como el estructural tienen curvas esfuerzo-deformación caracterizadas por un comportamiento lineal prolongado con un módulo de elasti-

cidad de 2×10^6 kg/cm². El esfuerzo de fluencia (real o aparente, f_y) y la capacidad de deformación dependen de la composición química del acero y del tratamiento a que éste haya sido sometido. El esfuerzo de fluencia aumenta con el contenido de carbono y puede incrementarse por un tratamiento de estirado o de torcido aplicables en frío. En ambos casos dicho aumento va acompañado por una disminución de la capacidad de deformación (deformación unitaria de ruptura ϵ_u), así como de la relación entre el esfuerzo máximo y el de fluencia (f_u/f_y). La meseta de fluencia, en que los esfuerzos son constantes para deformaciones crecientes, se pierde a medida que aumenta el contenido de carbono y si se trabaja en frío (estirado o torcido).

La figura 4.11 muestra curvas típicas esfuerzo-deformación para aceros de distintos grados. Obsérvese que los factores de ductilidad (deformación de ruptura entre deformación de fluencia) son siempre grandes y exceden de diez, aun para los aceros menos dúctiles. La deformación de ruptura llega a ser del orden de 20 por ciento para los aceros más dúctiles. Para velocidades altas de cargas, como las que ocurren en un sismo, el esfuerzo de fluencia aumenta del orden de 5 por ciento, mientras que el módulo de elasticidad y la deformación última no se modifican significativamente. Por ello la curva obtenida para cargas estáticas se adopta sin modificación para el análisis sísmicos. La curva esfuerzo-deformación es prácticamente la misma en tensión y en compresión, si se impide el pandeo del espécimen.

Bajo la aplicación de cargas alternadas que exceden a la fluencia, se reduce la zona en que los esfuerzos son proporcionales a la deformación y la curva se vuelve más redondeada (efecto Bauschinger); sin embargo, los ciclos son muy estables, con lazos de histéresis muy amplios y sin evidencia de deterioro, por lo que la capacidad de disipación de energía es muy elevada y el comportamiento se puede idealizar como elastoplástico sin deterioro (figura 4.12).

Existe cierta polémica sobre las ventajas del empleo de aceros de alta resistencia, tanto en estructuras de acero estructural como en las de concreto reforzado. Las desventajas de los aceros de alta resistencia (con esfuerzo de fluencia superior a 4200 kg/cm²) residen no tanto en su reducida ductilidad, sino en que se vuelven críticos los problemas de pandeo y soldabilidad en estructuras de acero estructural, mientras que en acero de refuerzo de estructuras de concreto son críticos los problemas de adherencia con el concreto.

4.3.4. Mampostería

Las propiedades mecánicas de la mampostería varían en un intervalo muy grande en función de las propiedades de las piezas y del mortero que las une,

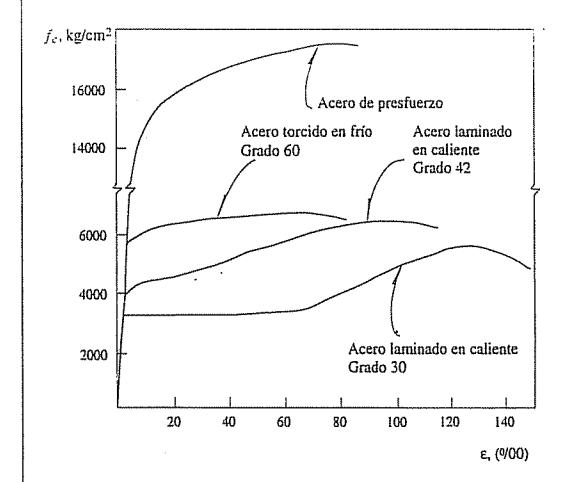


Figura 4.11 Curvas esfuerzo-deformación del acero de refuerzo.

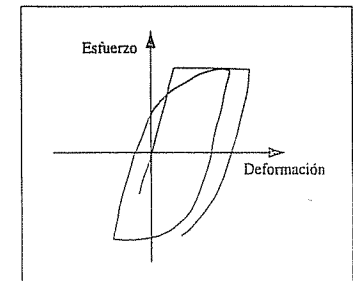


Figura 4.12 Lazos de histéresis para el acero estructural y de refuerzo.

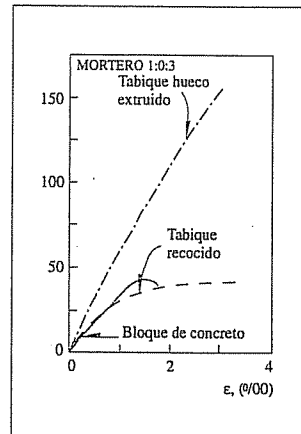
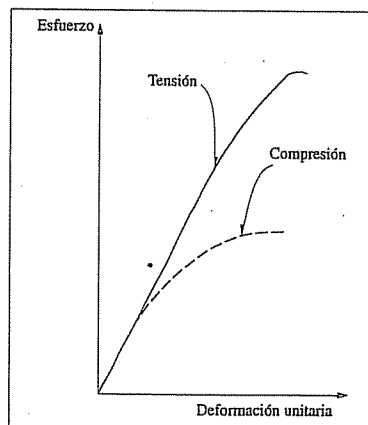


Figura 4.13 Curvas típicas esfuerzo-deformación para mampostería.

Figura 4.14 Relaciones típicas esfuerzo-deformación para la madera.



así como del procedimiento de construcción. Por tanto, estas propiedades deben ser determinadas mediante ensayos con los materiales y con las técnicas constructivas particulares de cada caso.

En términos generales la resistencia en tensión es muy baja, la falla es frágil y la curva esfuerzo-deformación en compresión es prácticamente lineal hasta la falla. La figura 4.13 muestra algunas curvas representativas de materiales comúnmente usados en el valle de México.

La resistencia en compresión del conjunto piezas-mortero puede variar desde 20-30 kg/cm² para piezas débiles de barro o de cemento de fabricación artesanal, hasta 200 kg/cm², o más, para piezas de alta calidad producidas industrialmente. El módulo de elasticidad (E), para cargas de corta duración varía entre 600 y 1000 veces la resistencia en compresión. El módulo de rigidez al cortante (G) es cercano al 40 por ciento de E .

La resistencia a cortante (tensión diagonal) es una propiedad muy importante en el comportamiento sísmico de la mampostería. Es muy variable y es influida por las propiedades del mortero de unión. Valores representativos de las principales propiedades mecánicas de la mampostería se proporcionan en la Norma Técnica respectiva del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.

El comportamiento ante cargas alternadas de elementos de mampostería no reforzada es esencialmente frágil, especialmente cuando los muros son formados por piezas huecas cuyas paredes se destruyen progresivamente.

Para limitar el carácter frágil de la mampostería se emplea acero de refuerzo en el interior de los muros o en elementos de confinamiento, con modalidades que se describen en la sección 4.5.

4.3.5 Madera

La madera es un material natural y por tanto sujeto a grandes variaciones en sus propiedades mecánicas. Su principal ventaja en cuanto al comportamiento sísmico es su bajo peso volumétrico, que limita las fuerzas de inercia que pueden generarse en la estructura.

El comportamiento es cercano al lineal hasta cerca del esfuerzo resistente. Aunque la madera no puede desarrollar grandes ductilidades, las estructuras de este material han mostrado gran capacidad de disipación de energía (amortiguamiento inelástico), resultado principalmente de deformaciones en sus conexiones, por lo que su comportamiento sísmico ha sido favorable, excepto en los casos en que la madera se encontraba deteriorada por pudrición o ataque de insectos, y en aquellos en que las conexiones eran inadecuadas.

Las principales reservas sobre el empleo de estructuras de madera están asociadas a su inflamabilidad que se vuelve crítica por los incendios que se suelen generar a raíz de los sismos. La protección adecuada se logra mediante recubrimientos y materiales aislantes.

De las curvas típicas esfuerzo-deformación de la figura 4.14 se aprecia que el material es más resistente en tensión que en compresión. Además, su módulo de elasticidad y su resistencia se incrementan sustancialmente cuando las cargas se aplican a altas velocidades.

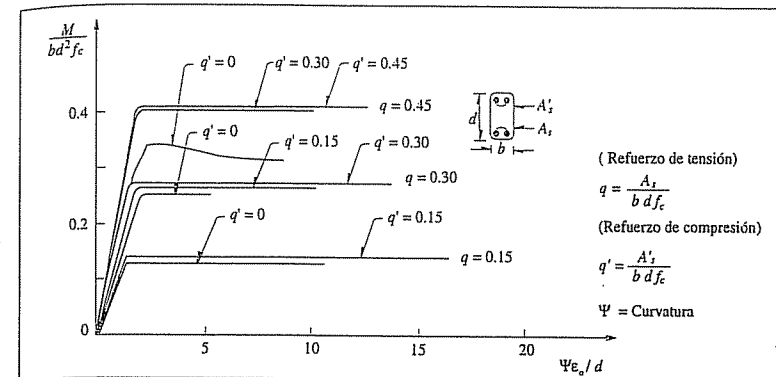


Figura 4.15 Relaciones momento-curvatura para secciones de concreto reforzado sujetas a flexión pura.

4.4 COMPORTAMIENTO DE LOS PRINCIPALES ELEMENTOS ESTRUCTURALES

4.4.1 Vigas y columnas de concreto reforzado

El comportamiento de elementos sujetos a flexión, simple o combinada con otras fuerzas internas, puede estudiarse con las relaciones momento-rotación obtenidas del ensayo de especímenes representativos o mediante el cálculo analítico de las relaciones momento-curvatura de las secciones, a partir de las hipótesis básicas de resistencia de materiales (secciones planas, compatibilidad de deformaciones, curvas esfuerzo-deformación deducidas de ensayos en especímenes estándar).

Las curvas de la figura 4.15 muestran, en forma adimensional, las relaciones momento-curvatura de secciones rectangulares de concreto reforzado sujetas a flexión pura, y la variación de estas curvas con las cuantías de acero de tensión A_s/bd , y de compresión A'_s/bd . Se aprecia que si se usan cuantías de tensión bajas (sensiblemente inferiores a las correspondientes a la de falla balanceada), esto es si las secciones son subreforzadas, se obtienen ductilidades muy elevadas, comparables a las del acero de refuerzo. En estas condiciones, para una cuantía dada de refuerzo en tensión, el refuerzo en compresión no hace crecer apreciablemente la resistencia, pero da lugar a un incremento importante en la ductilidad.

Cuando la cuantía de refuerzo en tensión es elevada, la ductilidad se reduce y se requiere de acero de compresión para ayudar al concreto a resistir la resultante de compresión y para que el refuerzo de tensión pueda alcanzar la fluencia antes del aplastamiento del concreto.

Ante cargas alternadas se tienen lazos de histéresis amplios y estables sólo si las secciones son muy subreforzadas y doblemente armadas, sin efectos importantes de cortante, torsión o de adherencia (ver figura 4.16). Cuando los esfuerzos cortantes son elevados y producen agrietamiento diagonal significativo, se presenta deterioro de rigidez y en parte también de resistencia, lo que limita la capacidad de deformación

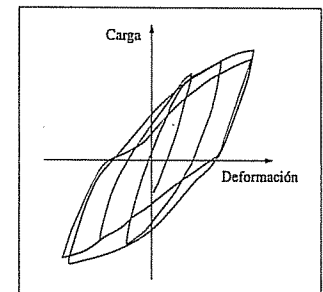
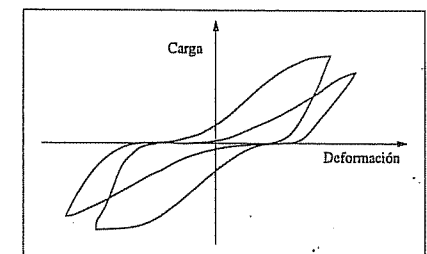


Figura 4.16 Lazos de histéresis de una sección de concreto reforzado con falla de flexión.

Figura 4.17 Lazos de histéresis de una viga de concreto reforzado con esfuerzos altos de cortante.



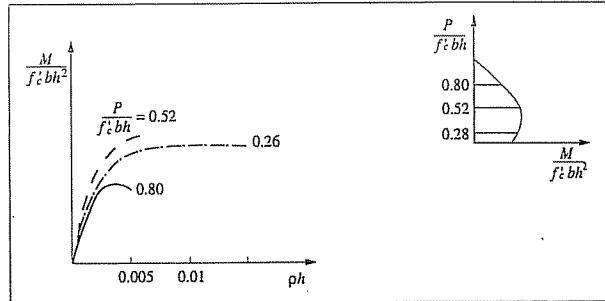


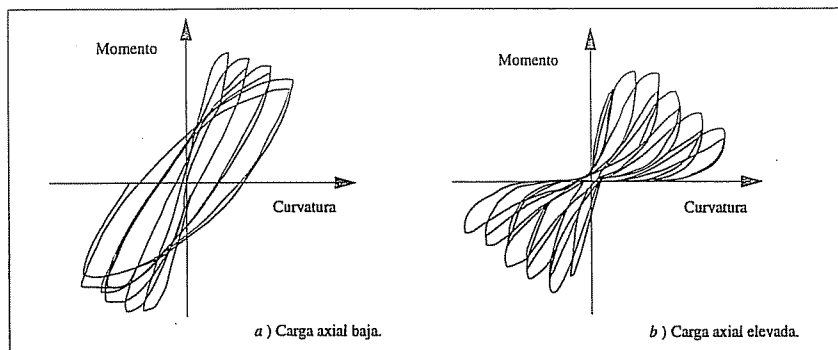
Figura 4.18 Relaciones momento-curvatura para secciones de concreto reforzado sujetas a flexocompresión con diferentes niveles de carga axial.

Derivan los requisitos de dimensionamiento y refuerzo de vigas de concreto que se describen en el capítulo 8 y que se resumen en limitar las cuantías de refuerzo de tensión a cierta fracción de la cuantía balanceada, en proporcionar refuerzo de compresión, usar estribos cerrados en las secciones críticas y tomar factores de seguridad mayores, con respecto a los de flexión, para la revisión de la resistencia ante modos de falla de cortante, torsión y adherencia, en los que no se puede alcanzar la misma ductilidad que en el caso de flexión.

En columnas, como se aprecia en la figura 4.18, la ductilidad se reduce sustancialmente a medida que aumenta la carga axial. Cuando ésta es superior a la carga axial balanceada, es decir, cuando la falla es por compresión, prácticamente no hay ductilidad. La ductilidad se puede aumentar significativamente proporcionando confinamiento al núcleo de concreto mediante un zuncho helicoidal. El confinamiento con estribos es menos efectivo que el helicoidal, pero también mejora la ductilidad.

Ante repeticiones de cargas alternadas se tienen deterioros drásticos de rigidez y resistencia de las columnas si las secciones no se encuentran perfectamente confinadas y, aun en las mejores condiciones de confinamiento, el área de los lazos de histéresis es reducida cuando la carga axial es muy elevada (ver figura 4.19). De allí se derivan los requisitos de las normas de concreto para columnas de marcos dúctiles que requieren colocar abundante confinamiento, mantener bajos niveles de carga axial mediante tamaños generosos de las secciones y emplear factores de seguridad mucho mayores para columnas que para vigas. Estos requisitos se describen en el capítulo 8.

Figura 4.19 Lazos de histéresis para columnas de concreto reforzado sujetas a carga axial.



inelástica (figura 4.17). La capacidad de deformación de las vigas queda limitada por el aplastamiento del concreto y el sucesivo pandeo del refuerzo de compresión. Si este último se encuentra restringido por estribos poco espaciados, que evitan el pandeo y proporcionan confinamiento al núcleo de concreto, se incrementa sustancialmente la ductilidad y se hace más estable el comportamiento ante cargas alternadas.

De estas consideraciones se de-

Para mayores detalles sobre el comportamiento sísmico de estos elementos estructurales y de los otros de concreto reforzado puede verse el texto de Paulay y Priestley (1992) o el de Wakabayashi (1986).

4.4.2 Uniones viga-columna en concreto reforzado

No tiene sentido cuidar la resistencia, rigidez y ductilidad en los elementos estructurales, si éstos no se conectan entre sí de manera que estas características se puedan desarrollar plenamente. El diseño de una conexión debe tener como objetivo que su resistencia sea mayor que la de los elementos que se unen y que su rigidez debe ser suficiente para no alterar la rigidez de los elementos conectados.

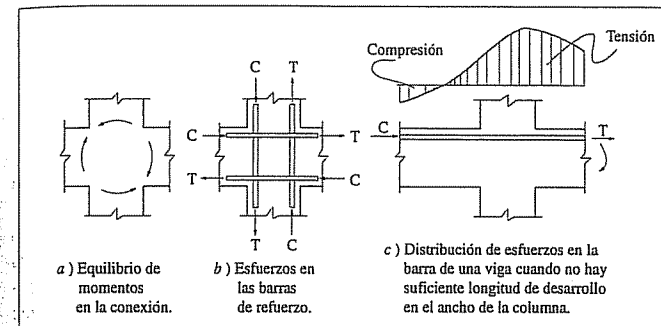


Figura 4.20 Estado de esfuerzos en una conexión viga-columna interior.

Los aspectos críticos en el comportamiento sísmico de las uniones entre vigas y columnas de concreto reforzado son la adherencia, el cortante y el confinamiento. Las condiciones de adherencia para el acero longitudinal de las vigas son desfavorables debido a que es necesario transferir esfuerzos elevados al concreto en longitudes relativamente pequeñas. La situación es crítica no sólo en conexiones extremas, donde es necesario anclar el refuerzo longitudinal, sino también en uniones interiores donde el signo de los esfuerzos debe cambiar de tensión a compresión de una a otra cara de la columna (ver figura 4.20). La adherencia se ve afectada cuando se presentan grietas diagonales por los efectos de fuerza cortante. El diseño por fuerza cortante de una unión viga-columna requiere la determinación de las fuerzas que se desarrollan cuando en los extremos de las vigas se forman articulaciones plásticas, es decir, cuando las barras longitudinales de las vigas que llegan a la conexión alcanzan la fluencia en tensión en una cara de la columna y en compresión en la otra cara.

Cuando no se cuenta con la suficiente longitud de desarrollo del refuerzo que cruza la conexión o cuando la resistencia en cortante es insuficiente para evitar agrietamiento diagonal en la conexión, los lazos de histéresis presentan una zona de rigidez muy baja y un deterioro considerable como se aprecia en la figura 4.21. De allí que los requisitos de armado de las conexiones exijan refuerzo horizontal, prolongando los estribos de la columna en esta zona, y fijen una relación mínima entre el ancho de la conexión y el diámetro de las barras que la cruzan (ver capítulo 8).

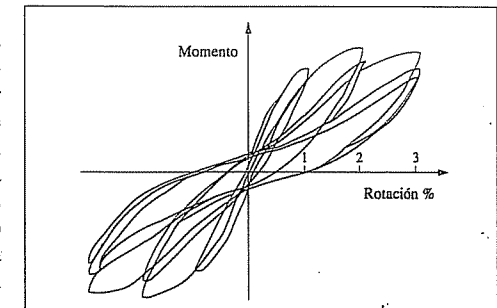


Figura 4.21 Lazos de histéresis de una conexión viga-columna de concreto con problemas de adherencia.

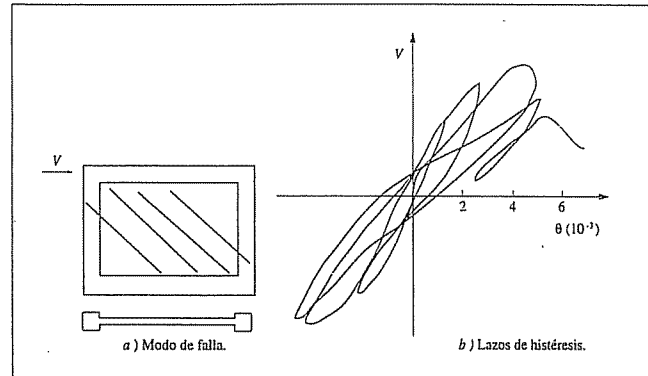


Figura 4.22 Modo de falla y lazos de histéresis de un muro corto de concreto reforzado.

por la preponderancia de los efectos de cortante. Con un refuerzo vertical y horizontal abundante se limita al deterioro de la capacidad ante cargas repetidas. El comportamiento mejora además sustancialmente si el muro está rodeado por un marco robusto de concreto y actúa como diafragma de éste (ver figura 4.22).

Los muros esbeltos ($H/L \geq 2$) actúan esencialmente como vigas en voladizo; la carga axial sobre ellos es generalmente pequeña y dominan los efectos de flexión (ver figura 4.23). Para evitar el pandeo y el aplastamiento del concreto en el extremo comprimido del muro, es necesario confinar el refuerzo longitudinal formando columnas extremas con abundancia de estribos. En estas circunstancias se llega a obtener un comportamiento muy favorable ante cargas repetidas (figura 4.24). Para ello hay que sobreproteger al muro ante fallas por cortante, sea por tensión diagonal o por deslizamiento sobre la base.

Las aberturas que con frecuencia es necesario dejar en los muros por razones de funcionamiento de los edificios, constituyen zonas alrededor de las cuales se presentan grandes concentraciones de esfuerzos y que requieren extremadas precauciones en su refuerzo para limitar el deterioro. Los requisitos específicos los describiremos en el capítulo 8.

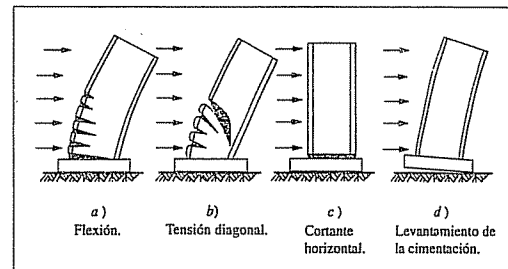


Figura 4.23 Modos de falla de muros esbeltos.

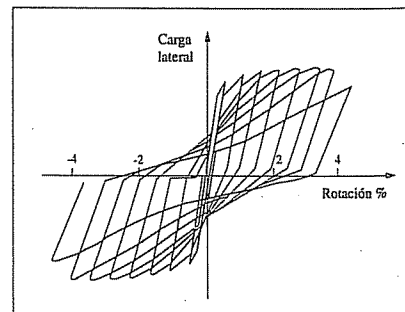


Figura 4.24 Lazos de histéresis de un muro esbelto de concreto reforzado con falla de flexión.

4.4.3 Muros de concreto

Los muros de concreto son elementos muy eficientes para absorber efectos sísmicos en los edificios, por su gran rigidez y capacidad a cargas laterales. El comportamiento de los muros difiere en forma importante dependiendo de su relación altura total a longitud (H/L). En muros bajos ($H/L \leq 2$) rigen principalmente los efectos de cortante; la resistencia y rigidez a cargas laterales son muy elevadas, pero el comportamiento tiende a ser frágil

4.4.4 Vigas y columnas de acero estructural

Para un tratamiento detallado del comportamiento y del diseño de estructuras de acero se recomienda el texto de De Buen (1980). Para los aspectos específicos del comportamiento sísmico de los distintos elementos de este material puede verse el capítulo escrito por Nicoletti en el libro editado por Naeim (1989).

Por las excelentes características del material, los elementos de acero son en general capaces de desarrollar grandes ductilidades y de disipar mucha energía por comportamiento inelástico; sin embargo, estas características pueden verse totalmente canceladas si el diseño de los elementos es tal que se presentan fenómenos de pandeo o de fractura frágil. Los problemas de pandeo aparecen en cualquiera de las siguientes circunstancias:

- Pandeo local de placas comprimidas con altas relaciones ancho a espesor.
- Pandeo en flexión de columnas esbeltas.
- Pandeo lateral de vigas y columnas.
- Efectos $P - \Delta$, que consisten en la inestabilidad lateral de marcos flexibles sujetos a cargas verticales elevadas.

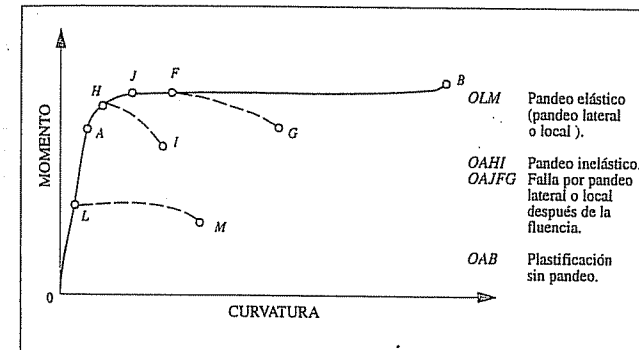


Figura 4.25 Relaciones momento-curvatura de vigas de acero con distintos modos de falla.

En estructuras sujetas a sismo deben evitarse los fenómenos mencionados, no sólo dentro del intervalo lineal elástico del comportamiento de la estructura, sino también después de que se ha alcanzado la fluencia en partes del elemento y se ha reducido sustancialmente la rigidez. La ocurrencia de fenómenos de pandeo inelástico, aunque no afecte la capacidad de carga del elemento, impide desarrollarse íntegramente la capacidad de deformación de la estructura. Los distintos fenómenos de pandeo que pueden presentarse se ilustran esquemáticamente en las curvas momento-rotación de la figura 4.25 para vigas y 4.26 para columnas. En vigas los problemas de pandeo lateral se evitan usando secciones compactas, es decir, con baja relación

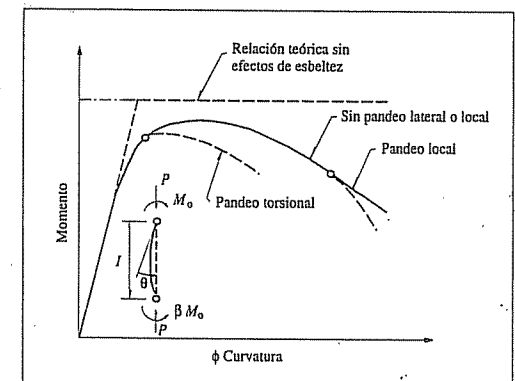


Figura 4.26 Relaciones momento-curvatura de columnas de acero.

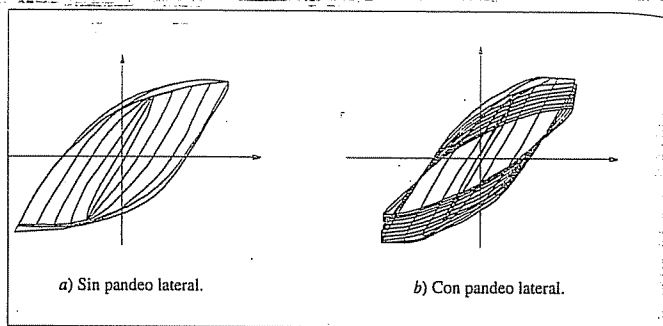


Figura 4.27 Lazos de histéresis de vigas de acero.

ancho a espesor y los de pandeo lateral proporcionando arriostramiento transversal (véase capítulo 8). Se pueden lograr así lazos de histéresis sumamente anchos y estables como los mostrados en la figura 4.27a.

En las columnas la capacidad de rotación disminuye apreciablemente al aumentar la carga axial. Cuando dicha carga es más de la mitad de la resistencia de la columna ($P/P_y \geq 0.5$), la capacidad de rotación es sumamente reducida. La ductilidad también disminuye al aumentar la relación de esbeltez de la columna. Los lazos de histéresis muestran mucho deterioro para cargas axiales altas o para esbelteces elevadas, por lo que es recomendable evitar comportamiento inelástico en estos elementos (ver figura 4.28).

En adición a los fenómenos de pandeo hay que evitar problemas de falla frágil que puedan ser debidos a fallas de tensión en la sección neta de conexiones remachadas o atornilladas, a fractura de soldadura por concentraciones de esfuerzos, o a fractura por fatiga en secciones que hayan sido previamente sometidas a un gran número de ciclos de esfuerzos de intensidad moderada.

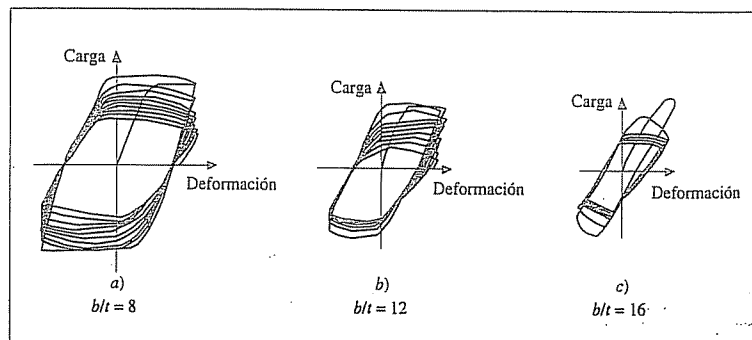


Figura 4.28 Lazos de histéresis de columnas de acero con diferente relación de ancho a espesor del alma.

4.4.5 Conexiones viga-columna de acero

Para asegurar la continuidad entre vigas y columnas de un marco, las conexiones deben ser rígidas y capaces de transmitir momentos flexionantes elevados. Las

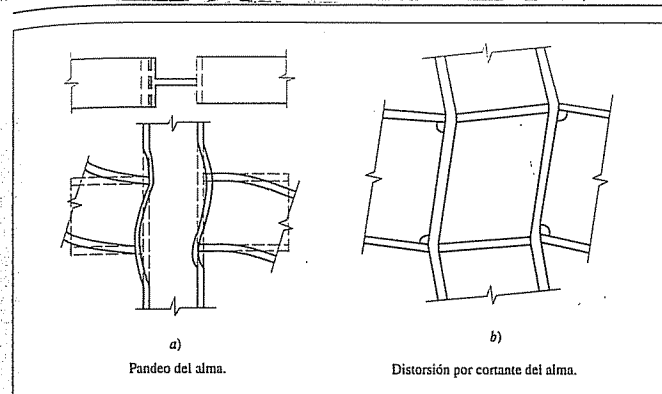


Figura 4.29 Modos de falla de conexiones viga-columna de acero.

fallas que se pueden presentar en la conexión son debidas a pandeo o fractura por las concentraciones de esfuerzos transmitidos por los patines o a fluencia por cortante del panel de la conexión (figura 4.29).

El diseño adecuado de la conexión determina el espesor necesario de la placa del panel y la posible adición de atiesadores para la correcta transmisión de los esfuerzos. Con las precauciones debidas, se logra un excelente comportamiento de las conexiones, como el evidenciado por los lazos de histéresis de la figura 4.30. Nuevamente, es recomendable diseñar la conexión con factores de seguridad mayores que los que se adoptan para el diseño de los elementos conectados.

4.4.6 Contravientos de acero

La inclusión de diagonales de acero en los marcos proporciona un incremento notable en la rigidez y resistencia a cargas laterales; los contravientos resultan muy eficientes por ser elementos que trabajan a carga axial.

En estructuras pequeñas los contravientos suelen estar constituidos por barras que trabajan exclusivamente como tensores incapaces de tomar fuerzas de compresión. En este caso la capacidad de disipación de energía por comportamiento inelástico es reducida, ya que los contravientos sólo disipan energía cuando son sujetos a deformaciones inelásticas adicionales a la máxima experimentada anteriormente. Como se aprecia en la figura 4.31, los lazos

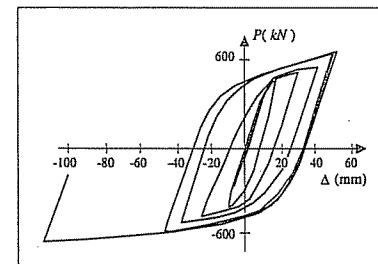


Figura 4.30 Lazos de histéresis de una conexión viga columna de acero.

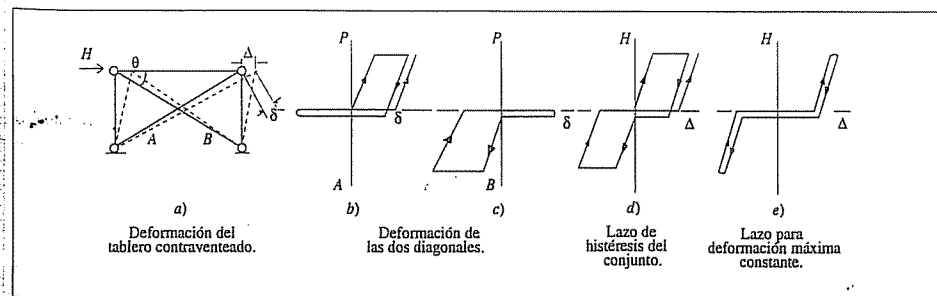


Figura 4.31 Comportamiento de contravientos delgados.

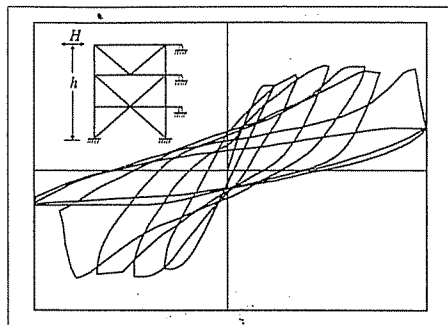


Figura 4.32 Lazos de histéresis de un marco de acero con contravientos robustos.

4.4.7 Muros de mampostería

La pobre reputación que la mampostería tiene en varios países como material resistente a sismos, se debe esencialmente a la falla de construcciones a base de materiales de muy baja calidad y sin elementos adecuados de conexión de los muros entre sí y de éstos con los pisos y techos. Las fallas se han debido principalmente a volteo de muros en dirección normal a su plano y a cortante de muros no reforzados o con grandes huecos.

En construcciones modernas con elementos de liga y refuerzo, el desempeño de la mampostería se ha considerado excelente dentro de ciertos límites de altura de la construcción y de cantidad y distribución de muros.

Los muros de mampostería pueden colocarse como paredes de relleno en crujeas de marcos de concreto o de acero (*muros diafragma*); en este caso el comportamiento muestra cierta ductilidad y capacidad de disipar energía, si la resistencia en cortante de los extremos de las columnas es suficiente para contener la grieta diagonal que se forma en la mampostería cuando se rebasa su capacidad a fuerza cortante (ver figura 4.33a). Aun en esta situación, el comportamiento es frágil y

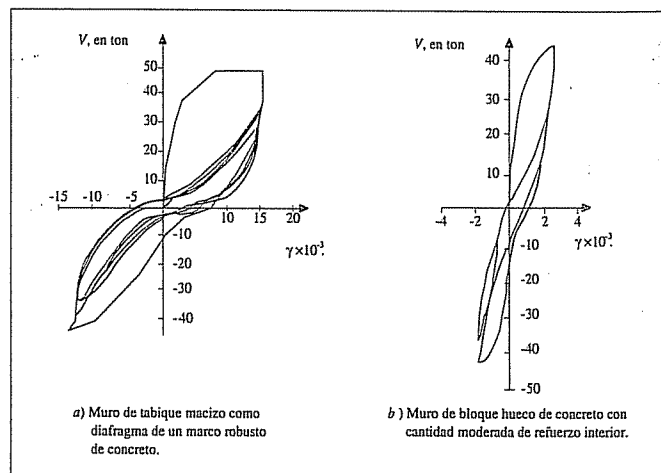


Figura 4.33 Lazos de histéresis para muros de mampostería.

con degradación si la mampostería está formada por piezas huecas de paredes delgadas.

La modalidad de uso de muros de mampostería más usual en México y en otros países latinoamericanos es la llamada mampostería confinada en que se colocan, en los extremos de los muros y en sus intersecciones, elementos delgados de concreto reforzado que tienen la función de ligar los muros y de evitar el colapso de los mismos cuando éstos se agrietan diagonalmente. El comportamiento ante ciclos de carga repetida muestra una disipación de energía limitada, pero dista de corresponder a una falla frágil.

En los países más industrializados se emplea para zonas sísmicas la mampostería reforzada, en donde mediante refuerzo en el interior de los muros, en las juntas y en los huecos de las piezas, se logra un comportamiento similar al de los muros de concreto reforzado. Para ello es necesario que todos los huecos de las piezas se hayan rellenado con mezcla de concreto de alto revenimiento (*grout*) y que el refuerzo se encuentre perfectamente anclado y que sea continuo. Para las bajas cuantías de refuerzo que se colocan usualmente en estos muros en nuestro medio, el comportamiento es frágil por la falla por cortante, como se muestra en la figura 4.33b. Ha sido además frecuente encontrar defectos de colocación del refuerzo y huecos de las piezas sólo parcialmente llenados de mezcla, por lo que esta modalidad de refuerzo requiere de especiales cuidados en la ejecución de la obra. El comportamiento y diseño sísmico de muros de mampostería según la práctica de los EE.UU. y de Nueva Zelanda se trata en detalle en el texto de Paulay y Priestley (1992). Para la práctica de América Latina véase Meli (1994).

4.4.8 Paredes de madera

La madera se emplea en distintas modalidades para formar paneles resistentes a cargas laterales. La más común se forma con arzones de elementos delgados de madera cubiertos por paneles de madera contrachapada, o de yeso. Las paredes así formadas proporcionan elevada rigidez y resistencia a cargas laterales y una disipación de energía notable por los lazos de histéresis en campo inelástico. Un ejemplo de comportamiento típico se muestra en la figura 4.34. El punto de posible debilidad de estos sistemas se encuentra en las conexiones con la cimentación y con los sistemas de piso y techo. En los países donde son comunes estos sistemas, se han desarrollado procedimientos de conexión eficientes y se han determinado los parámetros de resistencia y demás propiedades necesarias para su diseño (véase por ejemplo Faherty y Williamson, 1995).

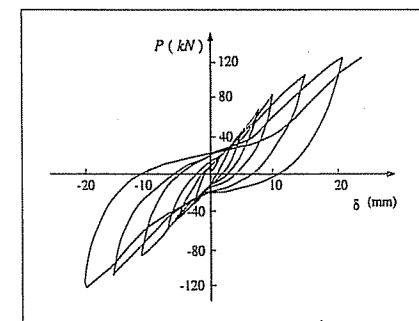


Figura 4.34 Lazos de histéresis de un diafragma de madera a base de paneles contrachapados.

4.5 COMPORTAMIENTO DE SISTEMAS ESTRUCTURALES

4.5.1 Respuesta no lineal de sistemas

El comportamiento de una estructura en su conjunto depende del tipo de comportamiento que tengan los elementos que la componen, pero depende también

en forma importante de la manera en que estos elementos se encuentran integrados y conectados para formar la estructura en su conjunto.

Es particularmente importante estudiar el comportamiento en la etapa no lineal de la estructura y relacionarlo con la respuesta local de las secciones y elementos. El mecanismo de comportamiento no lineal de la estructura depende del tipo y número de secciones que sobrepasen la etapa lineal. Mientras mayor sea el número de secciones que participen de la deformación no lineal y mientras más dúctil sea el comportamiento de estas secciones, mayor ductilidad tendrá el sistema en conjunto.

Para un sistema dado, el mecanismo de deformación inelástica que se llegará a presentar depende de las resistencias relativas de las secciones para cada posible modo de falla. Por tanto, en la etapa de diseño se puede influir en el mecanismo de deformación inelástica de la estructura, al decidir la resistencia que deben tener las distintas secciones para los diferentes modos de falla. Un aspecto esencial del diseño sísmico consiste en proporcionar a las diferentes partes de la estructura resistencias tales que hagan que en conjunto se desarrolle la máxima ductilidad posible. Este es el principio del criterio de *diseño por capacidad* que se ha esbozado en el capítulo 1 y para el cual se ilustrarán algunas aplicaciones prácticas para estructuras de concreto, en el capítulo 8.

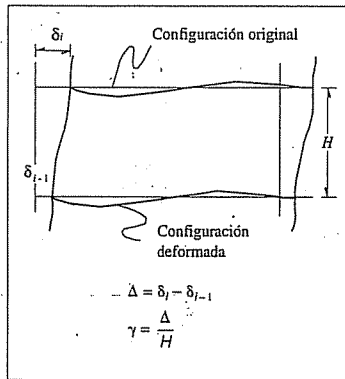


Figura 4.35 Desplazamiento relativo de entrepiso.

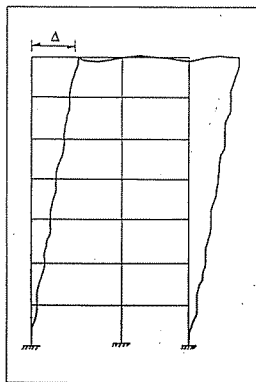


Figura 4.36 Desplazamiento total de un marco en su etapa elástica.

Este índice se denomina *distorsión de entrepiso*, o *deriva*, y es el más empleado para cuantificar la respuesta de edificios, para comparar el comportamiento de diferentes sistemas y para estimar el grado de daño que puede presentarse, tanto en la estructura misma como en los elementos no estructurales.

Una medida global de la respuesta del conjunto es el desplazamiento máximo de la estructura, generalmente en la punta (figura 4.36). Éste es la suma de los desplazamientos relativos a todos los entrepisos que constituyen la estructura.

Cuando se habla de ductilidad de la estructura en su conjunto, ésta se relaciona con el comportamiento del entrepiso más crítico, o con el del desplazamiento total de la estructura en la punta.

Se puede hablar, entonces, de *factor de ductilidad de entrepiso* como la relación del máximo desplazamiento que puede aceptar el entrepiso antes del colapso y el desplazamiento al que se presentó la primera fluencia en alguna sección de los elementos que lo componen: también se puede hablar de *factor de ductilidad global* o *de conjunto* de la estructura, como la relación entre el desplazamiento en la punta al presentarse el colapso y el desplazamiento en la punta al presentarse la primera fluencia en alguna sección.

En términos generales, para que se desarrolle cierto factor de ductilidad de conjunto, se requiere un factor de ductilidad local mucho mayor. Esto se ilustrará a continuación con algunos ejemplos representativos y es un aspecto importante para estimar el grado de ductilidad que puede llegar a desarrollar una estructura.

4.5.3 Relación entre ductilidad de un elemento y ductilidad de una sección

La ductilidad de una sección se representa usualmente mediante la relación entre curvatura última y curvatura de fluencia de la sección sujeta a momento flexionante. La relación momento-curvatura ($M-\phi$) describe el comportamiento.

Como el más simple de los elementos, tomaremos una viga en voladizo sujeta a una carga uniforme, cuya respuesta se define por la relación entre la carga total aplicada y el desplazamiento en la punta ($V-\Delta$).

La ductilidad de la viga se expresa como la relación entre el desplazamiento de colapso y el de fluencia (figura 4.37)

$$\mu_{\Delta} = \Delta_u / \Delta_y$$

El desplazamiento de colapso es la suma de una parte lineal y una de deformación plástica

$$\Delta_u = \Delta_y + \Delta_p$$

La deformación plástica es igual a la rotación de la articulación plástica multiplicada por la longitud de la viga

$$\Delta_p = \theta_p l_v$$

La rotación de la articulación plástica se determina como la curvatura de colapso menos la curvatura a la que inicia la fluencia, multiplicada esta diferencia por la longitud de plastificación, o sea la porción de la viga en que se propaga la plastificación

$$\theta_p = l_p (\phi_u - \phi_y)$$

El desplazamiento de fluencia de la viga se calcula en función de la rotación de fluencia, por relaciones de mecánica de materiales

$$\Delta_y = \phi_y l_v^2 / 4$$

Por lo anterior

$$\mu_{\Delta} = \Delta_u / \Delta_y = 1 + \Delta_p / \Delta_y = 1 + 4 (l_p l_v / l_v^2) (\theta_u - \theta_y) / \theta_y = 1 + 4 (l_p / l_v) (\theta_u / \theta_y - 1)$$

El cociente Δ_u / Δ_y es la ductilidad de curvatura de la sección, que se identificará como μ_{ϕ} . La relación entre el factor de ductilidad de desplazamiento de la viga μ_{Δ} , y el de curvatura de la sección crítica μ_{ϕ} queda expresada como

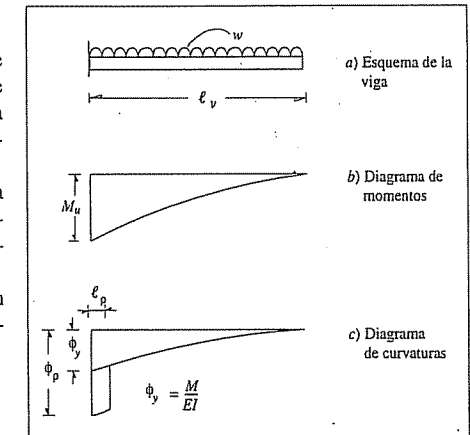


Figura 4.37 Distribución de curvaturas elásticas y plásticas en una viga en voladizo.

$$\mu_{\Delta} = 1 + 4 (l_p/l_v)(\mu_{\phi} - 1)$$

La longitud de plastificación para una articulación plástica que se forma en un empotramiento se estima conservadoramente como la mitad del peralte de la viga

$$l_p = h_v/2$$

Por tanto,

$$\mu_{\Delta} = 1 + 2 (h_v/l_v)(\mu_{\phi} - 1) \quad 4.2$$

Para valores usuales de la relación peralte a longitud de viga ($h_v/l_v < 1/4$), se aprecia que para lograr un factor de ductilidad dado en la viga, se requiere un factor de ductilidad significativamente mayor para la sección. Por ejemplo, para una viga con relación $h_v/l_v = 1/4$, se tiene

$$\mu_{\Delta} = (\mu_{\phi} + 1)/2$$

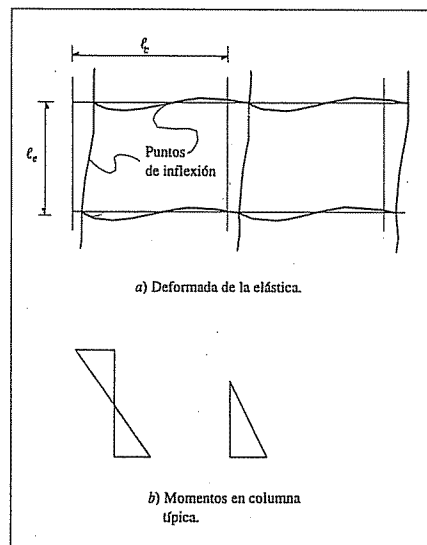
si se quiere lograr $\mu_{\Delta} = 4$, se requiere $\mu_{\phi} = 7$.

De manera semejante, para $h_v/l_v = 1/8$, se tiene

$$\mu_{\Delta} = (\mu_{\phi} + 3)/4$$

y para lograr $\mu_{\Delta} = 4$ se requiere $\mu_{\phi} = 13$.

Figura 4.38 Elástica y momentos en un marco sujeto a cargas laterales.



El ejemplo simplificado anterior puede considerarse representativo de un edificio en que las cargas laterales son resistidas principalmente por un muro de concreto (o un núcleo). Este muro es esencialmente un elemento sujeto a flexión y se comporta como la viga en voladizo aquí estudiada. Por tanto, la respuesta del edificio puede representarse en función del desplazamiento en la punta del muro, para el cual el factor de ductilidad (μ_{Δ}) es función de la rotación de la articulación plástica que se forma en la base del muro. Los dos factores quedan relacionados por la ecuación 4.2. Si suponemos que el muro tiene una longitud de 4 m y que la altura del edificio (y del muro) es de 32 m, la relación h_v/l_v es $1/8$, y para que la estructura logre un factor de ductilidad de 4, la sección crítica debe desarrollar un factor de ductilidad de 13, el cual es muy elevado, aunque factible si la carga axial sobre el muro es muy baja y si se eliminan problemas de pandeo.

4.5.4 Relación entre ductilidad de entrepiso y ductilidad de la sección crítica

Un entrepiso de un marco sujeto a cargas laterales tiene una configuración deformada como la que se muestra en la figura 4.38. Si los claros y alturas de entrepiso son constantes y

así las rigideces de vigas y columnas, se presentan puntos de inflexión en el centro de los claros y a media altura. La relación entre el desplazamiento relativo de entrepiso y la rotación en la base de la columna, en el intervalo lineal y hasta la fluencia vale (ver figura 4.38b),

$$\Delta_y = \phi_y l_c^2/6$$

en que l_c es la altura de entrepiso.

Se identifican dos mecanismos básicos de deformación inelástica; el de columnas débiles-vigas fuertes en el que las articulaciones plásticas se presentan en los extremos de las columnas (figura 4.39a), y el de columnas fuertes-vigas débiles en que las articulaciones plásticas se presentan en los extremos de las vigas (de momento negativo en una cara de la columna y de momento positivo en la otra, figura 4.40a).

a) Mecanismo de columna débil-viga fuerte

El cálculo puede hacerse aislando una columna del entrepiso (figura 4.39b).

El desplazamiento de colapso vale

$$\Delta_u = \Delta_y + \Delta_p$$

$$\Delta_p = \theta_c l_c$$

$$\theta_c = (\phi_p - \phi_y) l_p$$

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = 1 + \frac{\Delta_p}{\Delta_y} = 1 + \frac{(\phi_p - \phi_y) l_p l_c}{\phi_y l_c^2/6} = 1 + 6 \frac{l_p}{l_c} (\mu_{\phi} - 1)$$

Para $l_p = h_c/2$, en que h_c es el peralte de la columna

$$\mu_{\Delta} = 1 + 3 (h_c/l_c) (\mu_{\phi} - 1).$$

Para $h_c/l_c = 1/4$, $\mu_{\Delta} = 1 + 3/4 (\mu_{\phi} - 1)$.

Para $h_c/l_c = 1/8$, $\mu_{\Delta} = 1 + 3/8 (\mu_{\phi} - 1)$.

Si se quiere lograr $\mu_{\Delta} = 4$ se requiere que $\mu_{\phi} = 5$ para el primer caso y $\mu_{\phi} = 9$ en el segundo. La diferencia entre la ductilidad de entrepiso y la ductilidad local de curvatura no es extremadamente grande; sin embargo, hay que tomar en cuenta que las columnas por estar sujetas a cargas axiales

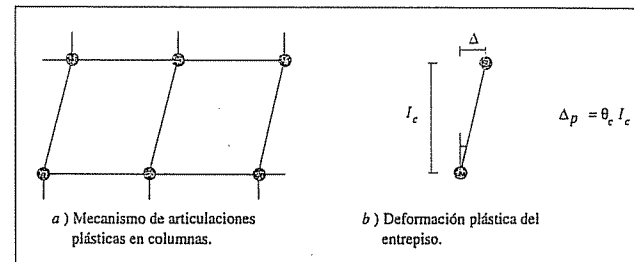


Figura 4.39 Mecanismo de falla de un entrepiso por columnas débiles vigas fuertes.

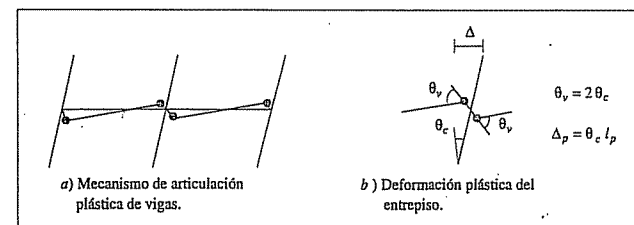


Figura 4.40 Mecanismo de falla de un entrepiso por columnas fuertes vigas débiles.

elevadas no son capaces de desarrollar ductilidades significativas, por lo tanto, este mecanismo de falla es indeseable.

b) Mecanismo de columna fuerte-viga débil

Nuevamente, aislando una columna interior y el nudo con las vigas, se aprecia de la figura 4.40b, que entre la rotación de la articulación plástica de las vigas θ_v y la rotación de la columna se da la relación

$$\theta_v = 2 \theta_c$$

Por lo que

$$\Delta_p = (\theta_v/2) l_c = [(\phi_p - \phi_y)/2] l_p l_c$$

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = 1 + \frac{\Delta_p}{\Delta_y} = 1 + \frac{(\phi_p - \phi_y) l_c l_p/2}{\phi_y l_c^2/6} = 1 + 3 \frac{l_p}{l_c} (\mu_\phi - 1)$$

para $l_p = h_v/2$

$$\mu_\Delta = 1 + (3/2) (h_v/l_c) (\mu_\phi - 1)$$

Para la relación entre peralte de la viga h_v y altura de columna h_c , se tomarán también dos valores; para $h_v/l_c = 1/4$,

$$\mu_\Delta = 1 + (3/8) (\mu_\phi - 1)$$

Para lograr $\mu_\Delta = 4$ se requiere $\mu_\phi = 9$.

Cuando $h_v/l_c = 1/8$; se tiene $\mu_\Delta = 1 + (3/16) (\mu_\phi - 1)$

Y para lograr $\mu_\Delta = 4$ se requiere $\mu_\phi = 17$.

Las demandas de ductilidad locales necesarias para lograr una ductilidad dada de entrepiso, son en este caso mucho mayores que en el anterior; sin embargo, hay que considerar que las articulaciones plásticas en las vigas son capaces de desarrollar ductilidades muy superiores que las de columnas.

Para una comparación más realista entre los dos mecanismos es necesario analizar el marco en su conjunto, como se hace de manera simplificada en la sección siguiente.

4.5.5 Relación entre ductilidad global de un marco y ductilidad local de la sección crítica

Consideremos el marco de la figura 4.36 y supongamos, con una simplificación extrema, que el desplazamiento lateral de entrepiso en la etapa de comportamiento lineal, es constante para todos los entrepisos. Esto implica que las secciones de vigas y columna de cada entrepiso se han dimensionado de manera que sus momentos de inercia varían proporcionalmente a la fuerza cortante que actúa en el entrepiso.

En este caso la deformación lateral en la punta del marco es la suma de n desplazamientos (iguales) de entrepiso, y su relación con la curvatura del extremo de una columna cualquiera vale

$$\Delta_y = n \phi_y l_c^2/6$$

Para que se presente el colapso del marco con mecanismo de columna débil-viga fuerte basta con que este mecanismo se forme en un solo entrepiso (figura 4.41). Por tanto, la deformación plástica es la misma que la calculada para el estudio de un entrepiso y se tiene

$$\mu_\Delta = 1 + \frac{(\phi_p - \phi_y) l_p l_c}{n \phi_y l_c^2/6} = 1 + \frac{6}{n} \frac{l_p}{l_c} (\mu_\phi - 1)$$

Para $l_p = h_v/2$; $h_v/l_c = 1/8$ y $n = 12$

$$\mu_\Delta = 1 + (1/32) (\mu_\phi - 1)$$

Lo anterior implica que para que una estructura de 12 pisos desarrolle un factor de ductilidad de 4 se requiere que localmente, en las columnas del entrepiso donde se forman las articulaciones plásticas, se presenten rotaciones inelásticas que corresponden a un factor de ductilidad de curvatura de 97. Esto excede totalmente la capacidad de rotación de las columnas, por lo que este mecanismo de columnas débiles-vigas fuertes es altamente indeseable.

Con relación al otro mecanismo de columnas fuertes-vigas débiles, para que la estructura en su conjunto llegue al colapso se requiere que se formen articulaciones plásticas en todos los pisos y además en la base de las columnas, en la forma mostrada en la figura 4.42. Para esta condición la relación entre la ductilidad de conjunto y la ductilidad local es aproximadamente la misma que se determinó para un entrepiso aislado.

Se concluye que el mecanismo de columnas débiles-vigas fuertes debe evitarse mediante el diseño adecuado de la resistencia relativa entre las vigas y columnas que concurren a un mismo nudo, de manera de favorecer que se formen articulaciones plásticas en las vigas y no en las columnas con el mecanismo llamado de columnas fuertes-vigas débiles. La manera de lograrlo se ilustra en el capítulo 8. Otro aspecto a considerar es que para obtener cierto factor de ductilidad global de la estructura, se requiere desarrollar ductilidades locales en las secciones críticas varias veces superiores a dicho valor.

4.6 PROPIEDADES MECÁNICAS Y GEOMÉTRICAS DE LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES PARA EL ANÁLISIS DE LOS EDIFICIOS

Para efectuar el análisis lineal de un marco se requiere conocer el módulo de elasticidad del material que constituye los elementos estructurales, el área y el momento de inercia de las secciones transversales de los mismos.

Según las Normas de Concreto del RCDF, el módulo de elasticidad del concreto (en kg/cm^2) debe tomarse como $13000 \sqrt{f'_c}$ para concreto clase 1 y como $8000 \sqrt{f'_c}$ para clase 2. El concreto clase 1 es el que se elabora con agregados de alta calidad y peso volumétrico normal, mientras que el clase 2 es el que se obtiene con los agregados que se encuentran normalmente

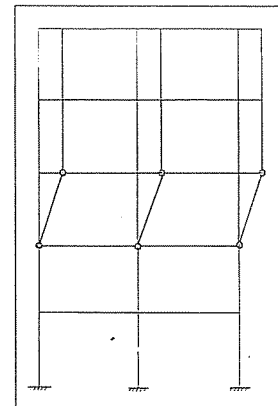


Figura 4.41 Mecanismo de falla de entrepiso de un marco por columna débil.

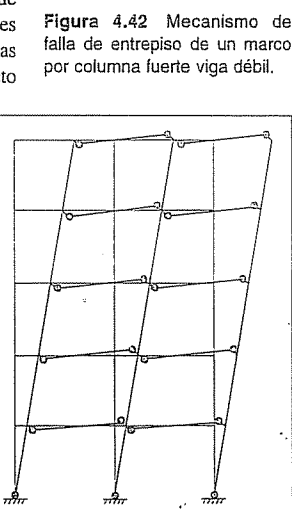


Figura 4.42 Mecanismo de falla de entrepiso de un marco por columna fuerte viga débil.

en el valle de México y que tienen un peso volumétrico bajo y un elevado contenido de polvos.

Para valorar las propiedades geométricas de columnas de concreto reforzado se puede considerar la sección bruta, pensando que las mismas, por estar sujetas generalmente a compresiones altas, no tendrán mucho agrietamiento.

En vigas de concreto reforzado que no estén coladas monolíticamente con las losas, es razonable usar el momento de inercia de la sección agrietada transformada, el cual, para secciones rectangulares con porcentajes usuales de refuerzo, vale alrededor del 60 por ciento del momento de inercia de la sección bruta. Si las vigas están coladas monolíticamente con la losa, entonces, en las zonas de momentos positivos, existen patines que dan lugar a una sección T cuyo momento de inercia vale de 1.5 a 2 veces el de la sección rectangular. Este efecto tiende a compensarse con el de la reducción debida al agrietamiento, y parece adecuado en estos casos emplear el momento de inercia de la sección rectangular bruta (sin considerar la reducción por agrietamiento, ni el aumento por la contribución de la losa).

Cuando el marco por analizar es una idealización de un sistema a base de losas planas (aligeradas o macizas) y columnas, se recomienda, de acuerdo con resultados experimentales, considerar que el ancho efectivo de la losa es $c + 3h$, donde c es el ancho de la columna (perpendicular al plano del marco) y h el peralte total de la losa plana. Si la losa es aligerada, entonces conviene considerar un momento de inercia promedio entre el de los apoyos (donde hay una zona maciza) y el de la zona central (donde se deben descontar los huecos de los casetones).

Para edificios de acero, el módulo de elasticidad tiene un valor muy conocido, 2 000 000 kg/cm², independiente del tipo de acero. Las propiedades de las secciones transversales vienen tabuladas en varios libros y manuales, o, en caso de no ser así, se pueden calcular con base en las dimensiones nominales de diseño.

Con frecuencia se busca que losas de piso de concreto reforzado trabajen en conjunto con las vigas de acero en que se apoyan, dando lugar a las llamadas secciones compuestas. Esto requiere que entre losa y vigas exista la capacidad para resistir los esfuerzos cortantes que implica este trabajo solidario, para lo cual es generalmente necesaria la utilización de conectores, especialmente diseñados. En este caso, en las zonas de momentos positivos debe considerarse el momento de inercia de la sección compuesta (dividiendo el área de concreto entre la relación de módulos de elasticidad), y en las zonas donde los momentos son negativos, debe usarse sólo el momento de inercia de la sección de acero. Parece razonable emplear un promedio de dichos momentos de inercia, como un valor constante para toda la viga.

Como puede inferirse de las correspondientes matrices de rigidez, para analizar sistemas con muros es necesario conocer los módulos de elasticidad y de cortante, el momento de inercia, el área axial y el área de cortante de cada muro. En el caso de diagonales se deben conocer módulos de elasticidad y el área de sección transversal de cada una de ellas. Es aceptable considerar que el concreto es un material isótropo, con un módulo de Poisson de aproximadamente 0.2, lo cual implica que su módulo de cortante G_c es igual a $E_c/2.4$.

Para estos muros se acostumbra calcular el momento de inercia con base en su sección bruta, incluyendo el aporte de columnas o muros perpendiculares en los extremos, que trabajan como si fuesen patines y dan lugar a secciones de los tipos T, L, C o similares. El área de cortante de secciones de formas distintas se deriva de consideraciones de resistencia de materiales. Los valores para algunas secciones comunes se muestran en la tabla 4.2. En estos casos, si un muro que

Tabla 4.2. Área de cortante de algunas secciones.

Sección	Área de cortante
Rectangular de dimensiones b, h	$5 b h / 6$
T.C.L. con altura de peralte d y espesor t	dt
Circular sólida de radio r	$0.9 \pi r^2$
Tubo rectangular de dimensiones b, h y espesor t	$2 b t$ ó $2 h t$ según la dirección de la cortante
Tubo circular de radio r y espesor t	$0.5 \pi r t$

funge como patín tiene un espesor t , su ancho efectivo puede considerarse igual a $6t$, a menos que el ancho real sea menor. La contribución de estos anchos efectivos también puede incluirse en el área de la sección transversal que interviene en el cálculo de las deformaciones axiales, pero debe excluirse al valorar el área de cortante, la cual es igual al área del muro que hace las veces de alma.

De acuerdo con la norma correspondiente, las propiedades mecánicas de la mampostería se calculan a partir de su resistencia nominal a compresión f_m^* , sobre el área bruta. f_m^* se puede determinar a partir de ensayos de pilas, o de la resistencia nominal de las piezas y el mortero; sin embargo, para cuando no se realicen determinaciones experimentales, se da allí una tabla de valores indicativos de f_m^* , en función de los tipos de pieza y de mortero, la cual se reproduce aquí como tabla 4.3.

De acuerdo con las normas, para cargas de corta duración como las sísmicas, el módulo de elasticidad E_m es igual a $600 f_m^*$, si la mampostería es de tabiques o bloques de cemento, e igual a $400 f_m^*$ para mampostería de tabique de barro.

Las propiedades geométricas de muros de mampostería, como momentos de inercia o áreas de cortante, se pueden determinar con los criterios que se dieron para muros de concreto en párrafos anteriores, con la aclaración de que, aun cuando se trate de piezas huecas, hay que basarse en la sección bruta, ya que así está previsto al estipular las propiedades mecánicas en la norma respectiva.

Tabla 4.3 Propiedades de la mampostería.

Pieza	Mortero	f_m^*	v_m^*	E	G
Tabique recocido	I	15	3.5	4500	1350
	II	15	3	4500	1350
	III	15	3	4500	1350
Tabique extruido	I	40	3	12000	3600
	II	40	2	12000	2700
	III	30	2	9000	2700
Bloque concreto pesado	I	20	3.5	10000	3000
	II	15	2.5	7500	2250
	III	15	2.5	7500	2250

Esfuerzo en kg/cm².

f_m^* y v_m^* son esfuerzos nominales de diseño, no esfuerzos permisibles.

Cuando se trata de diagonales de acero el módulo de elasticidad es 2 000 000 kg/cm², y es práctica común considerar sólo la diagonal en tensión, debido a que la de compresión, por tener una relación de esbeltez muy alta, se pandea ante esfuerzos pequeños.

Si las diagonales son de concreto reforzado, el valor de EA depende del nivel de esfuerzos; un procedimiento detallado para calcular EA cuando existen esfuerzos de tensión que agrietan el concreto se describe en Rosenblueth y Esteva (1962). Una simplificación aceptable es considerar solamente la diagonal en compresión, que es la que tiene mayor rigidez, empleando el área de su sección bruta y el módulo de elasticidad del concreto; en todo caso para la diagonal en tensión se puede usar solamente el área de acero con el módulo de elasticidad de dicho material.

Capítulo 5

Criterios de estructuración

5.1 IMPORTANCIA DE LA CONFIGURACIÓN ESTRUCTURAL EN EL COMPORTAMIENTO SÍSMICO

Es frecuente en la práctica que la mayor parte del tiempo que se dedica al diseño estructural de un edificio se invierte en los procesos de análisis y dimensionamiento, y que se examinen sólo con brevedad los aspectos de diseño conceptual y de estructuración. Desde el punto de vista del diseño sísmico esta costumbre es particularmente peligrosa, puesto que no se puede lograr que un edificio mal estructurado se comporte satisfactoriamente ante sismos, por mucho que se refinan los procedimientos de análisis y dimensionamiento. Por el contrario, la experiencia obtenida en varios temblores muestra que los edificios bien concebidos estructuralmente y bien detallados han tenido un comportamiento adecuado, aunque no hayan sido objeto de cálculos elaborados, y, en ocasiones, aunque no hayan satisfecho rigurosamente los reglamentos.

En este capítulo se proponen recomendaciones para la selección de la correcta configuración estructural de un edificio. En esto se incluye la forma de la construcción, en planta y en elevación, así como la distribución y arreglo de los elementos estructurales que constituyen el esqueleto resistente del edificio.

Es evidente que la configuración estructural queda en buena parte definida por el proyecto arquitectónico. Es por ello que en esta etapa es esencial la interacción entre el responsable del proyecto arquitectónico y el del proyecto estructural. El segundo debe hacer consciente al primero de las necesidades mínimas de rigidez, resistencia y regularidad que requiere la estructura y de las consecuencias que tienen algunas decisiones arquitectónicas en el comportamiento estructural.

Es cierto que la mayoría de las recomendaciones de estructuración para zonas sísmicas tienden a lograr edificios regulares y robustos; por ello limitan fuertemente la posibilidad de llegar a formas atrevidas y originales y limitan también la libertad del uso del espacio interno del edificio. Constituye, por tanto, un reto para los proyectistas conjugar las necesidades arquitectónicas y estructurales y lograr un proyecto a la vez funcional, seguro y estéticamente atractivo.

Los lineamientos establecidos en este capítulo para la configuración estructural no constituyen en general requisitos tajantes. No obstante, en lo posible se debe evitar salir de los límites recomendados; de no ser así, el edificio debe ser materia de análisis más refinados que los usuales, para tomar en cuenta los efectos desfavorables de la forma o configuración especial de la estructura. Se encontrará que en ciertos casos el mismo análisis indicará la inconveniencia del sistema adoptado y la necesidad de cambiarlo.

En el resto del capítulo señalaremos primero las razones por las que deben evitarse ciertas formas del edificio y ciertas configuraciones estructurales. Se pondrán límites para algunos índices de regularidad del edificio y se expondrán diversos casos de configuraciones estructurales inconvenientes. Analizaremos después, las ventajas y limitaciones de los sistemas estructurales más comunes y se darán algunas recomendaciones sobre la selección del sistema de cimentación.

Se hará referencia a las condiciones de regularidad que establecen las Normas Técnicas de Diseño por Sismo del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (NTDS). Aunque no es obligatoria la observancia de las condiciones establecidas en el capítulo 6 de dichas Normas, la sección 4.1 indica que, cuando no se cumplen estas condiciones, debe reducirse el factor de comportamiento sísmico a 80 por ciento, lo que equivale a diseñar para fuerzas sísmicas 25 por ciento mayores.

Como lectura adicional sobre criterios de estructuración y sobre la relación entre el proyecto arquitectónico y el estructural, recomendamos el libro de Arnold y Reitherman (1987).

5.2 CARACTERÍSTICAS RELEVANTES DEL EDIFICIO PARA EL COMPORTAMIENTO SÍSMICO

5.2.1 Peso

Reconociendo que las fuerzas de inercia son proporcionales a la masa y, en consecuencia, al peso del edificio, debe procurarse que éste sea lo más ligero posible. Una parte importante del peso de la construcción proviene de los revestimientos y de los elementos divisorios no estructurales. Es allí donde más fácilmente se pueden lograr reducciones.

Considerando que las aceleraciones introducidas en el edificio crecen con la altura, es importante evitar masas excesivas en las partes altas del edificio. Así, en el proyecto arquitectónico conviene ubicar en los pisos bajos las áreas donde se prevén mayores concentraciones de pesos (tales como archivos y bóvedas) y evitar los apéndices pesados en la punta del edificio.

Deben evitarse fuertes diferencias en los pesos de pisos sucesivos, porque generan variaciones bruscas en las fuerzas de inercia y en la forma de vibrar del edificio. El capítulo 6 de la NTDS establece que para que una estructura se califique como regular, debe cumplirse que: "7. El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que el del piso inmediato inferior ni, excepción hecha por el último nivel de la construcción, es menor que 70 por ciento de dicho peso."

Hay que tratar que el peso del edificio esté distribuido simétricamente en la planta de cada piso. Una posición fuertemente asimétrica generaría vibraciones torsionales. La figura 5.1 ilustra esquemáticamente las situaciones que deben evi-

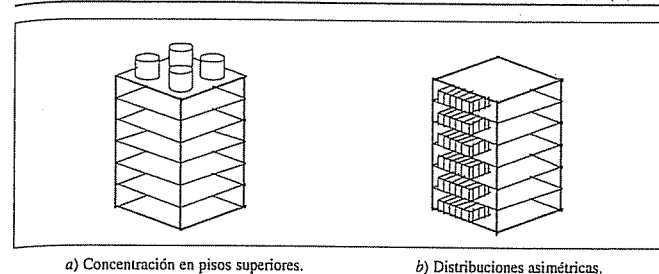


Figura 5.1 Distribuciones indeseables del peso del edificio.

tarse. Es importante además observar que en voladizos, o en vigas que tengan claros muy largos, la vibración vertical produce fuerzas de inercia verticales que se suman a la de la gravedad y que conviene reducir al mínimo. Por ello, hay que evitar masas excesivas en estos elementos.

5.2.2 Forma del edificio en planta

Algunos aspectos de la forma en planta del edificio propician una respuesta sísmica poco conveniente y deben evitarse. Entre estos aspectos lo principal es la asimetría de la planta, la que tiende a provocar vibraciones torsionales del edificio; por ello, deben evitarse formas como las indicadas en la figura 5.2. Aunque es factible eliminar o minimizar la vibración torsional mediante una distribución de elementos resistentes que haga coincidir el baricentro de masa con el centro de torsión (figura 5.3a), con frecuencia esto implica concentraciones de fuerzas en ciertas zonas de la planta y vibraciones locales que son difíciles de cuantificar. Otro posible remedio para los problemas de las plantas asimétricas es la subdivisión del edificio en cuerpos independientes y regulares mediante juntas de construcción (también llamadas juntas sísmicas) (figura 5.3b). Sin embargo, cabe hacer notar que la separación que se tiene que guardar entre los cuerpos adyacentes es considerable y produce serias complicaciones en el diseño de los elementos de

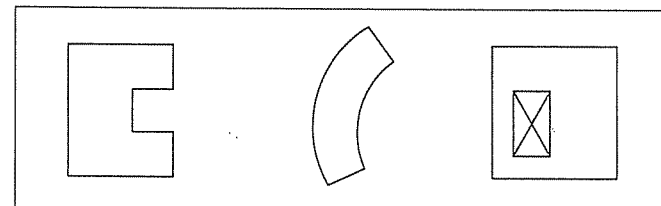


Figura 5.2 Formas asimétricas en planta que son indeseables por tender a producir vibración torsional.

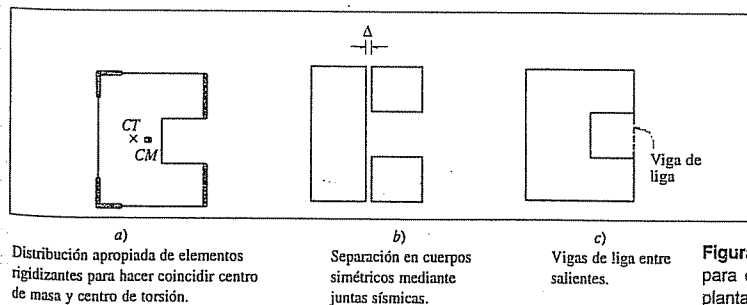


Figura 5.3 Posibles remedios para eliminar los problemas de plantas asimétricas.

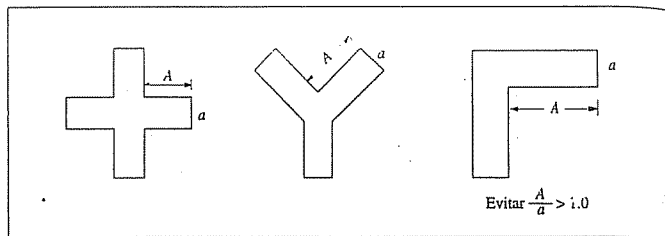


Figura 5.4 Plantas con alas muy largas.

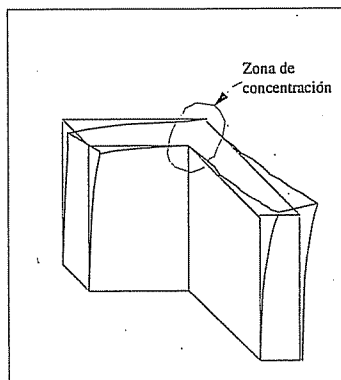


Figura 5.5 Vibración en direcciones diferentes de alas de edificios.

conexión que son necesarios para permitir el paso entre uno y otro cuerpo. Otra forma de remediar los problemas de la asimetría de la planta es mediante elementos estructurales exteriores que ligen las distintas partes del edificio y que lo vuelvan más simétrico (figura 5.3c).

Otro aspecto que hay que evitar en la planta del edificio es la presencia de alas muy alargadas como en los casos que se ilustran en la figura 5.4. Esto tiende a producir que las alas vibren en direcciones diferentes, con lo que se producen fuertes concentraciones de sollicitaciones en las esquinas interiores de la planta (figura 5.5). Para remediar estos problemas puede recurrirse nuevamente a la subdivisión de la planta en cuerpos independientes y cortos o debe proporcionarse gran rigidez a los extremos de las alas y reforzar cuidadosamente las esquinas interiores, como se muestra esquemáticamente en la figura 5.6.

También es recomendable procurar que las plantas no sean muy alargadas. Mientras mayor es la longitud del edificio, mayor es la pro-

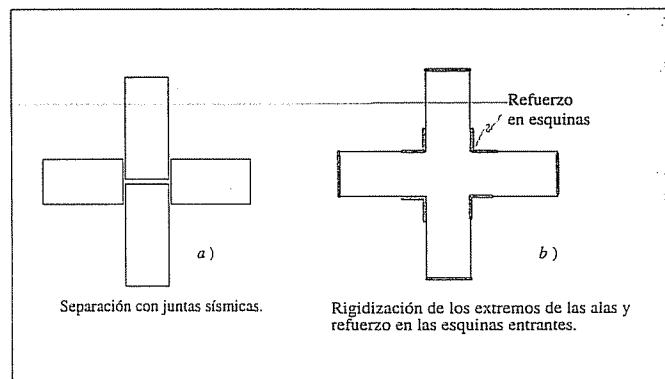


Figura 5.6 Remedios para edificios con alas muy largas.

babilidad de que actúen sobre su base movimientos que difieran en un extremo y otro de la planta (figura 5.7a), pero el problema principal de las plantas muy alargadas es que la flexibilidad del sistema de piso puede provocar vibraciones importantes en planta (figura 5.7b), las que incrementan sustancialmente las sollicitaciones en la parte central del edificio. Deben evitarse, por tanto, situaciones como las indicadas en la figura 5.8 y, en caso de que no sea posible, adoptar alguno de los remedios propuestos en la figura 5.9 (en par-

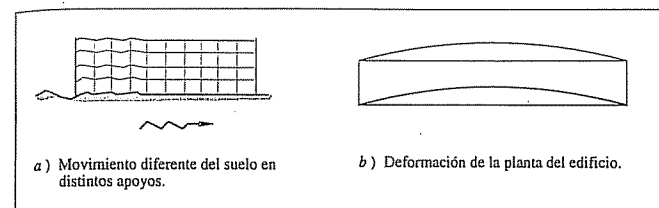


Figura 5.7 Problemas en edificios muy alargados en planta.

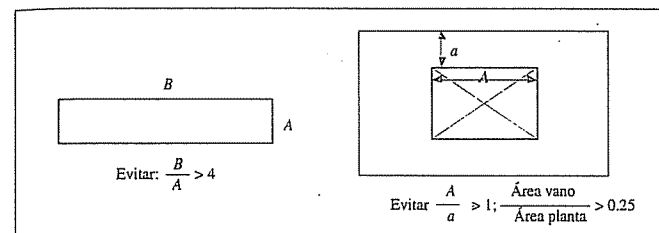


Figura 5.8 Límites recomendados para los lados de la planta de un edificio.

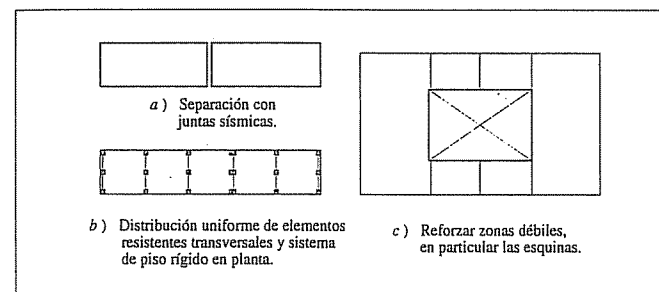


Figura 5.9 Posibles remedios para plantas muy alargadas.

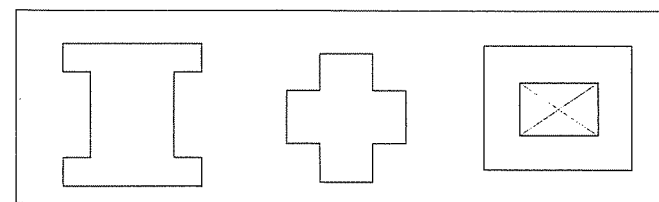
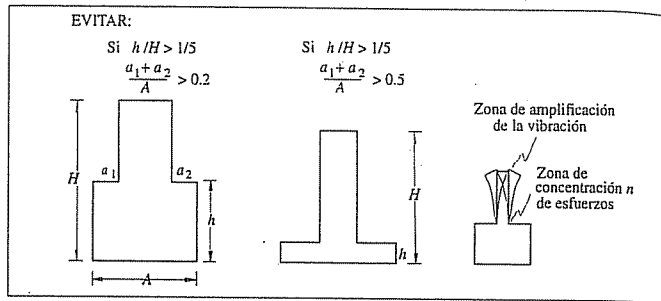


Figura 5.10 Plantas con esquinas entrantes (indeseables).

ticular, cuidar la distribución uniforme de las rigideces transversales y usar sistemas de piso muy rígidos en su plano).

En la mayoría de las recomendaciones sobre la correcta configuración de los edificios, se desaconsejan las plantas con esquinas entrantes, como las que se ilustran en la figura 5.10. El problema no es muy grave, a menos que las alas sean muy largas, pero, como principio debe buscarse siempre que la planta sea lo más compacta posible, para evitar las concentraciones de esfuerzos en las esquinas entrantes.

Figura 5.11: Reducciones bruscas indeseables de las dimensiones de la planta en pisos superiores de edificios.



5.2.3 Forma del edificio en elevación

La sencillez, regularidad y simetría son deseables también en la elevación del edificio para evitar que se produzcan concentraciones de esfuerzos en ciertos pisos o amplificaciones de la vibración en las partes superiores del edificio.

La figura 5.11 ilustra algunas reducciones bruscas en el tamaño de la planta de los pisos superiores, las que son indeseables por las razones antes citadas. Conviene evitarlas y seguir las precauciones indicadas en la figu-

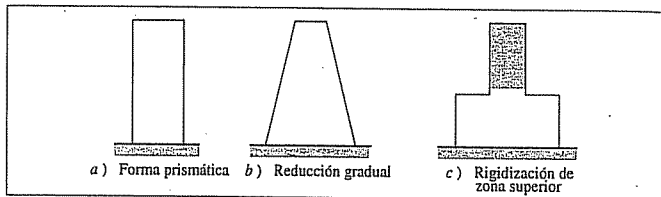


Figura 5.12 Posibles remedios a la reducción en elevación.

ra 5.12. Particularmente críticas son las reducciones bruscas en la parte superior del edificio, donde el cambio drástico de rigidez tiende a producir el fenómeno "de chicoteo" con una gran amplificación de vibración en la punta. Discontinuidades de este tipo se presentan en los edificios tipo plaza y torre, que cuentan con una base de grandes dimensiones y una torre elevada. La discontinuidad en elevación es aquí menos grave porque se produce en pisos donde todavía los desplazamientos laterales son reducidos.

La esbeltez excesiva de la construcción puede provocar problemas de volteo, de inestabilidad (efectos $P-\Delta$) y de transmisión de cargas elevadas a la cimentación y al subsuelo. Además, se vuelven importantes los efectos de los modos superiores de vibración. Todos estos problemas se pueden manejar mediante análisis dinámicos refinados de la estructura y cuidando de proporcionar una elevada rigidez lateral en la dirección más esbelta del edificio y de recurrir a una cimentación rígida. Sin embargo, conviene mantener lo más compacta posible la forma del edificio en elevación. Las Normas Sísmicas del RCDF permiten considerar la estructura como regular, sólo si su relación de esbeltez no excede de 2.5

(figura 5.13). La mayoría de las recomendaciones de estructuración aconsejan que la relación de esbeltez sea menor de cuatro.

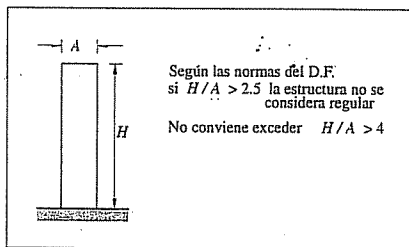


Figura 5.13 Limitaciones a la esbeltez del edificio.

5.2.4 Separación entre edificios adyacentes

Al ubicar la posición exacta del edificio dentro del terreno correspondiente, es importante guardar una separación que sea suficiente con respecto a edificios adyacentes, para evitar que los distintos cuerpos se golpeen al vibrar fuera de fase durante un sismo. Los daños por el sismo de 1985 en la ciudad de México han puesto en evidencia la gravedad de este problema, especialmente para edificios altos desplazados en terreno blando. El daño puede ser particularmente grave cuando los pisos de los cuerpos adyacentes no coinciden en las mismas alturas, de manera que durante la vibración las losas de piso de un edificio pueden golpear a media altura las columnas del otro.

Diversas recomendaciones proponen una separación mínima entre edificios de un centésimo de la altura del punto más alto de posible contacto. Las Normas del RCDF establecen un requisito más estricto, especialmente en edificios sobre terreno blando donde la rotación de la base puede incrementar significativamente el desplazamiento en la punta (figura 5.14).

El problema es crítico para edificios existentes que han mostrado ya tener problemas de choques. Se puede en estos casos rigidizar los edificios para limitar sus movimientos laterales, ligarlos para que vibren en fase, o colocar entre ellos dispositivos que amortigüen el impacto.

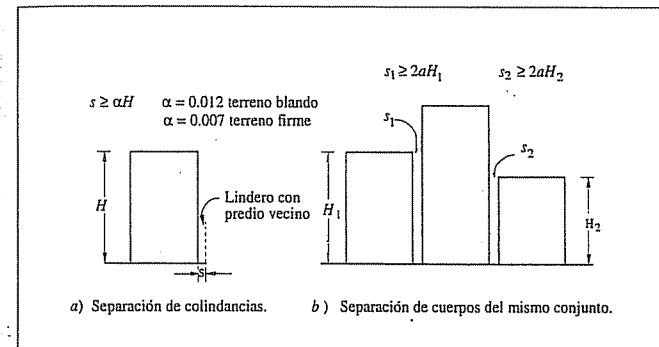


Figura 5.14 Separación entre edificios adyacentes para evitar choques (Requisitos de las Normas del RCDF).

5.3 REQUISITOS BÁSICOS DE ESTRUCTURACIÓN

En términos generales, podemos establecer los cuatro requisitos siguientes para el sistema estructural de edificios en zonas sísmicas:

- El edificio debe poseer una configuración de elementos estructurales que le confiera resistencia y rigidez a cargas laterales en cualquier dirección. Esto se logra generalmente, proporcionando sistemas resistentes en dos direcciones ortogonales.
- La configuración de los elementos estructurales debe permitir un flujo continuo, regular y eficiente de las fuerzas sísmicas desde el punto en que éstas se generan (o sea, de todo punto donde haya una masa que produzca fuerzas de inercia) hasta el terreno.

- c) Hay que evitar las ampliaciones de las vibraciones, las concentraciones de solicitaciones y las vibraciones torsionales que pueden producirse por la distribución irregular de masas o rigideces en planta o en elevación. Para tal fin conviene que la estructura sea lo más posible

- i) sencilla
- ii) regular
- iii) simétrica
- iv) continua

- d) Los sistemas estructurales deben disponer de redundancia y de capacidad de deformación inelástica que les permitan disipar la energía introducida por sismos de excepcional intensidad, mediante elevado amortiguamiento inelástico y sin la presencia de fallas frágiles locales y globales.

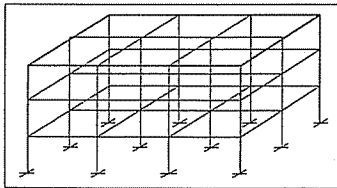


Figura 5.15 Marco tridimensional.

De estos principios básicos derivan diversas recomendaciones específicas sobre estructuración, las que ilustraremos en la siguiente sección de este capítulo. Antes, conviene recordar brevemente cuáles son los sistemas estructurales básicos con que se cuenta para proporcionar la resistencia a cargas laterales de los edificios.

El *marco tridimensional* (figura 5.15) es el que está formado por columnas y vigas en dos direcciones, conectadas entre sí de manera de permitir la transmisión de momentos flexionantes y proporcionar rigidez lateral a la estructura.

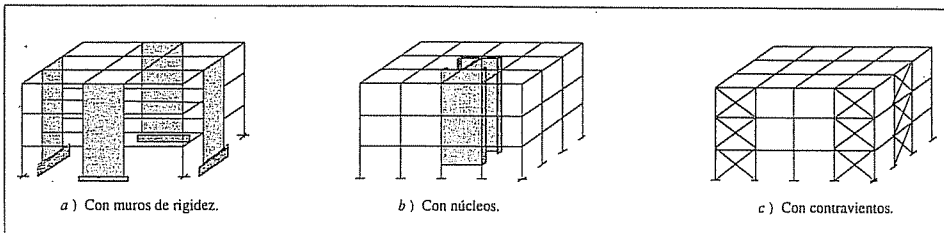
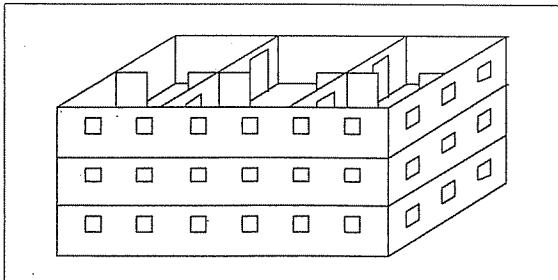


Figura 5.16 Marcos rigidizados.

El *marco rigidizado* con diagonales de contraviento, con núcleos rígidos o con muros de relleno (figura 5.16). En estas estructuras la interacción entre los dos sistemas básicos produce una distribución de las cargas laterales que es compleja y variable con el número de pisos, pero que da lugar a incrementos sustanciales de rigidez y resistencia con respecto a la estructura a base de marcos.

Figura 5.17 Sistema tipo cajón.



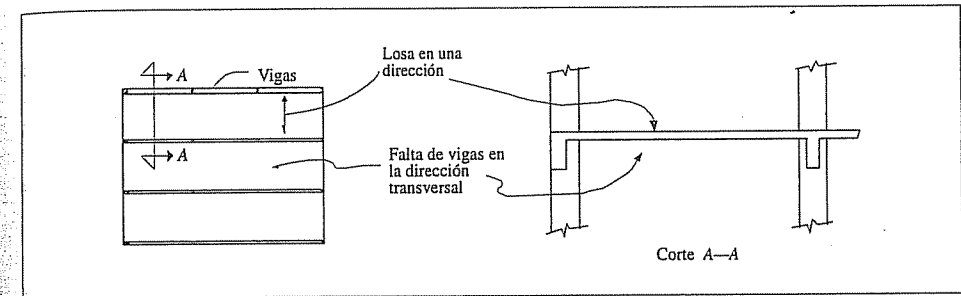
La *estructura tipo cajón*, de paredes de carga (figura 5.17), está formada por paneles verticales y horizontales conectados para proporcionar continuidad.

Existen variantes y combinaciones de estos sistemas y otros más complejos, como las estructuras espaciales a base de superficies continuas o trianguladas. Los anteriores

son, sin embargo, los sistemas básicos sobre los que se concentrarán las recomendaciones de estructuración. Posteriormente comentaremos sobre las ventajas y limitaciones de estos sistemas.

5.4 REQUISITOS ESPECÍFICOS DE ESTRUCTURACIÓN

El primer requisito básico expuesto en la sección anterior es que el edificio debe poseer un sistema estructural que le proporcione rigidez y resistencia en dos direcciones ortogonales, para ser capaz de soportar los efectos sísmicos en cualquier dirección. Dos ejemplos, frecuentemente usados en zonas no sísmicas y que no cumplen con el requisito anterior, son los que se describen a continuación.



El edificio de la figura 5.18 tiene marcos en una sola dirección, ya que el sistema de piso es a base de una losa trabajando en una sola dirección en la que no existen vigas. El edificio adolece obviamente de falta de resistencia lateral en la dirección

Figura 5.18 Edificio estructurado con marcos en una sola dirección.

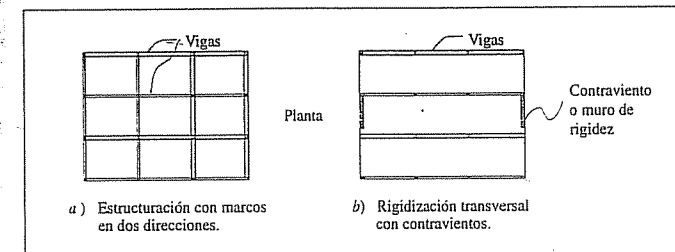


Figura 5.19 Remedios a la situación de la figura anterior.

transversal. Para remediar esta situación pueden colocarse muros o contravientos en la dirección transversal, o formar marcos también en dicha dirección (figura 5.19).

El edificio de la figura 5.20, a base de muros de carga, tiene la mayoría de las paredes alineadas en una sola dirección, por lo que en la otra su resistencia a cargas laterales es mínima. Si se trata de una estructura de concreto podrá contarse con cierta resistencia a carga lateral, mediante la acción de marco entre la losa y los muros, en caso de que hubiese la continuidad necesaria en la conexión losa-muro

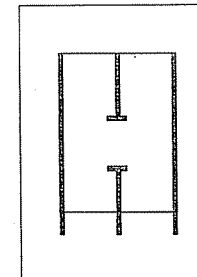


Figura 5.20 Edificio con muros alineados en una sola dirección.

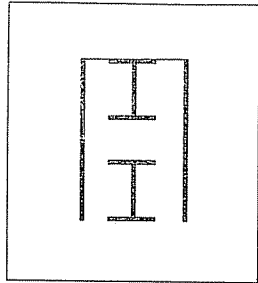


Figura 5.21 Edificio con muros en dos direcciones.

Figura 5.22 Ubicación asimétrica de elementos rígidos.

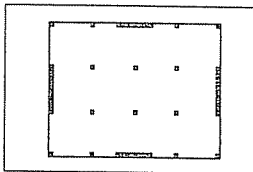
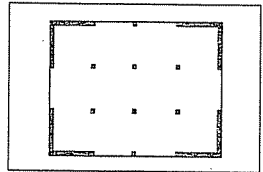
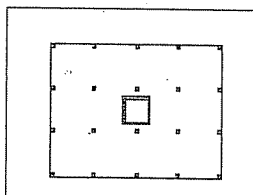
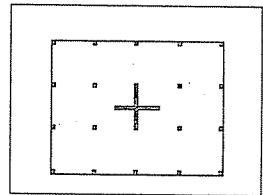
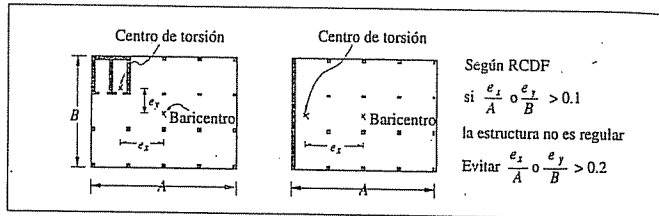


Figura 5.23 Edificios con diferente rigidez torsional.

penden no linealmente. Una situación típica se muestra en la figura 5.24. La

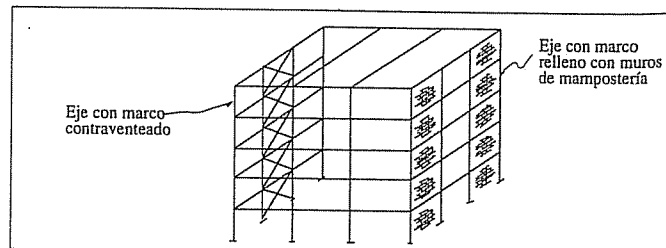


Figura 5.24 Configuración estructural con posible problema de torsión en comportamiento no lineal.

y de que se reforzaran los muros para resistir los momentos flexionantes. El sistema es poco eficiente. La solución lógica es disponer de una longitud adecuada de muros alineados en las dos direcciones, como se muestra en la figura 5.21.

Con respecto al requisito de simetría del sistema estructural, el propósito es limitar al mínimo la vibración torsional del edificio, la cual introduciría solicitaciones adicionales y significativas en la estructura. Aunque estas solicitaciones se pueden calcular con los procedimientos especificados por las Normas, es conveniente que la distribución de elementos resistentes sea tal que se reduzca al mínimo la excentricidad entre el centro de masas y el de torsión. Ejemplos extremos de estructuraciones asimétricas se ilustran en la figura 5.22, en que los elementos más rígidos se concentran en un solo lado de la planta. La Norma Técnica para Dise-

ño por Sismo (NTDS) del RCDF especifica que para que una estructura sea considerada regular, la relación entre la excentricidad y la dimensión de la planta no debe exceder de 0.1. Las situaciones en que esta relación excede de 0.20 son decididamente desaconsejables. Además de la simetría es conveniente que la estructuración posea una elevada rigidez torsional para hacer frente a posibles torsiones accidentales. Por ello es preferible que los elementos más rígidos se encuentren colocados en la periferia, como en la figura 5.23b, y no en la parte central, como en la figura 5.23a.

Finalmente, con respecto al problema de la vibración torsional, debe evitarse que se presenten excentricidades no sólo cuando la estructura responde en su intervalo lineal, sino también cuando algunos de sus elementos res-

rigidez de los marcos contraventeados de la fachada izquierda es equilibrada por los marcos rellenos con muros de mampostería de la fachada derecha. Podemos suponer que en el intervalo elástico la estructura responda en forma simétrica. Sin embargo, para grandes deformaciones laterales, la rigidez de los muros diafragma de mampostería se reduce mucho más drásticamente que la de los marcos contraventeados, por lo que el edificio puede comenzar a vibrar en forma asimétrica. La sección 8.6 de las NTDS llama la atención sobre este problema, aunque no da indicaciones cuantitativas específicas. Por la dificultad de tomar en cuenta este efecto en forma explícita es recomendable evitar que la simetría de la estructura dependa del equilibrio de rigidez de sistemas con características diferentes de comportamiento inelástico. Conviene, por ende, equilibrar la rigidez de marcos con la de otros marcos, la de muros de concreto con otros muros de concreto, etcétera.

El siguiente aspecto que hay que cuidar es la continuidad en elevación del sistema estructural. Los cambios bruscos de rigidez y resistencia con la altura llevan a diversos problemas que se ilustran esquemáticamente en la figura 5.25. En el caso a) la interrupción de elementos muy rígidos a partir de cierta altura produce una concentración de solicitaciones en el piso inmediatamente superior a la interrupción; es deseable una disminución más gradual. Un efecto similar, aunque menos grave, se produce cuando la sección de las columnas se reduce drásticamente en los pisos superiores, como en el caso b), y cuando la altura del entrepiso varía significativamente entre uno y otro nivel, como en el caso c).

La causa más frecuente de irregularidad en elevación del sistema estructural es la que se muestra esquemáticamente en el caso d), y que se denomina de "planta baja débil". Por las necesidades de su uso, en la planta baja de edificios se requieren frecuentemente grandes espacios libres, por lo que se opta por eliminar en ese nivel los muros de rigidez y de relleno y los contravientos. Esto produce, por una parte, una discontinuidad marcada en rigideces, pero sobre todo un piso

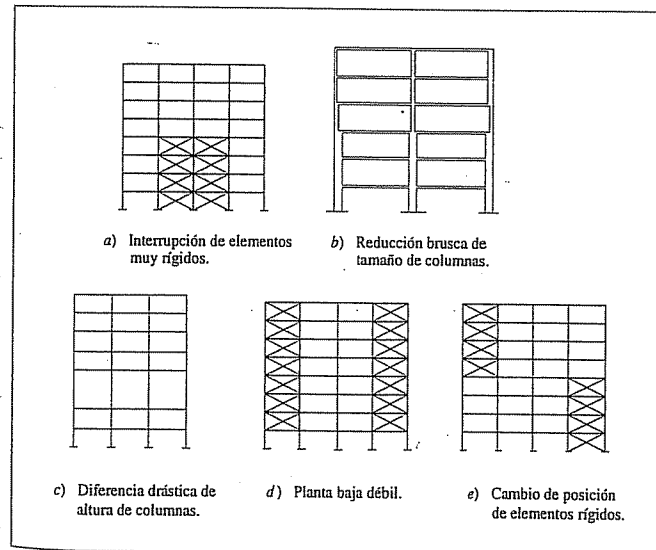


Figura 5.25 Discontinuidades de rigidez en elevación.

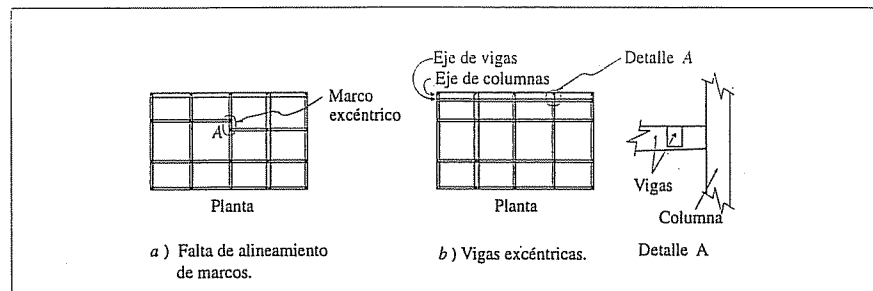


Figura 5.26 Discontinuidades en planta de la configuración estructural.

más débil que el resto en el que se concentrará, en caso de un sismo de gran intensidad, la disipación inelástica de energía. En dicha disipación no participarán los pisos superiores que permanecerán esencialmente en su intervalo elástico-lineal de comportamiento. Esta situación debe evitarse con particular atención, ya que debido a las altas cargas axiales, no se puede contar mucha ductilidad y se acentuarán los efectos de segundo orden.

Finalmente, el caso e) corresponde a discontinuidad en la posición de los elementos rigidizantes, la cual requiere, para su correcto funcionamiento, la transmisión de fuerzas elevadas en la losa, las vigas y las columnas. Deberán revisarse cuidadosamente estos elementos cuando se emplee una configuración estructural de este tipo.

La NTDS permite considerar que una estructura es regular, cuando las rigideces de entresijos sucesivos no difieren en más de cien por ciento.

Altas concentraciones de esfuerzos que, además de acentuar la posibilidad de fallas locales, tienden a reducir la ductilidad global de la estructura, se producen por discontinuidades entre los elementos estructurales, tales como falta de alineamiento entre vigas o entre columnas y especialmente cuando para la transmisión de momentos entre uno y otro elemento se requiere de la generación de elevados esfuerzos cortantes o de torsión. La figura 5.26 ilustra casos de marcos no alineados y vigas excéntricas que dan lugar a la situación antes anotada y que son decididamente desaconsejables en zonas sísmicas. En la figura 5.27 se presentan casos en que la distinta altura de columnas produce diferencias drásticas de rigidez entre ellas, por lo que las fuerzas que absorben las más cortas son muy superiores. Aunque es teóricamente posible equilibrar las rigideces variando las secciones de las columnas, esto no suele lograrse en la práctica por razones de fun-

Figura 5.27 Diferencia de rigidez entre columnas del mismo nivel por su distinta altura libre.

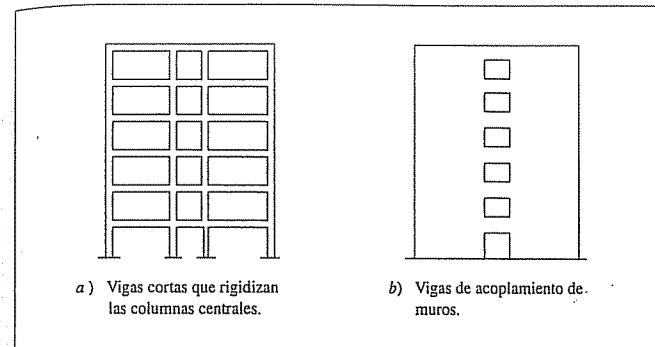
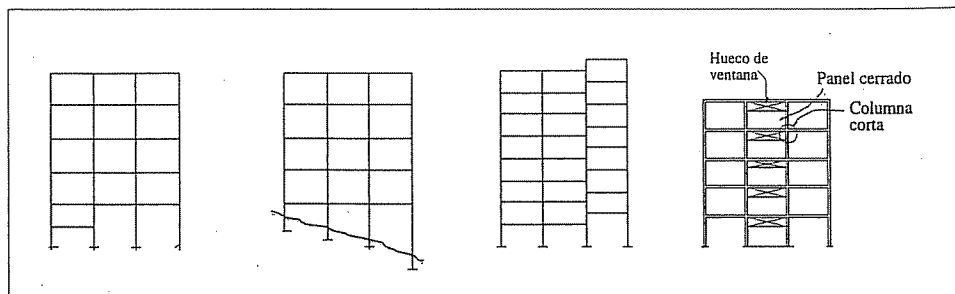


Figura 5.28 Estructuraciones que implican concentraciones de fuerzas cortantes en vigas.

cionamiento de la construcción. Particularmente indeseables son situaciones como las del caso c) que dan lugar a las llamadas "columnas cortas", en que los efectos de la fuerza cortante dominan a los de flexión y se propicia una falla de tipo frágil.

De manera semejante, no es conveniente que la configuración estructural presente vigas con relaciones claro a peralte muy distintas, en que las fuerzas se concentran en las crujeas con las vigas más cortas (figura 5.28). Por otra parte, conviene evitar que la relación claro a peralte de las vigas sea pequeña (menor que cuatro) para que no prevalezcan los efectos de cortante sobre los de flexión.

5.5 VENTAJAS Y LIMITACIONES DE LOS SISTEMAS ESTRUCTURALES BÁSICOS

En esta sección comentaremos las ventajas, limitaciones y campo de aplicación de los principales sistemas estructurales desde el punto de vista de los atributos básicos que la estructura debe poseer para un buen desempeño en zonas sísmicas: resistencia y rigidez a cargas laterales y capacidad de disipación de energía mediante deformaciones inelásticas.

5.5.1 Marcos rígidos

El marco tridimensional (figura 5.15) es un sistema muy conveniente por la gran libertad que permite en el uso del espacio interno del edificio y por la poca obstrucción que las secciones relativamente pequeñas de las columnas imponen al uso de las áreas habitables. Desde el punto de vista sísmico su principal ventaja es la gran ductilidad y capacidad de disipación de energía que se pueden lograr con este sistema, cuando se siguen los requisitos fijados para tal efecto para cada material estructural (ver capítulo 8). Dichos requisitos, además de procurar la mayor ductilidad posible de cada elemento estructural, tienden a que se proporcionen a éstos, resistencias relativas tales que se desarrollen mecanismos de falla que involucren el mayor número posible de articulaciones plásticas en aquellas secciones donde se puede disponer de mayor ductilidad. El mecanismo de falla que se pretende propiciar mediante dichos requisitos es el llamado de "viga débil-columna fuerte" que se muestra esquemáticamente en la figura 5.29.

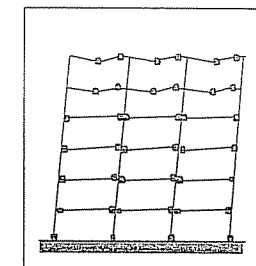


Figura 5.29 Mecanismos de deformación inelástica de viga débil-columna fuerte.

Dado que el comportamiento ante cargas laterales de un marco está regido por las deformaciones de flexión de sus vigas y columnas, el sistema presenta una resistencia y rigidez a cargas laterales relativamente bajas, a menos que las secciones transversales de estos elementos sean extraordinariamente robustas. Los edificios a base de marcos resultan en general considerablemente flexibles y en ellos se vuelve crítico el problema de mantener los desplazamientos laterales dentro de los límites prescritos por las normas.

La alta flexibilidad de los edificios a base de marcos da lugar a que su periodo fundamental resulte en general largo. Esto es favorable cuando el espectro de diseño tiene ordenadas que se reducen fuertemente para periodos largos, como el que es típico de edificios desplantados en terreno firme. Por otra parte, llega a ser desfavorable cuando hay que diseñar para espectros de diseño cuyas ordenadas crecen para periodos largos como en la zona de terreno blando del valle de México. Aun en el primer caso resulta difícil cumplir con los requisitos de limitación de desplazamientos en edificios de gran altura, por lo que el campo de aplicación de los edificios estructurados a base exclusivamente de marcos se limita a edificios de altura baja o mediana, a menos que se recurra a marcos especiales, particularmente robustos como los que se describen en la sección 5.5.4.

5.5.2 Sistemas tipo cajón

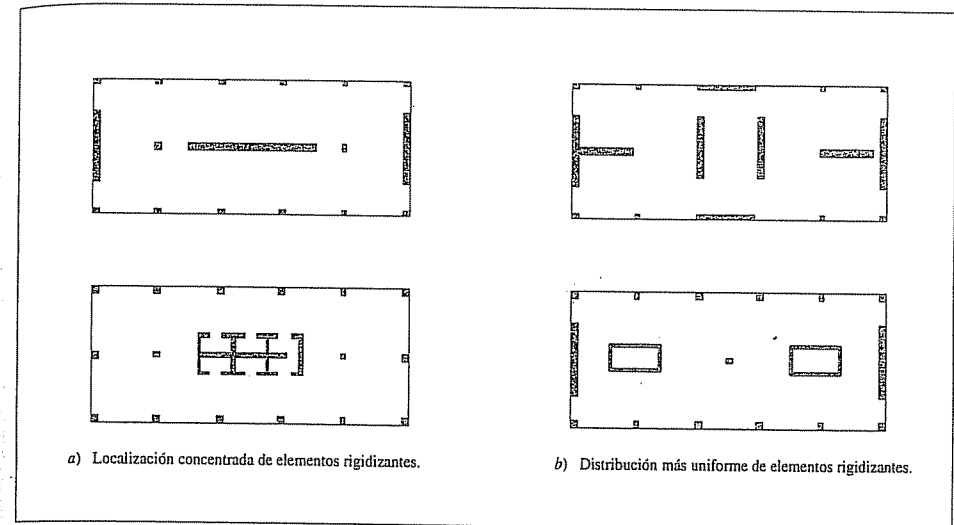
El arreglo tridimensional de muros de carga poco separados que caracteriza este sistema estructural, da lugar a edificios con gran rigidez y resistencia a cargas laterales. Las proporciones de los muros son en general tales, que domina la falla por cortante sobre la de flexión y por tanto no se pueden esperar buenas características de disipación de energía en campo inelástico. Aunque es factible para edificios de mediana altura dimensionar los muros para que rijan en ellos la falla por flexión, resulta normalmente más ventajoso aprovechar la gran capacidad de carga de estos elementos y diseñar para fuerzas laterales elevadas que no considerar reducciones importantes por comportamiento inelástico.

El campo de aplicación de estos sistemas se concentra a edificios de altura baja o mediana, no por limitaciones estructurales, sino porque en edificios altos es difícil mantener en todos los pisos una misma distribución del espacio en áreas pequeñas y uniformes, como el sistema requiere.

5.5.3 Marcos rigidizados

Las muchas variantes que existen de marcos rigidizados con contravientos o con muros (figura 5.16) constituyen uno de los sistemas más eficientes para resistir fuerzas sísmicas. Mediante una atinada distribución de elementos rigidizantes es posible mantener las ventajas de la estructura a base de marcos en lo relativo a libertad del uso del espacio y a ductilidad, a la vez que se obtiene una estructura con mucho mayor rigidez y resistencia ante cargas laterales.

Sin embargo, deben cuidarse algunos aspectos que pueden hacer que el comportamiento sísmico de estos sistemas sea inadecuado. Por la extrema diferencia en rigidez que existe entre las zonas rigidizadas y el resto de la estructura, las fuerzas laterales se concentran en dicha zonas y así se transmiten a áreas concentradas de la cimentación. Pueden producirse, además, solicitaciones excesivas en los elementos que conectan al resto de la estructura con las zonas rigidizadas. Cualquier irregularidad de los elementos rígidos en elevación implica la transmi-



sión de fuerzas muy elevadas. Particularmente crítica resulta la transmisión de las fuerzas a la cimentación, especialmente en estructuras desplantadas en suelos compresibles.

Por lo anterior, hay que evitar en estos sistemas concentrar la rigidez en un pequeño número de elementos (figura 5.30a), y hay que procurar distribuir de manera uniforme en la planta de la estructura el mayor número posible de elementos rígidos (figura 5.30b). Con ello se eliminan algunas de las ventajas del sistema, ya que la obstrucción al uso del espacio interno puede ser significativa.

5.5.4 Otros sistemas

Existe una gran variedad de combinaciones de los sistemas estructurales básicos que pueden emplearse con éxito en zonas sísmicas. Se mencionarán algunos, con referencia principalmente a edificios altos.

Buscando mantener la mayor parte de la planta del edificio relativamente abierta y con poca obstrucción por columnas y muros, ha tenido mucha aceptación en la estructuración de edificios altos el concepto de separar las funciones de resistir las cargas verticales y horizontales en dos sistemas estructurales independientes. Así, mientras en la mayor parte de la planta los elementos estructurales son muy flexibles y absorben sólo una parte pequeña de las fuerzas laterales, en otra parte existen elementos muy rígidos que toman las cargas laterales. Los sistemas rígidos pueden ser ubicados en grandes núcleos centrales asociados a los servicios de escaleras y elevadores, como en la figura 5.31, o distribuidos a lo largo de las fachadas del edificio.

Como se ha mencionado en el inciso anterior, la solución de resistir la totalidad o la gran mayoría de las fuerzas sísmicas en un solo núcleo central, tiene el inconveniente de producir un fuerte momento de volteo en la base del núcleo con la consecuente transmisión de fuerzas muy elevadas a la cimentación. Por tanto, esta solución no es apropiada para edificios altos sobre terreno compresible.

Figura 5.30 Distribuciones concentrada y uniforme de elementos rigidizantes.

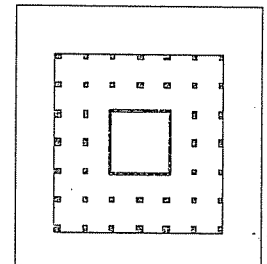


Figura 5.31 Estructuración con núcleo central.

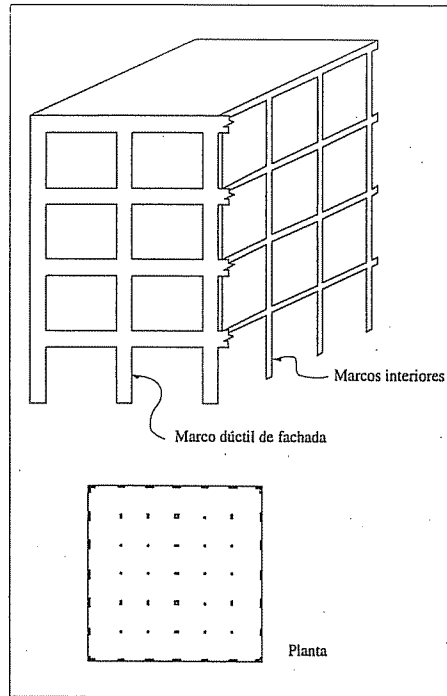


Figura 5.32 Estructuración con marcos robustos en fachada y muros interiores flexibles.

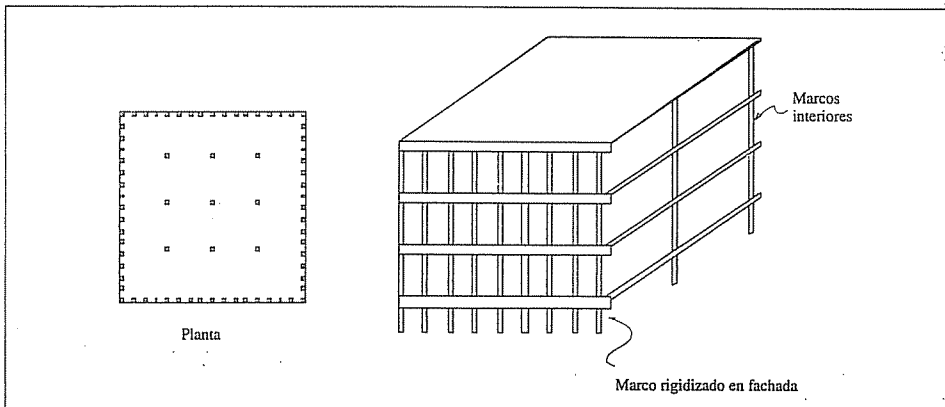
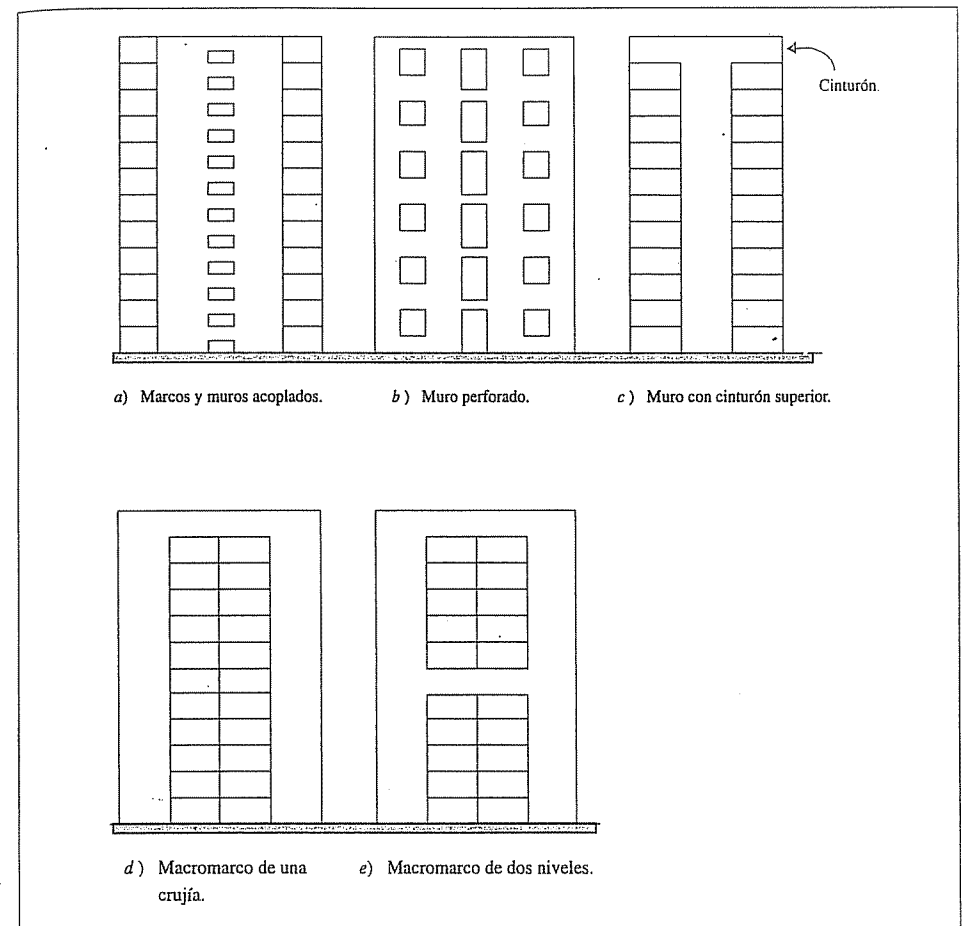


Figura 5.33 Estructuración con fachada rigidizada por columnas poco espaciadas.

que hagan que la falla por cortante prevalezca sobre la de flexión. En el segundo, no es posible usualmente cumplir con el concepto de vigas débiles-columnas fuertes, ya que la resistencia en flexocompresión de estas últimas resulta crítica en el modo de falla. Sin embargo, por el número elevado de columnas en los marcos de fachada, las cargas axiales sobre cada una resultan moderadas,

Muchas son las variantes en que pueden aprovecharse las fachadas para rigidizar al edificio, con la ventaja de distribuir la resistencia en todo el perímetro y de minimizar la transmisión de esfuerzos a la cimentación, así como de permitir el libre uso del espacio interior. Las soluciones van desde usar marcos muy robustos en la fachada por las proporciones de sus miembros, como en la figura 5.32, o por el espaciamiento muy cerrado de las columnas, como en la figura 5.33. En el primer caso hay que cuidar que las relaciones claro a peralte de las vigas y columnas no sean tan pequeñas



por lo que es posible dimensionarlas para obtener un comportamiento razonablemente dúctil. En las dos situaciones anteriores la fachada funciona como un gran tubo que envuelve al edificio y le proporciona alta resistencia y rigidez a cargas laterales.

La rigidización de la fachada puede lograrse también mediante combinación de marcos y crujías con contravientos o con muros de rigidez. Una forma muy eficiente de rigidización es mediante el uso de macro-marcos en los que los muros de rigidez, o contravientos, están acoplados por elementos horizontales de toda la altura de entrepiso. El conjunto forma un marco equivalente de grandes proporciones. Las figuras 5.34 y 5.35 muestran algunos ejemplos para estructuras con contravientos y con muros de rigidez, respectivamente.

El máximo aprovechamiento de la fachada es mediante una rigidización total con contravientos, de manera que se forma una gran armadura vertical que envuelve al edificio. Aunque no es fácil llegar a soluciones estéticas y funcion-

Figura 5.34 Edificios rigidizados con muros de concreto acoplados.

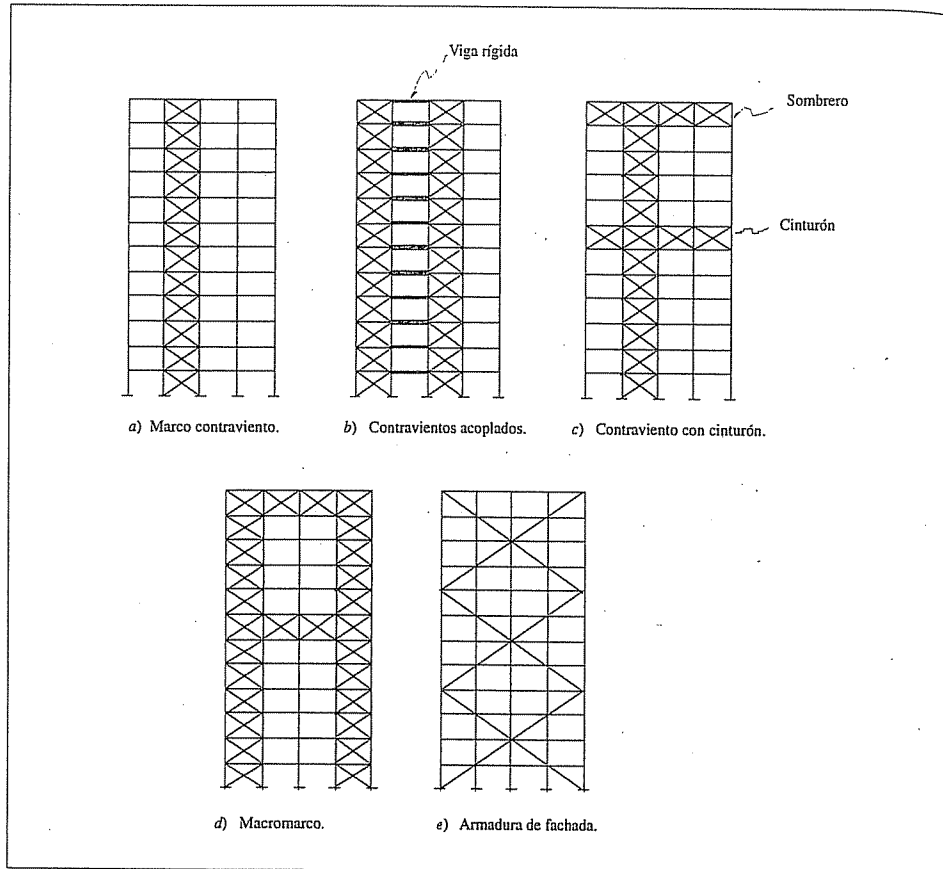


Figura 5.35 Edificios rigidizados con contravientos.

mente aceptables, se han logrado edificios altos muy bien resueltos con este sistema. Algunos ejemplos esquemáticos se muestran en la figura 5.36.

5.6 SISTEMAS DE PISO Y TECHO. DIAFRAGMAS HORIZONTALES

Cuando se trata la estructuración de edificios en zonas sísmicas, la atención se centra en los elementos verticales (columnas, muros y contravientos), así como en los elementos horizontales que los acoplan (vigas), restringiendo sus rotaciones y proporcionándoles rigidez a cargas laterales. Otros elementos que cumplen una función importante para la resistencia sísmica, son las losas y los sistemas de piso y techo en general, que son los que distribuyen las fuerzas horizontales que se generan por efectos de inercia entre los elementos verticales resistentes. La figura 5.37 ilustra esquemáticamente el flujo de fuerzas sísmicas en el edificio.

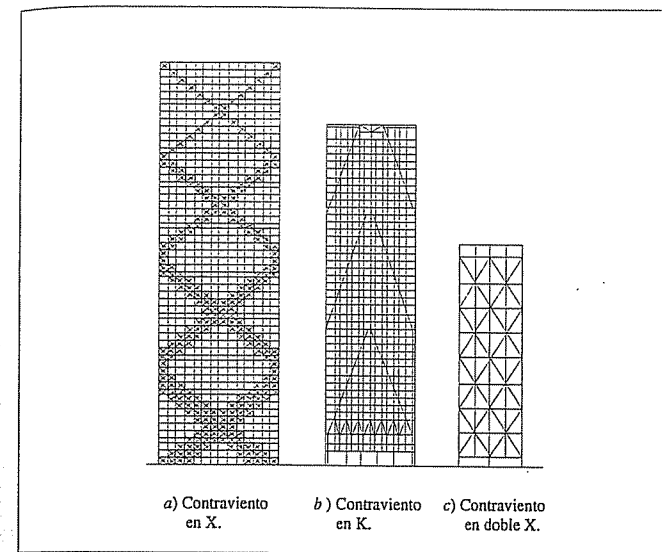


Figura 5.36 Ejemplos de edificios reales con fachadas rigidizadas con contraviento completo.

En los métodos de análisis sísmico comúnmente adoptados, se da por sentado que los sistemas de piso y techo constituyen diafragmas horizontales infinitamente rígidos y capaces de realizar dicha distribución de fuerzas sin deformarse. Esta hipótesis es generalmente válida, ya que los sistemas usuales de losas de concreto poseen alta rigidez para fuerzas en su plano. No siempre es así sin embargo; hay estructuras que carecen de sistemas de piso en alguno o en todos sus niveles, o en las que existen grandes huecos que reducen drásticamente la rigidez. Existen sistemas de piso que tienen muy baja rigidez para fuerzas en su plano, como son los que están formados por vigas en una dirección con una cubierta de lámina delgada, o los que son a base de placas prefabricadas adosadas.

La falta de diafragmas horizontales rígidos produce diversos problemas, como los siguientes:

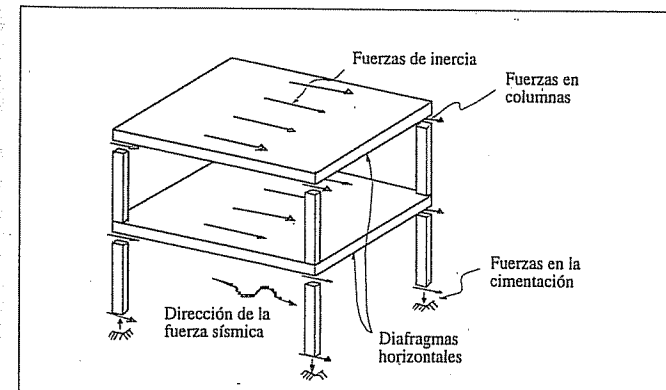


Figura 5.37 Transmisión de fuerzas de inercia en la estructura.

Figura 5.38 Distribución de las fuerzas de inercia cuando el sistema de piso no constituye diafragma rígido.

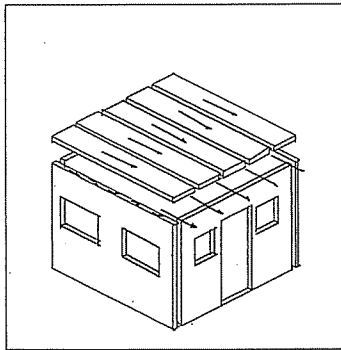
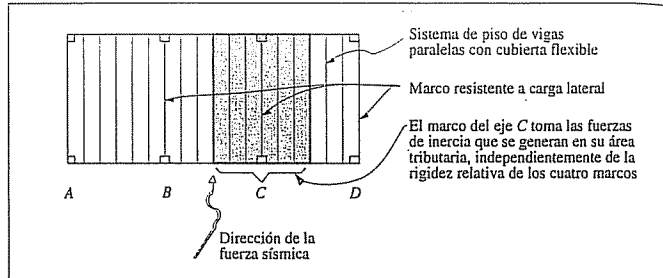


Figura 5.39 Empujes normales al plano de los muros que se generan cuando la losa no constituye diafragma rígido.

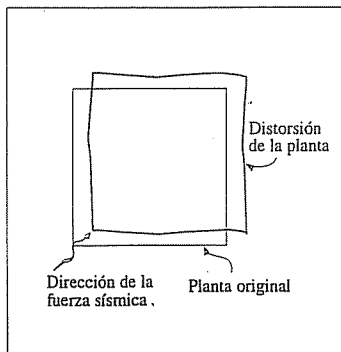


Figura 5.40 Distorsión en el plano ante fuerzas sísmicas en dirección diagonal, cuando el sistema de piso no constituye un diafragma rígido.

Para evitar los problemas anteriores es recomendable formar diafragmas horizontales en cada nivel. En los sistemas de piso o techo que no lo sean en forma natural, deben colocarse elementos rigidizantes, como contravientos horizontales sobre vigas paralelas o firmes de concreto armado sobre elementos precolados. Cuando no sea factible lograr efecto de diafragma, deberán emplearse métodos de análisis que tengan en cuenta las deformaciones en su plano de los elementos de piso.

También debe prestarse atención a que los sistemas de piso y techo posean la resistencia a cortante suficiente para poder transmitir sin fallar las fuerzas horizontales que se generan. Una situación que llega a ser crítica es la presencia de huecos cerca de muros o crujiás contraventeadas. La figura 5.41 muestra esquemáticamente la distribución de fuerzas en un caso de este tipo. El tramo de losa adyacente al hueco debe resistir una fuerza cortante elevada en un área reducida. Es necesario revisar que se cuente con la capacidad suficiente.

5.7 CIMENTACIONES

El cometido de una cimentación durante un sismo es proporcionar al edificio una base rígida capaz de transmitir adecuadamente las acciones que se producen por la interacción entre el movimiento del suelo y el de la estructura, sin que se generen fallas o deformaciones excesivas en el suelo de apoyo.

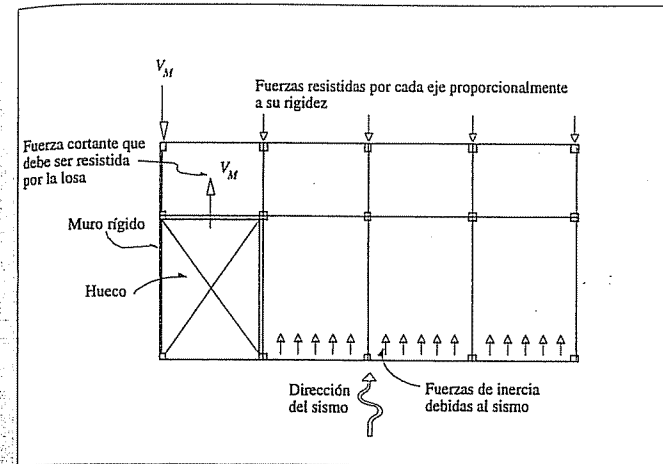


Figura 5.41 Fuerza que debe resistir la losa por cortante en su plano.

Los procedimientos de diseño de las cimentaciones considerando los efectos sísmicos, quedan fuera del alcance de este texto. Sólo expresaremos algunos principios generales y haremos algunas recomendaciones de carácter cualitativo.

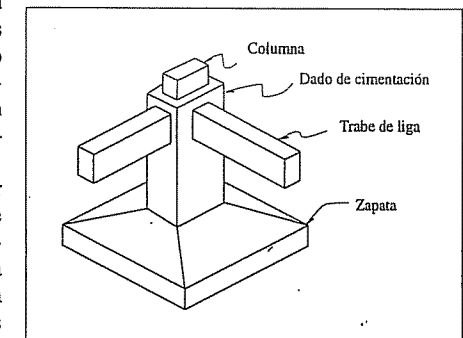
Cuando es factible elegir el sitio donde se ubicará la edificación, es preferible un lugar de terreno firme, libre de problemas de las amplificaciones locales del movimiento del terreno que pueden presentarse en un suelo blando, y de los asentamientos excesivos y pérdida de capacidad de apoyo que pueden ocurrir por la licuación de algunas arenas poco compactas.

Si el edificio ha de ubicarse en un sitio con estratos importantes de terreno blando, es preferible buscar apoyo de la estructura en estratos firmes mediante cimentaciones profundas. Se eliminan así las traslaciones y rotaciones importantes de la base del edificio que incrementan sus desplazamientos laterales. Cuando esto no sea factible, deberá considerarse la interacción suelo-estructura con los métodos esbozados en el capítulo 7. La excavación del terreno blando para enterrar la estructura al nivel de desplante más bajo que es económicamente factible, es favorable para una mejor transmisión de las fuerzas entre la estructura y el suelo.

En general, para la elección del tipo de cimentación, es deseable seguir los mismos lineamientos que se han recomendado para escoger la forma de la superestructura, tales como simetría, regularidad y distribución uniforme, por las mismas razones que entonces se expresaron. Así por ejemplo, debe evitarse al máximo combinar sistemas de cimentación superficiales y profundos, se procurará que las cargas verticales se distribuyan simétricamente, que los momentos de volteo no sean excesivos, y que la estructura no sea muy alargada en planta.

Otro principio general que debe seguirse es buscar que la cimentación tenga una acción de conjunto, que limite en lo posible los desplazamientos diferenciales horizontales y verticales entre los distintos apoyos. Resulta recomendable ligar las zapatas entre sí mediante vigas, ya sea que estén sobre el suelo (figura 5.42) o sobre pilotes

Figura 5.42 Zapata aislada con trabe de liga.



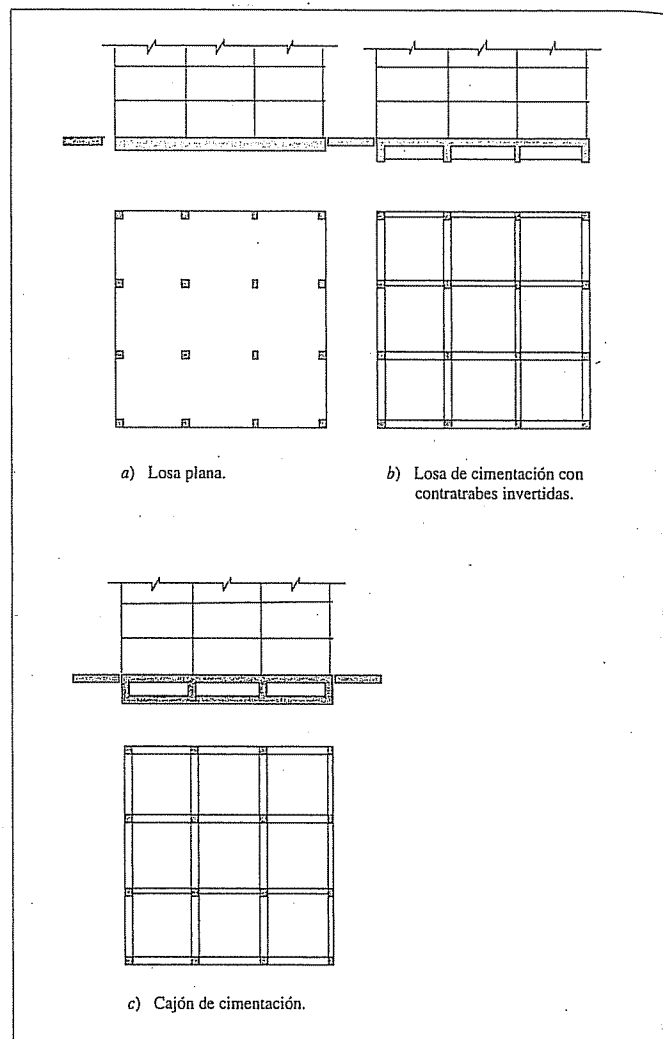
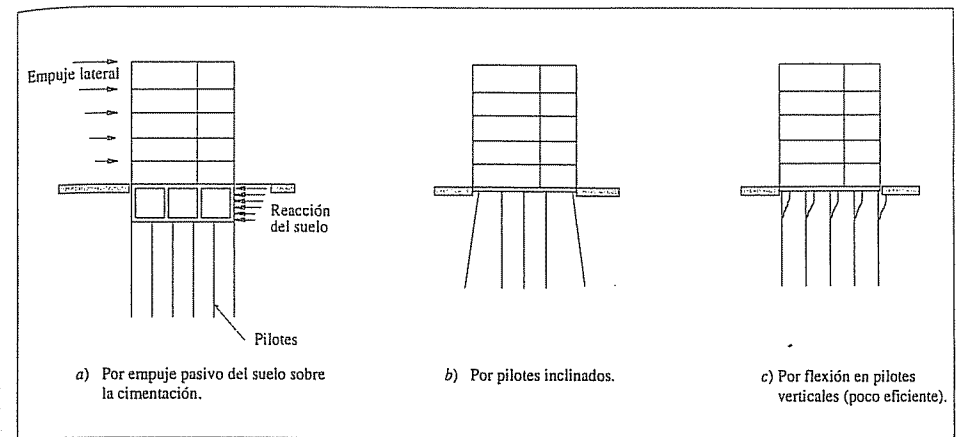


Figura 5.43 Tipos de losa de cimentación.

(figura 5.44). Salvo que se disponga de un mejor criterio, estos elementos de liga deben poder resistir al menos 10 por ciento de la mayor carga vertical de las columnas adyacentes.

Las principales acciones que derivan de las fuerzas sísmicas producidas en la estructura son cargas axiales por los momentos de volteo y fuerzas cortantes. Los momentos de volteo usualmente no constituyen un problema para el edificio en su conjunto, a menos que éste sea muy esbelto; sin embargo, sí pueden ser críticos los momentos en la base de muros que tomen la mayor parte de las cargas laterales. En estos casos debe ponerse cuidado especial en que las presiones ver-



tales no excedan de los valores permisibles del terreno o la capacidad de carga de los pilotes que constituyen el sistema de cimentación. Las cargas axiales debidas al momento de volteo pueden, en edificios esbeltos, generar fuerzas de tensión que excedan las compresiones debidas a las fuerzas de gravedad. Deberán en este caso diseñarse pilotes o anclas que puedan absorber dichas tensiones.

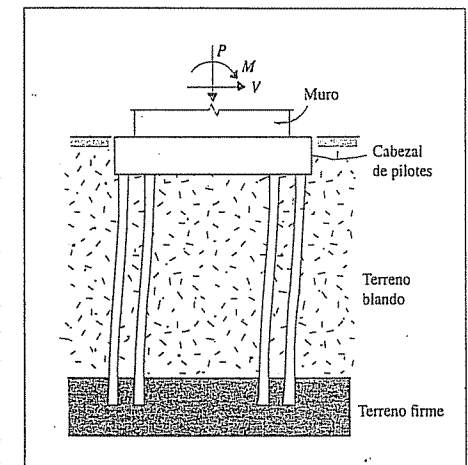
El otro aspecto, con frecuencia olvidado por los diseñadores, es que la cimentación debe poder transmitir las cortantes basales al terreno. En cimentaciones superficiales es usual suponer que la mayor parte de la capacidad de resistir la fuerza cortante en la base la proporciona la fricción entre el suelo y la cimentación. Así, la resistencia total al movimiento de la estructura puede tomarse igual al producto de la carga muerta más la carga viva media de la estructura, multiplicado por el coeficiente de fricción correspondiente.

Las cimentaciones profundas normalmente constan de un cajón, cuya resistencia y rigidez naturales son útiles para distribuir las fuerzas sísmicas en el suelo, evitando los desplazamientos diferenciales (figura 5.43). Para transmitir las fuerzas cortantes se cuenta en este caso también con las presiones pasivas del suelo en las partes laterales del cajón, aunque para aprovechar esta acción deben tomarse medidas adecuadas, como cuidar que el suelo esté bien compactado, y que los muros estén adecuadamente diseñados para resistir dichas presiones pasivas (figura 5.44a). En el caso de dimensiones grandes pueden necesitarse muros interiores, además de los periféricos, para dar suficiente rigidez y resistencia a la cimentación. El uso de pilotes inclinados es muy efectivo para resistir las fuerzas laterales inducidas por el sismo, sin embargo tiende a concentrar en los pilotes con mayor inclinación las fuerzas inducidas por el sismo, dejando con poca efectividad los pilotes verticales o con poca inclinación (figura 5.44b).

El movimiento del terreno genera desplazamientos horizontales relativos a distintas alturas del depósito de

Figura 5.44 Mecanismos para resistir cargas laterales importantes en cimentaciones piloteadas.

Figura 5.45 Deformación de pilotes por efecto de la carga lateral.



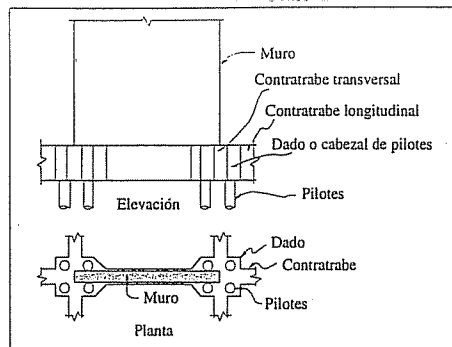


Figura 5.46 Esquema de cimentación de muros de rigidez.

diente refuerzo transversal, de la manera como se hace en columnas. Se previenen o mitigan así fallas que serían de muy difícil reparación.

Es usual en el análisis de las estructuras considerar que los elementos verticales están empotrados a nivel de cimentación. Sin embargo, las rotaciones en la base de columnas y muros desplantados en cimentaciones no totalmente rígidas, pueden alterar significativamente la distribución de fuerzas en la estructura y los desplazamientos laterales de la misma. Particularmente significativos son los movimientos que pueden presentarse en la base de muros o crujeas con contravientos, los que atraen grandes fuerzas laterales que generan altos momentos de volteo en su base. A menos que se cuente con un apoyo sumamente rígido con cimentación superficial sobre un suelo muy firme o con pilotes profundos sobre estratos muy resistentes (figura 5.46), se tendrán rotaciones en la base de estos muros que disminuirán radicalmente su eficiencia para rigidizar la estructura y modificarán la distribución de fuerzas.

Para fines de resistencia a fuerzas sísmicas los pilotes de punta son mucho más efectivos que los de fricción (figura 5.45), ya que proporcionan un apoyo más firme para absorber las cargas axiales inducidas por el momento de volteo. En la zona de suelo blando de la ciudad de México se han preferido tradicionalmente los pilotes de fricción, ya que éstos permiten que el edificio siga el hundimiento regional del suelo. Sin embargo, en el sismo de 1985 fueron frecuentes los casos en que estos pilotes no pudieran soportar las cargas axiales debidas al momento de volteo y penetraron en el suelo en forma asimétrica, dejando al edificio inclinado. Existen algunas soluciones que tratan de reunir las ventajas de los dos tipos de pilotes, como los de pilotes de control.

suelo. En consecuencia, los pilotes se flexionan, generando en ellos fuerzas cortantes y momentos flexionantes, además de las cargas axiales (figura 5.45). El diseño de estos elementos debe considerar tales acciones. La parte más difícil es determinar la magnitud de los elementos mecánicos citados. Davisson y Robinson (1965) proponen un procedimiento de análisis para pilotes de distintas longitudes en suelos cohesivos y no cohesivos.

No se recomienda, por las razones expuestas en el párrafo anterior, el uso de pilotes o pilas sin refuerzo longitudinal. Se suele especificar un refuerzo nominal mínimo de 0.25 a 0.5 por ciento, o de 4 varillas del número 5. Además, existe la tendencia en sismos severos a la formación de articulaciones plásticas en las cabezas de los pilotes, por lo que es apropiado confinar estas zonas me-

Capítulo 6

Análisis sísmico estático

6.1 ASPECTOS REGLAMENTARIOS

6.1.1 Métodos de análisis

El diseño sísmico de edificios debe seguir las prescripciones del reglamento o código de construcciones de la localidad que los alberga. El primer paso del diseño es el análisis sísmico que permite determinar qué fuerzas representan la acción sísmica sobre el edificio y qué elementos mecánicos (fuerzas normales y cortantes y momentos flexionantes) producen dichas fuerzas en cada miembro estructural del edificio. Para este fin, los reglamentos aceptan que las estructuras tienen comportamiento elástico lineal y que podrá emplearse el método dinámico modal de análisis sísmico, que requiere el cálculo de periodos y modos de vibrar y es materia del siguiente capítulo de este texto. Con ciertas limitaciones, se puede emplear el método estático de análisis sísmico que obvia la necesidad de calcular modos de vibración y se trata en este capítulo. Cualquiera que sea el método de análisis, los reglamentos especifican espectros o coeficiente para diseño sísmico que constituyen la base del cálculo de fuerzas sísmicas.

Presentaremos los métodos estático y dinámico dentro el contexto del Reglamento vigente en el Distrito Federal (RCDF), aunque la mayoría de los conceptos son independientes de las disposiciones reglamentarias y pueden emplearse con otros reglamentos de construcción, con variantes menores que reflejen los requisitos correspondientes de tales documentos, principalmente los espectros o coeficientes sísmicos estipulados para cada lugar.

Como en sus versiones anteriores, el cuerpo principal del RCDF incluye solamente requisitos de carácter general. Métodos de análisis y prescripciones particulares para estructuras específicas están contenidos en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTDS). Además, requisitos específicos para el diseño sísmico de los principales materiales estructurales se encuentran en las Normas Técnicas para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, Metálicas, de Mampostería y de Madera, respectivamente.

El título sexto del RCDF se llama *Seguridad Estructural de las Construcciones* y consta de 10 capítulos, varios de los cuales contienen disposiciones referentes al

diseño sísmico; en particular, el capítulo VI, se titula *Diseño por Sismo* y en sus cláusulas se establecen las bases y requisitos de diseño para que las estructuras tengan adecuada seguridad ante la acción sísmica. Este capítulo está formado por los artículos 202 a 212 y hace referencia a las NTDS. Este último documento contiene 11 secciones y un apéndice dividido a su vez en las secciones A1 a A7.

6.1.2 Coeficientes y espectros de diseño sísmico

La sección 3 de las NTDS estipula la ordenada del espectro de aceleraciones, a , que debe adoptarse cuando se aplique el análisis dinámico modal. Este espectro se usa también en la sección 8 de las NTDS para definir el coeficiente sísmico para calcular la fuerza cortante basal en el análisis estático. Expresada como fracción de la aceleración de la gravedad, a está dada por:

$$a = (1 + 3 T/T_a) c/4, \text{ si } T \text{ es menor que } T_a$$

$$a = c, \text{ si } T \text{ está entre } T_a \text{ y } T_b$$

$$a = q c, \text{ si } T \text{ excede de } T_b$$

$$q = (T_b/T)^r$$

donde T es el periodo natural de interés; T , T_a y T_b están expresados en segundos.

c se denomina *coeficiente sísmico*, y constituye el índice más importante de la acción sísmica que emplea el RCDF tanto para análisis estático como dinámico. Este coeficiente es una cantidad adimensional que define la fuerza cortante horizontal que actúa en la base de un edificio como una fracción del peso total del mismo, W .

Los valores de c , T_a , T_b y del exponente r dependen de en cuál de las zonas del Distrito Federal estipuladas en el artículo 219 del RCDF, se encuentra el edificio. En la tabla 6.1 se describen dichas zonas, que se identifican como I a III, siendo I la zona de terrenos más firmes o de Lomas, II la de Transición y III la de

Tabla 6.1. Zonas en que se divide el Distrito Federal.

Zona	Descripción
I Lomas	Formada por rocas o suelos generalmente firmes que fueron depositados fuera del ambiente lacustre, pero en los que pueden existir, superficialmente o intercalados, depósitos arenosos en estado suelto o cohesivos relativamente blandos. Es frecuente la presencia de oquedades en rocas y de cavernas y túneles excavados en suelos para explotar minas de arena.
II Transición	Los depósitos profundos se encuentran a 20 m de profundidad o menos. Constituida predominantemente por estratos arenosos y limoarcillosos intercalados con capas de arcilla lacustre, el espesor de éstas es variable entre decenas de centímetros y pocos metros.
III Lacustre	Integrada por potentes depósitos de arcilla altamente comprensible, separados por capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla. Estas capas arenosas son de consistencia firme a muy dura y de espesores variables de centímetros a varios metros. Los depósitos lacustres suelen estar cubiertos superficialmente por suelos aluviales y rellenos artificiales, el espesor de este conjunto puede ser superior a 50 m.

terrenos más blandos o de Lago. Una parte de las zonas II y III se denomina zona IV y para ella existen algunas limitaciones en la aplicación de métodos de diseño que incluyen efectos de interacción suelo-estructura. De acuerdo con el RCDF, la zona a que corresponde un predio se determina a partir de investigaciones que se redicen en el subsuelo del mismo, tal y como lo establecen las Normas Técnicas para Diseño de Cimentaciones. Cuando se trata de construcciones ligeras o medianas cuyas características se definen en dichas Normas, puede determinarse la zona mediante el mapa incluido en las mismas, que hemos reproducido en la figura 1.13, si el predio está dentro de la porción zonificada. Los predios que se encuentren a menos de 200 m de las fronteras entre dos zonas se supondrán ubicados en la más desfavorable.

Para cada zona, T_a , T_b y r se consignan en la tabla 6.2, que se basa en la tabla 3.1 de las NTDS. El coeficiente sísmico c varía además en función de la importancia de la construcción, específicamente del grupo en el se clasifique al edificio según la tabla 6.3, que refleja el artículo 174 del RCDF. Para las construcciones clasificadas como del grupo B, c se tomará igual a 0.16 en la zona I, 0.32 en la II y 0.40 en la III. Teniendo en cuenta que es mayor la seguridad que se requiere para construcciones en que las consecuencias de su falla son particularmente graves o para aquellas que es vital que permanezcan funcionando después de un evento sísmico intenso, se incrementa el coeficiente sísmico en 50 por ciento, para diseñar las estructuras de estadios, hospitales y auditorios, subestaciones eléctricas y telefónicas y otras clasificadas dentro del grupo A,

Tabla 6.2. Valores de T_a , T_b y r .

Zona	T_a	T_b	r
I	0.2	0.6	1/2
II*	0.3	1.5	2/3
III*	0.6	3.9	1

* No sombreada en la figura 6.1.

* Y parte sombreada de la zona II en la figura 6.1.

Tabla 6.3. Agrupación de construcciones según el RCDF.

Grupo	Descripción
Grupo A	Construcciones cuya falla estructural podría causar un número elevado de muertes, pérdidas económicas o culturales excepcionalmente altas, o que constituyan un peligro significativo por contener sustancias tóxicas o explosivas, así como construcciones cuyo funcionamiento es esencial a raíz de una emergencia urbana, como hospitales y escuelas, estadios, templos, salas de espectáculos y hoteles que tengan salas de reunión que pueden alojar mas de 200 personas; gasolineras, depósito de sustancias inflamables o tóxicas, terminales de transporte, estaciones de bomberos, subestaciones eléctricas, centrales telefónicas y de telecomunicaciones, archivos y registros públicos de particular importancia a juicio del Departamento, museos, monumentos y locales que alojen equipo especialmente costoso, y
Grupo B	Construcciones comunes destinadas a vivienda, oficinas y locales comerciales, hoteles y construcciones comerciales e industriales no incluidas en el grupo A; las que se subdividen en:
Subgrupo B1	Construcciones de más de 30 m de altura o con más de 6,000 m ² de área total construida, ubicadas en las zonas I y II según se definen en el artículo 175, y construcciones de más de 15 m de altura o 3,000 m ² de área total construida en zona III, y
Subgrupo B2	Las demás de este grupo.

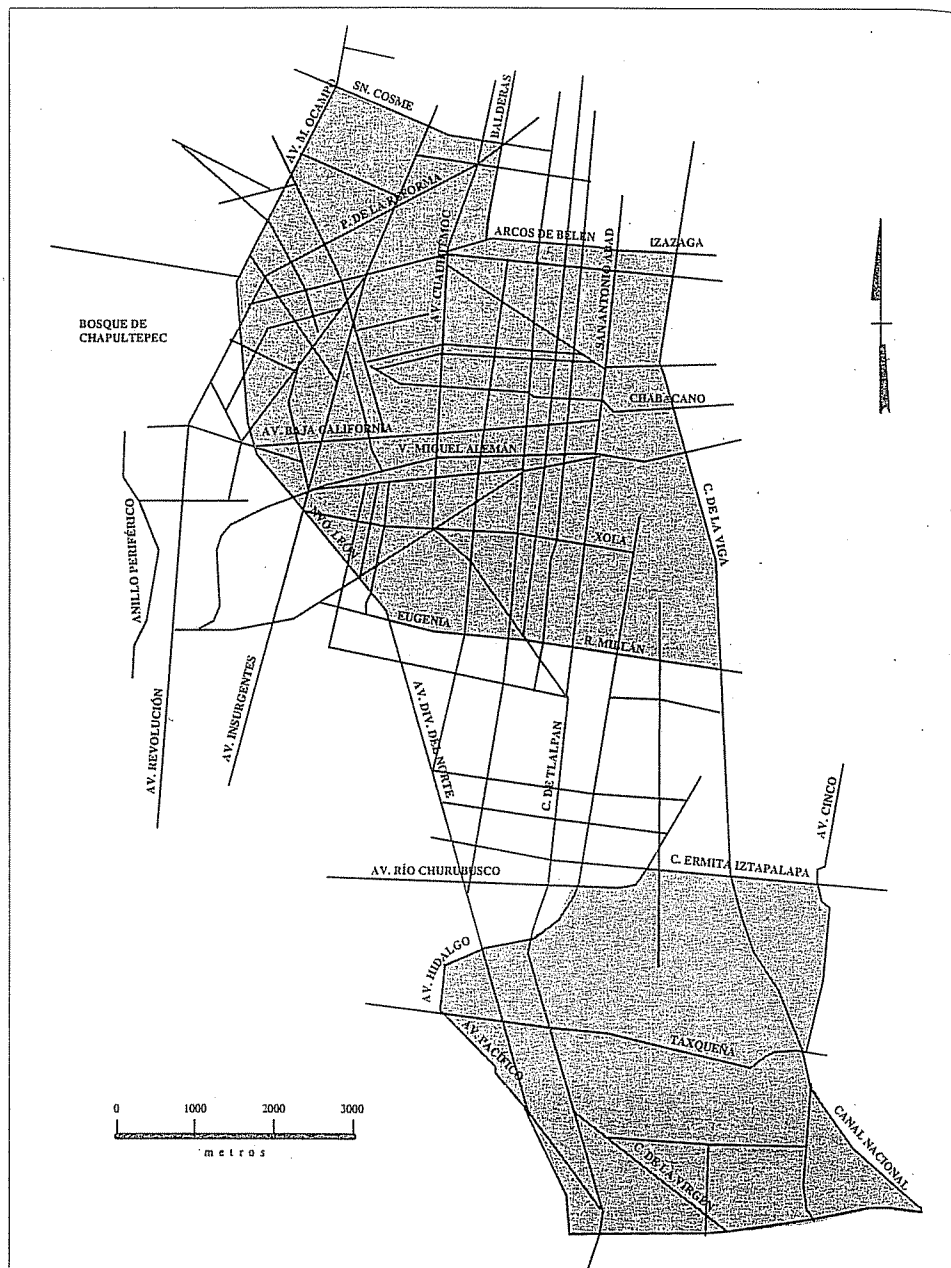


Figura 6.1 Subzonificación de las zonas del lago y de transición.

salvo que, siguiendo las NTDS, en la parte sombreada de la zona II en la figura 6.1 (figura 3.1 de las NTDS) se tomará $c = 0.4$ para las estructuras del grupo B y $c = 0.6$ para las del A.

Sería impráctico diseñar edificios para que resistan sismos severos manteniendo comportamiento elástico; por tanto, los reglamentos de construcción prescriben materiales y detalles constructivos tales que las estructuras pueden incursionar en comportamiento inelástico y disipar la energía impartida por un temblor fuerte mediante histéresis. Como hemos visto en capítulos previos, esto permite reducir las fuerzas elásticas de diseño sísmico mediante factores que reflejan la capacidad del sistema estructural para deformarse inelásticamente ante fuerzas laterales alternantes sin perder su resistencia (ductilidad). En el caso del RCDF, las fuerzas para análisis estático y las obtenidas del análisis dinámico modal se pueden reducir dividiéndolas entre el factor Q' que depende del factor de comportamiento sísmico Q . Para estructuras que satisfacen las condiciones de regularidad que fija la sección 6 de las NTDS, Q' se calcula como:

1. Relación de largo a ancho de la base menor de 3.
2. En planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión de la planta medida paralelamente a la entrada o salida sea mayor de la dimensión de la planta medida perpendicularmente a la entrada o salida.
3. Cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido.
4. No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso mayor por ciento de la dimensión en planta medida perpendicularmente a la abertura. Las áreas huecas no ocupadas por aberturas no difieren en posición de un piso a otro y el área hueca no es mayor de 20 por ciento del área de la planta.
5. El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva sísmica, no es mayor que el del piso inmediatamente inferior.
6. Ningún piso tiene una área, delimitada por los muros resistentes verticales, mayor que la del piso inmediatamente inferior.
7. Todas las columnas están restringidas en todos los sentidos por diafragmas horizontales y por trabes.
8. La rigidez al corte de ningún entrepiso excede el 10 por ciento de la rigidez al corte del entrepiso inmediatamente inferior.
9. En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada como el momento de torsión dividido al momento de inercia de la planta no excede el 10 por ciento de la excentricidad mencionada.

$\underline{Q}' = \underline{Q}$ si se desconoce T o si éste es mayor o igual que T_a

$$Q' = 1 + (T/T_a)(Q - 1), \text{ si } T \text{ es menor que } T_a$$

donde T es el periodo fundamental de vibración si se emplea el método estático o el periodo del modo que se considere cuando se use análisis modal. Para estructuras que no satisfagan las condiciones de regularidad que fija la sección 6 de las NTDS (reproducidas en la tabla 6.4) se multiplicará Q' por 0.8. Las deformaciones se calcularán multiplicando por Q las causadas por las fuerzas sísmicas reducidas en el método estático o modal.

Los valores de Q dependen del tipo de sistema estructural que suministra la resistencia a fuerzas laterales y de los detalles de dimensionamiento que se

Tabla 6.4. Requisitos de regularidad para una estructura

1. Planta sensiblemente simétrica en masas y elementos resistentes con respecto a dos ejes ortogonales
2. Relación de altura a menor dimensión de la base menor de 2.5.
3. Relación de largo a ancho de la base menor de 2.5.
4. En planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión de la planta medida paralelamente a la dirección que se considera de la entrante o saliente.
5. Cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente.
6. No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión en planta medida paralelamente a la dimensión que se considere de la abertura. Las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren en posición de un piso a otro y el área total de aberturas no excede en ningún nivel de 20 por ciento del área de la planta.
7. El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que el del piso inmediato inferior ni, excepción hecha del último nivel de la construcción, es menor que 70 por ciento de dicho peso.
8. Ningún piso tiene un área, delimitada por los patios exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que la del piso inmediato inferior ni menor que 70 por ciento de ésta. Se exime de este último requisito únicamente al último piso de la construcción.
9. Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones ortogonales por diafragmas horizontales y por trabes o losas planas.
10. La rigidez al corte de ningún entrepiso excede en más de 100 por ciento a la del entrepiso inmediatamente inferior.
11. En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente, e_x , excede del 10 por ciento de la dimensión en planta de ese entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada.

Tabla 6.5. Factor de comportamiento sísmico, Q .

Factor Q	Requisitos
4	1. La resistencia en todos los entrepisos es suministrada exclusivamente por marcos no contraventados de acero o concreto reforzado; por marcos contraventados o con muros de concreto reforzado en los que en cada entrepiso los marcos son capaces de resistir, sin contar muros ni contravientos, cuando menos 50 por ciento de la fuerza sísmica actuante. 2. Si hay muros ligados a la estructura en la forma especificada en el caso I del artículo 204 del Reglamento, éstos se deben tener en cuenta en el análisis, pero su contribución a la capacidad ante fuerzas laterales sólo se tomará en cuenta si estos muros son de piezas macizas, y los marcos sean o no contraventados, y los muros de concreto reforzado son capaces de resistir al menos 80 por ciento de las fuerzas laterales totales sin la contribución de los muros de mampostería. 3. El mínimo cociente de la capacidad resistente de un entrepiso entre la acción de diseño no difiere en más de 35 por ciento del promedio de dichos cocientes para todos los entrepisos. Para verificar el cumplimiento de este requisito, se calculará la capacidad resistente de cada entrepiso teniendo en cuenta todos los elementos que puedan contribuir a la resistencia, en particular los muros que se hallen en el caso I a que se refiere el artículo 204 del RCDF. 4. Los marcos y muros de concreto reforzado cumplen con los requisitos que fijan las normas técnicas correspondientes para marcos y muros dúctiles. 5. Los marcos rígidos de acero satisfacen los requisitos para marcos dúctiles que fijan las normas técnicas correspondientes.
3	Se satisfacen las condiciones 2, 4 y 5 para $Q = 4$, y en cualquier entrepiso dejan de satisfacerse las condiciones 1 ó 3, pero la resistencia en todos los entrepisos es suministrada por columnas de acero o de concreto reforzado con losas planas, por marcos rígidos de acero, por marcos de concreto reforzado, por muros de este material, por combinaciones de éstos y marcos o por diafragmas de madera contrachapada. Las estructuras con losas planas deberán además satisfacer los requisitos de las normas técnicas para estructuras de concreto.
2	La resistencia a fuerzas laterales es suministrada por losas planas con columnas de acero o de concreto reforzado, por marcos de acero o de concreto reforzado contraventados o no, o muros o columnas de concreto reforzado que no cumplen en algún entrepiso lo especificado por $Q = 4$ ó 3, o por muros de mampostería de piezas macizas confinados por castillos; dadas, columnas o trabes de concreto reforzado o de acero que satisfacen los requisitos de las normas complementarias respectivas, o diafragmas contruados con duelas inclinadas o por sistemas de muros formados por duelas de madera horizontales o verticales combinados con elementos diagonales de madera maciza. También se usará $Q = 2$ cuando la resistencia es suministrada por elementos de concreto prefabricado o presforzado con las excepciones que marcan las normas técnicas para estructuras de concreto.
1.5	La resistencia a fuerzas laterales es suministrada en todos los entrepisos por muros de mampostería de piezas huecas, confinados o con refuerzo interior, que satisfacen los requisitos de las normas técnicas respectivas, o por combinaciones de dichos muros con elementos como los descritos para $Q = 4$ ó 3, o por marcos y armaduras de madera.
1	La resistencia a fuerzas laterales es suministrada al menos parcialmente por elementos o materiales diferentes de los antes especificados, a menos que se haga un estudio que demuestre, a satisfacción del Departamento, que se puede emplear un valor más alto.

adopten, como se explica en la tabla 6.5 que refleja la sección 5 de las NTDS. Esta sección también estipula que en todos los casos se usará para toda la estructura en la dirección de análisis el valor mínimo de Q que corresponde a los diversos entrepisos de la estructura en dicha dirección. Además se nota que Q puede diferir en las dos direcciones ortogonales en que se analiza la estructura, según sean las propiedades de ésta en dichas direcciones.

6.1.3 Aplicabilidad y procedimiento del análisis sísmico estático

La sección 3 de las NTDS se ocupa de la elección del tipo de análisis sísmico y en su párrafo 2.1 especifica que cualquier estructura podrá analizarse con el método dinámico, pero ofrece la opción de emplear el método estático para estructuras que no pasen de 60 m de alto. El análisis estático se describe en la sección 8 de las NTDS y, en términos generales, su aplicación requiere los siguientes pasos:

- Se representa la acción del sismo por fuerzas horizontales que actúan en los centros de masas de los pisos, en dos direcciones ortogonales.
- Estas fuerzas se distribuyen entre los sistemas resistentes a carga lateral que tiene el edificio (muros y/o marcos).
- Se efectúa el análisis estructural de cada sistema resistente ante las cargas laterales que le correspondan.

En este capítulo se tratan los puntos *a* y *b*, ilustrándolos mediante ejemplos e incluyendo las opciones que considera la sección 8 de las NTDS. El punto *c* ha sido objeto del segundo capítulo de este texto. Como un caso particular del análisis estático, presentaremos también el método simplificado de análisis cuya aplicabilidad y procedimiento se especifican en la sección 7 de las NTDS.

6.2 VALUACIÓN DE FUERZAS SÍSMICAS SIN ESTIMAR EL PERIODO FUNDAMENTAL DEL EDIFICIO

Según el primer párrafo de la sección 8 de las NTDS, las fuerzas cortantes sísmicas en los diferentes niveles de una estructura pueden valuarse suponiendo un conjunto de fuerzas horizontales que obran sobre cada uno de los puntos donde se supongan concentradas las masas. La fuerza actuante donde se concentra una masa i es igual al peso de la misma, W_i , por un coeficiente proporcional a la altura h_i de la masa en cuestión sobre el desplante (o nivel a partir del cual las deformaciones estructurales pueden ser apreciables), sin incluir tanques ni apéndices. El factor de proporcionalidad es tal que la relación V_i/W_o , siendo V_i la fuerza cortante basal y W_o el peso total de la construcción, sea igual a c/Q , donde c y Q se determinan como hemos descrito en la sección 6.1.2.

6.2.1 Edificios sin apéndices

En el caso, aplicando el párrafo precedente concluimos que la fuerza horizontal P_i aplicada en el centro de masas del nivel i está dada por la fórmula

$$P_i = \frac{c}{Q} \left(\frac{W_i h_i}{\sum_i W_i h_i} \right) W_o \quad (6.1)$$

Aplicaremos esta fórmula al edificio esquematizado en la figura 2.30, considerando que la estructuración, los materiales y los detalles constructivos empleados son tales que el factor de comportamiento sísmico Q puede tomarse igual a 4 en la dirección X , e igual a 2 en la dirección Y . Obsérvese que el esquema aludido representa al edificio completo y no sólo a un marco o muro aislado, y que

los valores de Q son distintos en las dos direcciones, porque hemos supuesto que las estructuraciones respectivas son diferentes. Consideremos además que la estructura está ubicada en la zona de terreno altamente compresible (III) y que se trata de una construcción que por su importancia se clasifica como del grupo A.

Empleando los datos anteriores y siguiendo la sección 6.1.2, se encuentra que $c = 0.40 \times 1.5 = 0.60$. Por tanto, en la dirección X: $c/Q = 0.60/4 = 0.15$, y en la dirección Y: $c/Q = 0.60/2 = 0.30$. A partir de esta información hemos elaborado la tabla 6.6 donde se presentan en forma sistematizada las operaciones para obtener en ambas direcciones, las fuerzas actuantes en cada piso P_i , las cortantes en los entrepisos V_i , así como su posición en planta. Hemos supuesto que las masas están uniformemente distribuidas en planta y que, en consecuencia, P_i obra en el centro de gravedad del área del piso correspondiente, salvo en el primer piso donde se ha adoptado un punto de aplicación diferente para P_i . El formato de la tabla 6.6 es apropiado para una hoja electrónica de cálculo.

6.2.2 Edificios con apéndices

Son apéndices los tanques, parapetos, pretilas, anuncios, ornamentos, ventanales, muros, revestimientos y demás elementos cuya estructuración difiera radicalmente de la del resto del edificio. Para determinar las fuerzas en un apéndice

Tabla 6.6. Fuerzas cortantes y su posición en el edificio de la figura 2.30.

a) Dirección X

Nivel	W_i (ton)	h_i (m)	$W_i h_i$	P_{ix} (ton)	V_{ix} (ton)	y_i (m)	$P_{ix} y_i$	$\Sigma P_{ix} y_i$ (m)	y_{ui} (m)
5	90	16	1440	23.77	23.77	3.75	89.14	89.14	3.75
4	120	13	1560	25.75	49.52	5.50	141.63	230.77	4.66
3	150	10	1500	24.76	74.28	5.50	136.18	366.95	4.94
2	150	7	1050	17.33	91.61	5.50	95.33	462.28	5.05
1	180	4	720	11.89	103.50	6.30	74.88	537.16	5.19
Suma	690		6270						

$$P_{ix} = 0.15 \{W_i h_i / \Sigma W_i h_i\} \Sigma W_i \quad y_{ui} = (\Sigma P_{ix} y_i) / V_{ix}$$

b) Dirección Y

Nivel	W_i (ton)	h_i (m)	$W_i h_i$	P_{iy} (ton)	V_{iy} (ton)	x_i (m)	$P_{iy} x_i$	$\Sigma P_{iy} x_i$ (m)	x_{ui}
5	90	16	1440	47.54	47.54	6.75	320.90	320.90	6.75
4	120	13	1560	51.50	99.04	9.20	473.82	794.72	8.02
3	150	10	1500	49.52	148.56	9.20	455.60	1250.32	8.42
2	150	7	1050	34.67	183.23	9.20	318.92	1569.24	8.56
1	180	4	720	23.77	207.00	8.50	202.05	1771.29	8.56
Suma	690		6270						

$$P_{iy} = 0.30 \{W_i h_i / \Sigma W_i h_i\} \Sigma W_i \quad x_{ui} = (\Sigma P_{iy} x_i) / V_{iy}$$

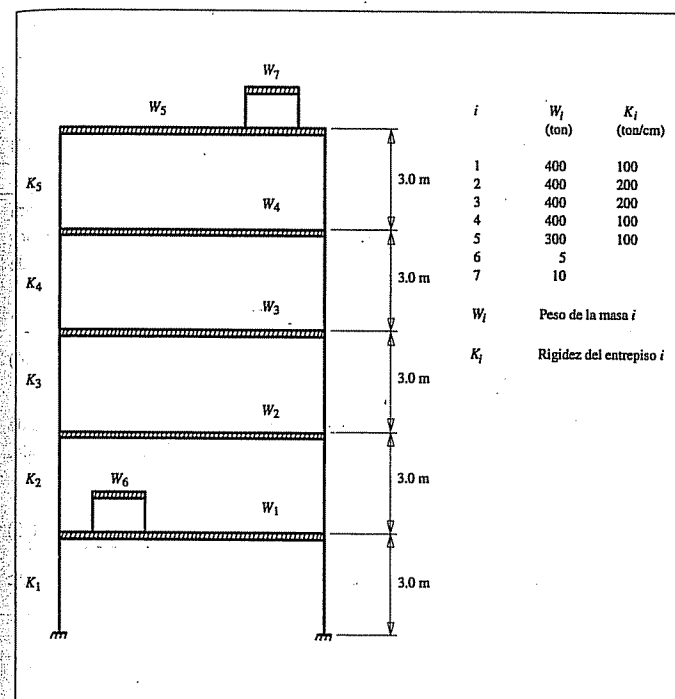


Figura 6.2 Elevación esquemática de un edificio con apéndices.

debemos aplicar la sección 8.4 de las NTDS, según la cual se supondrá actuando sobre el mismo la misma distribución de aceleraciones que le correspondería si se apoya directamente en el terreno, multiplicada por $(1 + 4c'/c)$ donde c' es el factor por el que se multiplica el peso del nivel de desplante del apéndice cuando se valúan las fuerzas sobre toda la construcción, sin afectarlo por el factor Q , puesto que el mismo ya ha sido incluido en el cálculo de dichas fuerzas.

Estrictamente, en edificios con apéndices, no se aplica la fórmula 6.1 y para valuar las fuerzas en los pisos debemos emplear textualmente las NTDS. Para ilustrar los cálculos necesarios, consideremos el edificio de la figura 6.2; supóngase $Q = 4$ y que se trata de una construcción del grupo B, desplantada en terreno firme (zona I). Con tales datos determinamos que $c = 0.16$, con lo que V_o/W_o debe ser igual a $0.16/4 = 0.04$, estando incluidos en V_o y en W_o las fuerzas laterales y los pesos de los apéndices respectivamente.

Las fuerzas sísmicas en los pisos 1 a 5 son proporcionales a los productos de los pesos W_i por las alturas h_i , sea α la constante de proporcionalidad, entonces

$$\begin{aligned}
 P_5 &= \alpha W_5 h_5 = 300 \times 15 \alpha = 4500 \alpha \\
 P_4 &= \alpha W_4 h_4 = 400 \times 12 \alpha = 4800 \alpha \\
 P_3 &= \alpha W_3 h_3 = 400 \times 9 \alpha = 3600 \alpha \\
 P_2 &= \alpha W_2 h_2 = 400 \times 6 \alpha = 2400 \alpha \\
 P_1 &= \alpha W_1 h_1 = 400 \times 3 \alpha = 1200 \alpha
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Si los apéndices estuviesen apoyados en el suelo, suponiendo que su sistema resistente a cargas laterales es tal que es apropiado $Q = 2$, tendrían unas fuerzas sísmicas iguales a

$$\begin{aligned} P'_6 &= 0.08 \times W_6 = 0.08 \times 5 = 0.40 \text{ ton} \\ P'_7 &= 0.08 \times W_7 = 0.08 \times 10 = 0.80 \text{ ton} \end{aligned} \quad (6.3)$$

Para el apéndice que pesa W_6 , c' es el factor por el cual se multiplica W_1 para obtener la fuerza P_1 ; es decir, según las expresiones 6.2, $c'_6 = \alpha h_1 = 3\alpha$. Análogamente, para el apéndice que pesa W_7 , se tiene $c'_7 = \alpha h_5 = 15\alpha$. Las fuerzas de la expresión 6.3 tienen que multiplicarse por $(1 + 4c'/c)$, como sigue:

$$\begin{aligned} P_6 &= 0.40 [1 + 4(3\alpha)/0.16] = 0.40 + 30\alpha \\ P_7 &= 0.80 [1 + 4(15\alpha)/0.16] = 0.80 + 300\alpha \end{aligned} \quad (6.4)$$

Para calcular α se emplea la condición de que el cortante en la base (suma de las fuerzas P_1 a P_7) entre la suma de los pesos W_1 a W_7 debe ser igual a 0.04. Usando las expresiones 6.2 y 6.4 se llega a:

$$16830 \alpha + 1.20 = 0.04 \quad (1915); \quad (6.5)$$

la solución de esta ecuación es $\alpha = 0.00448$; sustituyendo α en 6.2 y 6.4 obtenemos:

$$\begin{aligned} P_7 &= 2.14, & V_7 &= 2.14 \\ P_5 &= 20.16, & V_7 &= 22.30 \\ P_4 &= 21.50, & V_4 &= 43.80 \\ P_3 &= 16.13, & V_3 &= 59.93 \\ P_2 &= 10.75, & V_2 &= 70.68 \\ P_6 &= 0.53, & V_6 &= 0.53 \\ P_1 &= 5.38, & V_1 &= 76.59 = V_o = \text{cortante basal;} \end{aligned}$$

las fuerzas están en toneladas y en la base se verifica que

$$V_o/W_o = 76.59/1915 = 0.04$$

Tabla 6.7. Fuerzas sísmicas en el edificio de la figura 6.2 sin considerar apéndices.

Nivel o entrepiso	W_i (ton)	h_i (m)	$W_i h_i$	P_i (ton)	V_i (ton)
5	300	15	4500	20.73	20.73
4	400	12	4800	22.11	42.84
3	400	9	3600	16.58	59.42
2	400	6	2400	11.05	70.47
1	400	3	1200	5.53	76.00
Suma	1900		16500		

$$P_i = 0.04 [W_i h_i / \sum W_i h_i] \sum W_i$$

Tabla 6.8. Estimación del periodo fundamental del edificio de la figura 2.30.

a) Dirección X								
Nivel	W_i (ton)	P_i (ton)	V_i (ton)	K_i (ton/cm)	V_i/K_i (cm)	d_i (cm)	$W_i d_i^2$	$P_i d_i$
5	90	23.77	23.77	44	0.540	5.627	2850.0	133.76
4	120	25.75	49.52	44	1.125	5.087	3105.4	130.99
3	150	24.76	74.28	68	1.092	3.962	2354.2	98.09
2	150	17.33	91.61	68	1.347	2.869	1234.9	49.72
1	180	11.89	103.50	68	1.522	1.522	417.0	18.10
Suma							9961.5	430.66

$$T = 6.3 (\sum W_i d_i^2 / g P_i d_i)^{1/2} = 0.97 \text{ seg.}$$

b) Dirección Y								
Nivel	W_i (ton)	P_i (ton)	V_i (ton)	K_i (ton/cm)	V_i/K_i (cm)	d_i (cm)	$W_i d_i^2$	$P_i d_i$
5	90	47.54	47.54	131	0.363	3.127	879.9	148.64
4	120	51.50	99.04	206	0.481	2.764	916.6	142.33
3	150	49.52	148.56	236	0.629	2.283	781.8	113.05
2	150	34.67	183.23	236	0.776	1.654	410.1	57.33
1	180	23.77	207.00	236	0.877	0.877	138.5	20.85
Suma							3126.9	482.20

$$T = 6.3 (\sum W_i d_i^2 / g P_i d_i)^{1/2} = 0.51 \text{ seg.}$$

$$g = 981 \text{ cm/seg}^2$$

$$V_i/K_i = \text{desplazamientos de entrepiso, acumulados hacia arriba dan } d_i$$

Cuando la masa de los apéndices es pequeña comparada con la que se concentra en los pisos, opcionalmente, podemos ignorar en primera instancia los apéndices y aplicar la expresión 6.1, como se hace en la tabla 6.7. Las fuerzas en los apéndices como si estuviesen desplantados sobre el suelo se dan en la expresión 6.3. Para el apéndice W_6 , c' es el factor por el que se multiplica W_1 para obtener P_1 , esto es $c'_6 = P_1/W_1 = 5.53/400 = 0.0138$. Similarmente, para el apéndice W_7 , $c'_7 = P_5/W_5 = 20.73/300 = 0.0691$. Los valores dados en 6.3 deben multiplicarse por $(1 + 4c'/c) = (1 + 4 \times 0.0138/0.16) = 1.35$ para W_6 , y por $(1 + 4 \times 0.0691/0.16) = 2.73$ para W_7 ; así obtenemos:

$$P_6 = 0.40 \times 1.35 = 0.54 \text{ ton}$$

$$P_7 = 0.80 \times 2.73 = 2.18 \text{ ton}$$

Comparando estas fuerzas con las obtenidas considerando el factor de proporcionalidad α , observamos que son muy similares entre sí. Las cortantes son ahora:

$$\begin{aligned}
 V_7 &= 2.18 \text{ ton} \\
 V_5 &= 22.91 \text{ ton} \\
 V_4 &= 45.02 \text{ ton} \\
 V_3 &= 60.60 \text{ ton} \\
 V_2 &= 72.65 \text{ ton} \\
 V_5 &= 0.54 \text{ ton} \\
 V_5 &= 78.72 \text{ ton}
 \end{aligned}$$

La diferencia en el cortante basal es igual a la suma de fuerzas en los apéndices.

6.3 VALUACIÓN DE FUERZAS SÍSMICAS ESTIMANDO EL PERIODO FUNDAMENTAL DEL EDIFICIO

6.3.1 Procedimiento

La sección 8.2 de las NTDS permite usar fuerzas cortantes reducidas siempre que se tome en cuenta el valor aproximado del periodo fundamental de vibración del edificio T , calculado en segundos con la fórmula siguiente:

$$T = 6.3 [(\sum W_i d_i^2) / (g \sum P_i d_i)]^{1/2} \quad (6.6)$$

W_i es el peso de la masa i , P_i la fuerza horizontal que actúa en ella de acuerdo con el procedimiento en que no se estima el periodo, d_i el desplazamiento correspondiente en la dirección de P_i , y g , la aceleración de la gravedad.

De acuerdo con el valor resultante de T , se aplica una de las dos opciones siguientes:

- I. Si $T \leq T_b$ se procede como cuando no se calcula T , pero de manera que la relación $V_d/W_o = a/Q'$, calculándose a y Q' como hemos explicado en la sección 6.1.2.
- II. Si $T > T_b$ procedemos como en el párrafo I, pero de forma tal que la fuerza lateral en la masa i es proporcional a $(k_1 h_i + k_2 h_i^2) W_i$, siendo

$$k_1 = q [1 - r(1 - q)] \sum W_i / (\sum W_i h_i) \quad (6.7)$$

$$k_2 = 1.5 r q (1 - q) \sum W_i / (\sum W_i h_i^2) \quad (6.8)$$

donde $q = (T/T_b)^r$. T_a , T_b y r se dan en la tabla 6.2; además, a no será menor de $c/4$.

Los ejemplos siguientes ilustran las opciones mencionadas. Cabe notar que en un par de casos los periodos que se calculan son altos para el número de pisos considerado, pero hemos mantenido tales valores a fin de incluir todas las posibles situaciones sin trabajo numérico excesivo.

6.3.2 Edificio tratado en la sección 6.2.1

Examinaremos aquí si es posible reducir las fuerzas sísmicas obtenidas en el ejemplo de la sección 6.2.1, recordando que para el edificio en cuestión se encon-

tró que $c = 0.6$; además, según la tabla 6.2, para la zona III, T_a y T_b valen 0.6 y 3.1 segundos, respectivamente. Los cálculos para obtener T en las dos direcciones de análisis empleando la fórmula 6.6, se incluyen en la tabla 6.8, partiendo de valores de las rigideces dados en la figura 2.30 y de las fuerzas obtenidas en la tabla 6.6.

En cuanto a los requisitos de regularidad que marcan las NTDS (véase la tabla 6.4) por inspección de la figura 2.30 verificamos que todas las plantas son sensiblemente simétricas con respecto a los ejes ortogonales X , Y tanto en masas como en elementos resistentes. La relación de altura a la dimensión menor de la base es $16/11 = 1.45$ y la de largo a ancho de la base es $20/11 = 1.82$, ambas menores que 2.5. Ninguna planta tiene entrantes, salientes ni aberturas, y suponemos que todos los pisos son suficientemente rígidos y resistentes. El peso de cada nivel no es mayor ni menor que 70 por ciento del peso del piso inmediato inferior; y todos los pisos, a excepción del último, tienen la misma área. Aunque no damos detalles sobre las columnas, supondremos que están restringidas en todos los pisos en dos direcciones ortogonales por diafragmas horizontales y por trabes o losas planas. Las rigideces de entrepiso se listan en la tabla 6.7 y en ningún entrepiso dicha rigidez excede a la del entrepiso inmediatamente inferior. Las excentricidades torsionales e_x en las direcciones de análisis se calculan posteriormente en la tabla 6.12 y se encuentra que sus valores no exceden del 10 por ciento de la dimensión en planta del entrepiso correspondiente, medida paralelamente a la excentricidad, salvo en el cuarto entrepiso en la dirección X donde la excentricidad es 22 por ciento mayor que el límite requerido (1.34 versus 1.10 metros). Por tratarse de un sola violación a un amplio número de condiciones, relacionada con disminución de dimensiones en el último piso que siempre se trata como una excepción en otros requisitos, consideraremos que el edificio es regular, y que es innecesario reducir Q' .

En la dirección X resulta $T = 0.97$ segundos, menor que T_b ; entonces se aplica el primer párrafo de la sección 6.3.1 que permite usar las fuerzas calculadas sin estimación del periodo, escaladas de modo que V_d/W_o en la base igual sea a a/Q' . Siguiendo la sección 6.1.2, como $T_a < T < T_b$, tenemos $a = c$ y $Q' = Q$. En consecuencia, $V_d/W_o = c/Q$, que es el mismo valor que cuando no se estima el periodo, indicando que las fuerzas sísmicas en esta dirección no pueden reducirse por este concepto.

En la dirección Y encontramos que $T = 0.51$ segundos, también menor que T_b , por lo que nuevamente podemos emplear las fuerzas obtenidas sin estimar el periodo, reduciéndolas para que la relación V_d/W_o sea igual a a/Q' . Esta vez $T < T_a$, por lo cual, recordando que en esta dirección $Q = 2$, tenemos

$$a = (1 + 3T/T_a) c/4 = (1 + 3 \times 0.51/0.6) (0.6/4) = 0.5325$$

$$Q' = 1 + (T/T_a) (Q - 1) = 1 + (0.51/0.6) (2 - 1) = 1.85$$

$$a/Q' = 0.5325/1.85 = 0.288$$

Con las fuerzas P_{iy} calculadas en la tabla 6.6, V_d/W_o en la base vale 0.30 (igual a c/Q). Para que dicha relación sea 0.288 hay que multiplicar las P_{iy} por $0.288/0.30 = 0.96$ y se obtienen así las fuerzas reducidas buscadas. Esta reducción no modifica las posiciones de las cortantes determinadas en la tabla 6.5, porque todas las fuerzas se multiplican por el mismo factor reductivo.

Tabla 6.9. Estimación del periodo fundamental del edificio de la figura 6.2.

Nivel	W_i (ton)	P_i (ton)	V_i (ton)	K_i (ton/cm)	V_i/K_i (cm)	d_i (cm)	$W_i d_i^2$	$P_i d_i$
5	300	20.45	20.45	100	0.205	2.019	1223	41.29
4	400	21.82	42.27	100	0.423	1.814	1316	39.58
3	400	16.36	58.63	200	0.293	1.391	774	21.58
2	400	10.91	69.54	200	0.348	1.098	482	11.98
1	400	5.49	75.03	100	0.75	0.750	225	4.12
Suma							4020	118.55

$$T = 6.3 (\sum W_i d_i^2 / g P_i d_i)^{1/2} = 1.17 \text{ seg.}$$

$$g = 981 \text{ cm/seg}^2.$$

V_i/K_i = desplazamientos de entrepiso, acumulados hacia arriba dan d_i .

6.3.3 Edificio tratado en la sección 6.2.2

Para estimar el periodo de este edificio usaremos las cortantes calculadas empleando el factor α en la sección 6.2.2, ignorando las fuerzas y pesos de los apéndices. En la tabla 6.9 se resumen los cálculos que conducen a $T = 1.17$ segundos, considerando los datos de la figura 6.2. Supondremos que el edificio satisface los requisitos de regularidad dados en la tabla 6.4 sin que sea necesario multiplicar Q' por 0.8. Recordemos que $c = 0.16$ y que para la zona I, la tabla 6.2 indica $T_b = 0.6$ segundos y $r = 1/2$. Ya que $T > T_b$, se aplica el párrafo II de la sección 6.3.1, que requiere emplear los factores k_1 y k_2 dados por las expresiones 6.7 y 6.8.

Necesitamos previamente determinar a/Q' que es cuanto debe valer V_o/W_o , siguiendo la sección 6.1.2, cuando $T > T_b$, $a = q c$ siendo $q = (T_b/T)^r$, pero a no será menor que $c/4$. Haciendo operaciones resulta $q = (0.6/1.17)^{1/2} = 0.72$ y $a = 0.72c$ que es mayor que $c/4$, por lo que usaremos $a = 0.72 \times 0.16 = 0.1146$. En adición, $Q' = Q = 4$ y, en consecuencia, $V_o/W_o = 0.1146/4 = 0.02865$.

La obtención de las fuerzas reducidas se muestra en la tabla 6.10; en particular, la cortante en la base ha disminuido de 75.03 a 54.42 ton por haberse estimado el periodo fundamental de vibración del edificio. Como verificación $V_o/W_o = 54.42/1900 = 0.02864$, valor prácticamente idéntico al requerido en el párrafo anterior. Las fuerzas en los apéndices se pueden modificar procediendo como en la segunda parte del ejemplo de la sección 6.2.2.

6.4 DISTRIBUCIÓN DE LAS FUERZAS SÍSMICAS ENTRE LOS ELEMENTOS RESISTENTES DEL EDIFICIO

Una vez determinadas las fuerzas sísmicas que obran en cada piso de un edificio, tenemos que distribuir las entre los diferentes elementos resistentes verticales (marcos y/o muros y/o contravientos). En este paso del análisis sísmico hay que tener en cuenta que debido a los efectos dinámicos de la vibración, el momento torsionante que actúa en cada entrepiso se ve en general amplificado y la excentricidad efectiva puede ser mayor que la calculada estáticamente. Por otra parte, la

determinación del centro de torsión sólo puede efectuarse con pobre aproximación ya que la rigidez de cada elemento particular se altera por agrietamientos locales, fluencias o por la contribución de elementos no estructurales. Por las dos razones expuestas, los reglamentos de construcción modernos especifican excentricidades de diseño que, según lo que sea más desfavorable, amplifican o reducen la excentricidad directa para incorporar la naturaleza dinámica de las torsiones sísmicas en cálculos estáticos. Además, se añade o substrahe una excentricidad accidental que considera principalmente incertidumbres en la estimación de masas y rigideces y las componentes rotacionales de los temblores ignoradas en el análisis.

Para construcciones en el Distrito Federal, el párrafo 8.6 de las NTDS especifica que el momento torsionante será igual a la fuerza cortante de entrepiso por la excentricidad que para cada sistema resistente resulte más desfavorable entre: $1.5 e_x + 0.1 b$, o $e_x - 0.1 b$, donde e_x es la excentricidad directa en el entrepiso considerado y b es su máxima dimensión en planta medida perpendicularmente a la dirección del movimiento del terreno que se esté analizando. Además, la excentricidad de diseño en cada sentido no será menor que la mitad del máximo valor de e_x para los entrepisos que se hallan abajo del que se considera, ni se tomará el momento torsionante de ese entrepiso menor que la mitad del máximo calculado para los entrepisos que están arriba del considerado.

También debemos tener presente que los dos componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno ocurren simultáneamente, aunque es muy improbable que ambos tengan a la vez su máxima intensidad. El párrafo 8.8 de las NTDS considera estos conceptos estipulando que cada sección crítica de un edificio debe resistir la suma vectorial de los efectos (desplazamientos y fuerzas internas) de un componente del movimiento del terreno con 0.3 de los del otro, en adición a los efectos de fuerzas gravitatorias.

Presentamos a continuación dos métodos para efectuar la distribución de cortantes sísmicas siguiendo las pautas anteriores. El primero se limita a estructuras cuyos elementos resistentes están ubicados en dos direcciones ortogonales y hace uso del concepto de rigidez de entrepiso; tiene la ventaja de que se puede incorporar fácilmente en una hoja de cálculo electrónica y hasta puede aplicarse manualmente con una calculadora de escritorio. En el segundo método, que emplea operaciones matriciales, es innecesaria la definición de rigideces de entrepiso y los elementos resistentes pueden estar orientados en cualquier dirección, pero requiere el empleo de computadoras. Ambos métodos se basan en la hipótesis de que los pisos son diafragmas rígidos en su plano.

6.4.1 Entrepisos con sistemas resistentes ortogonales

La figura 6.3 muestra la planta de un entrepiso en el cual los elementos estructurales que resisten fuerzas laterales son paralelos a las direcciones X o Y . Las rigideces de entrepiso respectivas se designan por R_{ix} o R_{iy} . En estas circunstancias, las fuerzas sísmicas se pueden distribuir entre los elementos resistentes mediante los siguientes pasos:

- Se calculan las rigideces de entrepiso de los elementos resistentes en ambas direcciones y en todos los entrepisos.

Figura 6.3 Elementos resistentes ortogonales y centro de torsión.

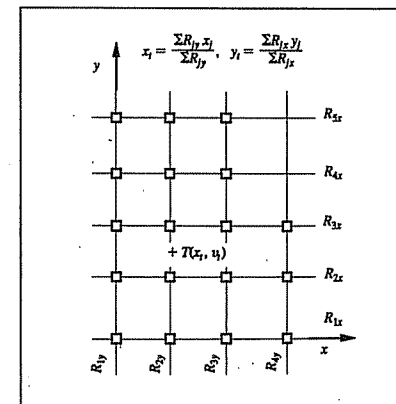


Tabla 6.10. Fuerzas sísmicas del edificio de la figura 6.2 reducidas por estimación de su periodo fundamental.

Nivel	W_i (ton)	h_i (m)	$W_i h_i$	$W_i h_i^2$	f_i	P_i (ton)	V_i (ton)
5	300	15	4500	67500	429.83	16.05	16.05
4	400	12	4800	57600	434.71	16.24	32.29
3	400	9	3600	32400	308.21	11.51	43.80
2	400	6	2400	14400	193.59	7.23	51.03
1	400	3	1200	3600	90.85	3.39	54.42
Suma	1900		16500	175500	1457.19		

Datos:

Cálculos:

$$\begin{aligned}
 c &= 0.16 & q &= 0.716 \\
 r &= 0.50 & a &= qc = 0.1146 \\
 T_b &= 0.60 \text{ segundos} & k_1 &= 0.070756 \\
 Q' &= Q = 4 & k_2 &= 0.001650 \\
 T &= 1.17 \text{ segundos} & f_i &= k_1 W_i h_i + k_2 W_i h_i^2 \\
 & & V_o &= (a/Q') \sum W_i = 54.42 \text{ t} \\
 & & P_i &= V_o f_i / \sum f_i
 \end{aligned}$$

- b) Se evalúa la fuerza horizontal P_i aplicada en el centro de gravedad de cada nivel i para las dos direcciones con alguna de las opciones descritas en la sección 6.3.
- c) Se obtiene la cortante en cada entrepiso, así como su línea de acción en planta por equilibrio estático.
- d) Se determina la posición del centro de torsión en cada entrepiso. Este centro es el punto por el que debe pasar la línea de acción de la fuerza cortante para que el movimiento relativo de los dos niveles consecutivos que limitan el entrepiso sea exclusivamente de traslación. En caso contrario existe torsión o rotación relativa entre dichos niveles. Las expresiones para calcular el centro de torsión son:

$$x_i = \frac{\sum (R_{iy} x_i)}{\sum R_{iy}} \quad (6.9)$$

$$y_i = \frac{\sum (R_{ix} y_i)}{\sum R_{ix}} \quad (6.10)$$

x_i, y_i son las coordenadas de los elementos resistentes.

- e) La fuerza cortante sobre un elemento resistente es igual a la suma de dos efectos: el debido a la fuerza cortante del entrepiso supuesta actuando en el centro de torsión, y el causado por el momento torsionante. Si la dirección analizada del sismo es paralela al eje X , se obtienen las cortantes siguientes:

En los elementos resistentes x , por efecto de la fuerza cortante aplicada en el centro de torsión:

$$\frac{V_x R_{ix}}{\sum R_{ix}} \quad (6.11)$$

En los elementos resistentes x , por efecto de torsión:

$$\frac{M_t R_{ix} y_{it}}{(\sum R_{ix} y_{it}^2 + \sum R_{iy} x_{it}^2)} \quad (6.12)$$

En los elementos resistentes y , por efecto de torsión:

$$\frac{M_t R_{iy} x_{it}}{(\sum R_{ix} y_{it}^2 + \sum R_{iy} x_{it}^2)} \quad (6.13)$$

En las expresiones anteriores V_x es la cortante en el entrepiso considerado en la dirección X ; x_{ij}, y_{ij} son las distancias del elemento resistente j al respectivo centro de torsión; M_t es el momento torsionante de diseño, igual al producto de V_x por la más desfavorable de las siguientes excentricidades:

$$e_1 = 1.5 e_s + 0.1 b$$

$$e_2 = e_s - 0.1 b$$

siendo la *excentricidad directa*, e_s , la distancia entre la línea de acción de la cortante y el centro de torsión, y b la mayor dimensión en planta del entrepiso medida perpendicularmente a V_x . Al calcular e_1 a e_s se le suma, en el mismo sentido, la excentricidad accidental $0.1b$; en cambio, al valorar e_2 a e_s se le resta en sentido contrario la excentricidad accidental; puede ocurrir que en este caso la excentricidad resultante sea de signo opuesto al de la directa. Para cada elemento resistente se investiga si e_1 o e_2 produce efectos más desfavorables. Se lleva a cabo un análisis similar con las fuerzas en la dirección Y .

- f) Para cada elemento resistente se calculan las cortantes debidas al 100 por ciento de las fuerzas sísmicas en la dirección X más 30 por ciento de las fuerzas sísmicas en la dirección Y y viceversa. Rige el mayor de los resultados.
- g) Conocidas las cargas que actúan en cada elemento resistente, éste se analiza de acuerdo con los métodos presentados en el capítulo 2 u otros similares.

Es necesario precisar los signos de las cantidades aludidas en el procedimiento que acabamos de describir. Las rigideces de entrepiso son siempre positivas y se debe escoger un sistema de coordenadas derecho con centro en cualquier punto de la planta. Así, las coordenadas de los elementos resistentes, x_i o y_i pueden ser positivas o negativas y se incluirán con su signo en las ecuaciones 6.9 y 6.10, que dan como resultado las coordenadas de centro de torsión (x_r, y_r) con el signo apropiado. Las distancias de los elementos resistentes a dicho centro también tienen signo y están dadas por:

$$x_{it} = x_i - x_r; \quad y_{it} = y_i - y_r$$

Las posiciones de las cortantes, definidas por las coordenadas x_i o y_i , deben referirse al mismo sistema de coordenadas, incluyendo el signo correspondiente.

Obsérvese que c_d y c_t forman parte de las expresiones 6.12 y 6.13, respectivamente, y permiten expresar las contribuciones debidas a la cortante actuando en el centro de torsión y al momento torsionante como:

$$V_d = c_d V \quad (6.16)$$

$$V_t = c_t M_t \quad (6.17)$$

Conocidas las coordenadas del centro de torsión, podemos valorar la excentricidad directa e_s , las excentricidades de diseño e_1 y e_2 y también verificar los requisitos reglamentarios de excentricidades y momentos torsionantes mínimos. Así hemos elaborado la tabla 6.12, que además incluye una excentricidad e_3 igual a la mitad de la máxima excentricidad calculada e_s abajo de cada nivel considerado. Otras dos columnas de la tabla listan el momento torsionante en M_t valuado con e_s y el momento M_d igual a la mitad del máximo M_t encima del nivel analizado. Para facilitar la comparación con e_1 y e_2 hemos definido una excentricidad e_4 dada por el cociente M_d/V . Inspeccionando esta tabla, se aprecia que los valores absolutos de e_1 son mayores que los de e_2 y e_4 , y se concluye que es innecesario modificar las excentricidades de diseño para satisfacer los requisitos de valores mínimos que estipulan las NTDS.

La distribución de cortantes sísmicas entre los elementos resistentes de los entrepisos 3 a 5 se lleva a cabo en la tabla 6.13, de acuerdo con las fórmulas 6.16

Tabla 6.12. Excentricidades y momentos torsionantes de diseño en los entrepisos del edificio de la figura 2.30.

a) Dirección X

$$e_s = y_v - y_t$$

Nivel	V_x	y_v	y_t	b	e_s	e_1	e_2	e_3	M_t	M_d	e_4
5	23.77	3.75	4.73	7.5	-0.98	-2.22	-0.23	-0.670	-23.29	0.00	0.00
4	49.52	4.66	6.00	11.0	-1.34	-3.11	-0.24	-0.440	-66.36	-11.65	-0.24
3	74.28	4.94	5.82	11.0	-0.88	-2.42	0.22	-0.385	-65.37	-33.18	-0.45
2	91.61	5.05	5.82	11.0	-0.77	-2.26	0.33	-0.315	-70.54	-33.18	-0.36
1	103.50	5.19	5.82	11.0	-0.63	-2.05	0.47	0.000	-65.20	-35.27	-0.34

a) Dirección Y

$$e_s = x_v - x_t$$

Nivel	V_y	x_v	x_t	b	e_s	e_1	e_2	e_3	M_t	M_d	e_4
5	46.54	6.75	5.78	13.5	0.97	2.80	-0.38	-0.455	45.14	0.00	0.00
4	99.04	8.02	8.93	20.0	-0.91	-3.37	1.09	-0.110	-90.13	22.57	0.23
3	148.56	8.42	8.64	20.0	-0.22	-2.33	1.78	-0.040	-32.68	-45.06	-0.30
2	183.23	8.56	8.64	20.0	-0.08	-2.12	1.92	-0.040	-14.66	-45.06	-0.25
1	207.00	8.56	8.64	20.0	-0.08	-2.12	1.92	0.000	-16.56	-45.06	-0.22

V_x , V_y y sus coordenadas de aplicación x_v , y_v provienen de la tabla 4.5

$$e_1 = e_s (1.5 + 0.1 b / |e_s|)$$

$$e_2 = e_s (1.0 - 0.1 b / |e_s|)$$

e_3 = mitad del máximo e_s abajo del nivel considerado

$$M_t = V e_s$$

M_d = mitad del máximo M_t arriba del nivel considerado

$$e_4 = M_d / V$$

Tabla 6.13. Cortantes sísmicas en los elementos resistentes del edificio de la figura 2.30.

a) Entrepiso 5

Sentido	V (ton)	e_1 (m)	e_2 (m)	$M_{t1} = V e_1$	$M_{t2} = V e_2$	M_{t0}
X	23.77	-2.22	-0.23	-52.77	-5.47	130.54
Y	46.54	2.80	-0.38	130.54	-17.69	52.77

Eje	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_o	V_{xy1}	V_{xy2}
1x	0.273	-0.00912	6.49	0.48	0.05	6.97	-1.19	7.33	3.28
2x	0.182	-0.00158	4.33	0.08	0.01	4.41	-0.21	4.47	1.53
3x	0.545	0.01070	12.95	-0.56	-0.06	12.90	1.40	13.32	5.27
Suma			23.77	0.00	0.00		-0.00	25.12	10.08

1x	0.556	-0.06878	25.88	-8.98	1.22	27.09	-3.63	28.18	11.76
2x	0.030	-0.00046	1.40	0.06	-0.01	1.46	0.02	1.46	0.46
3x	0.414	0.06831	19.27	8.92	-1.21	28.19	3.60	29.27	12.06
Suma			46.55	-0.00	0.00		-0.00	58.91	24.28

b) Entrepiso 4

Sentido	V (ton)	e_1 (m)	e_2 (m)	$M_{t1} = V e_1$	$M_{t2} = V e_2$	M_{t0}
X	49.52	-3.11	-0.24	-154.01	-11.88	333.27
Y	99.04	-3.37	1.09	-333.27	107.95	154.01

Eje	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_o	V_{xy1}	V_{xy2}
1x	0.273	-0.00356	13.52	0.55	0.04	14.07	-1.19	14.42	5.41
2x	0.182	-0.00099	9.01	0.15	0.01	9.17	-0.33	9.26	3.08
3x	0.182	0.00059	9.01	-0.09	-0.01	9.01	0.20	9.06	2.90
4x	0.364	0.00396	18.03	-0.61	-0.05	17.98	1.32	18.37	6.71
Suma			49.57	-0.00	0.00		0.00	51.11	18.10

1y	0.524	-0.04773	51.90	15.91	-5.15	67.80	-7.35	70.01	27.69
2y	0.029	-0.00072	2.87	0.24	-0.08	3.11	-0.11	3.15	1.04
3y	0.029	0.00136	2.87	0.45	0.15	3.02	0.21	3.08	1.12
4y	0.417	0.04709	41.30	-15.69	5.08	46.38	7.25	48.56	21.16
Suma			98.94	0.00	-0.00		-0.00	124.80	51.01

M_{t0} = máximo valor absoluto entre M_{t1} y M_{t2} en la dirección ortogonal

V_d = cortante directo = $c_d V$

V_j = cortantes por torsión = $c_t M_{tj}$, $j = 1, 2, 0$

c_d y c_t provienen de la tabla 6.11

V_m = máximo entre $(V_d + V_1)$ y $(V_d + V_2)$

$V_{xy1} = V_m + 0.3$ valor absoluto de V_0

$V_{xy2} = 0.3 V_m$ + valor absoluto de V_0

Tabla 6.13. Cortantes sísmicas en los elementos resistentes del edificio de la figura 2.30. (Continuación.)

c) Entrepiso 3									
Sentido	V (ton)	e_1 (m)	e_2 (m)	$M_{t1} = Ve_1$	$M_{t2} = Ve_2$	M_{t0}			
X	74.28	-2.42	0.22	-179.76	16.34	346.14			
Y	148.56	-2.33	1.78	-346.14	264.44	179.76			

Eje	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_o	V_{xy1}	V_{xy2}
1x	0.294	-0.00495	21.84	0.89	-0.08	22.73	-1.71	23.24	8.53
2x	0.176	-0.00118	13.07	0.21	-0.02	13.29	-0.41	3.41	4.39
3x	0.176	0.00085	13.07	-0.15	0.01	13.09	0.29	13.18	4.22
4x	0.353	0.00528	26.22	-0.95	0.09	26.31	1.83	26.86	9.72
Suma			74.20	0.00	0.00		0.00	76.69	26.86

1y	0.542	-0.04702	80.52	16.28	-12.43	96.80	-8.45	99.33	37.49
2y	0.025	-0.00055	3.71	0.19	-0.15	3.90	-0.10	3.93	1.27
3y	0.025	0.00124	3.71	-0.43	0.33	4.04	0.22	4.11	1.44
4y	0.407	0.04633	60.46	-16.04	12.25	72.72	8.33	75.21	30.14
Suma			148.40	-0.00	-0.00		-0.00	182.58	70.34

M_{t0} = máximo valor absoluto entre M_{t1} y M_{t2} en la dirección ortogonal

V_d = cortante directo = $c_d V$

V_j = cortantes por torsión = $c_t M_{tj}$, $j=1,2,0$

c_d y c_t provienen de la tabla 6.11

V_m = máximo entre $(V_d + V_1)$ y $(V_d + V_2)$

$V_{xy1} = V_m + 0.3$ valor absoluto de V_o

$V_{xy2} = 0.3 V_m +$ valor absoluto de V_o

y 6.17. En la primera parte de esta tabla se consignan las e_1 y e_2 correspondientes al entrepiso analizado en las dos direcciones del sismo, junto con los dos respectivos momentos torsionantes M_{t1} y M_{t2} . Hemos incluido un momento M_{t0} definido como el máximo valor absoluto entre M_{t1} y M_{t2} causado por la cortante que obra en la dirección ortogonal.

En lo que resta de la tabla 6.13 se emplean los cocientes c_d y c_t para calcular la cortante directa y las debidas a los diferentes momentos torsionantes en los elementos resistentes del entrepiso considerado, según las fórmulas 6.16 y 6.17; cada contribución se identifica con el subíndice correspondiente. Para cada elemento se determina si V_1 o V_2 es más desfavorable, o sea cuál es el mayor entre $V_d + V_1$ y $V_d + V_2$. Llamando V_m al resultado más desfavorable, la combinación de los efectos de 100 por ciento de una dirección del temblor con 30 por ciento de los de la dirección ortogonal, se hace como sigue:

$$V_{xy1} = V_m + 0.3 |V_o|$$

$$V_{xy2} = 0.3 V_m + |V_o|$$

Rige el mayor de estos dos valores. Como verificación, la suma de las V_d es, salvo pequeños errores de redondeo, igual a la cortante del entrepiso, mientras que

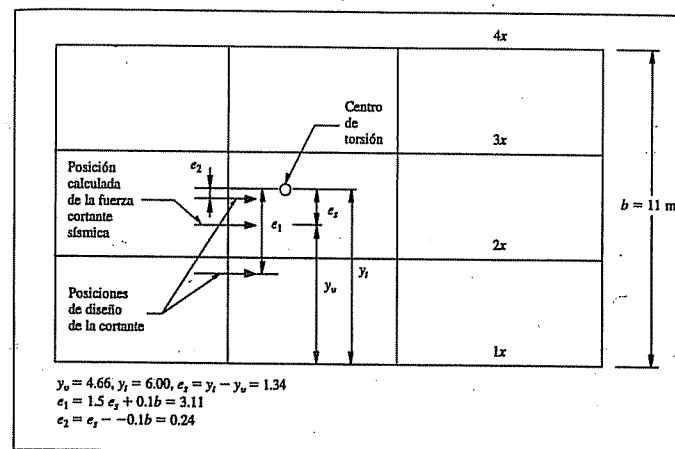


Figura 6.4 Posiciones de la cortante sísmica para calcular momentos torsionantes de diseño (los valores numéricos corresponden al entrepiso 4 de la figura 2.30).

las cortantes originadas por torsión suman cero. Obsérvese también que la adición de las cortantes de diseño (V_{xy1} en este caso), siempre supera a la cortante de entrepiso como consecuencia de que las cortantes más desfavorables por torsión para distintos elementos resistentes corresponden a diferentes excentricidades.

La forma tabular en que hemos organizado las operaciones de este ejemplo, incluyendo el tratamiento de signos, es apropiada para hojas electrónicas de cálculo. Sin embargo, la excentricidad más desfavorable para cada elemento resistente se puede identificar examinando la planta del entrepiso, teniendo en mente que los giros son con respecto al centro de torsión. Por ejemplo, como se aprecia en la figura 6.4, para los elementos 1x y 2x del entrepiso 4, en los cuales el efecto de torsión se suma al de traslación, rige e_1 ; en cambio para los sistemas 3x y 4x, en que ambos efectos son opuestos, rige e_2 .

Para que las hipótesis de análisis se cumplan, es necesario que la losa sea capaz de resistir como diafragma las fuerzas que actúan sobre ella como consecuencia de su participación transmitiendo la fuerza sísmica a los elementos resistentes. Tales fuerzas se pueden encontrar por estática; en el sistema 1y, por ejemplo, las fuerzas cortantes en los entrepisos 3 y 4 son 99.33 y 70.01 ton; la fuerza que la losa transmite en el nivel 3 es, por tanto, la diferencia 19.32 ton.

6.4.3 Cálculo matricial de momentos torsionantes

En general los elementos resistentes no son perpendiculares entre sí, y, en adición, para sistemas a base de muros o con diagonales no se pueden definir de manera siempre aceptable rigideces de entrepiso. Por tanto, es imprescindible emplear un procedimiento más general como el que se expone en esta sección, basado en los métodos de análisis tridimensional presentados en el capítulo 2. Este procedimiento permite incluir las dos combinaciones de excentricidades especificadas por las NTDS y la suma vectorial de los efectos de un componente del movimiento horizontal del terreno con 0.3 de los del otro.

Como paso previo, derivaremos la manera de calcular los momentos torsionantes y excentricidades que generan un conjunto de cargas sobre un edificio. Considérese que la matriz de rigidez lateral del edificio K , y el vector de fuerzas están partidos en la forma:

$$K = \begin{bmatrix} K_{\delta\delta} & K_{\delta\theta} \\ K_{\theta\delta} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix}; \quad P = \begin{bmatrix} P_{\delta} \\ P_{\theta} \end{bmatrix}$$

donde los subíndices δ y θ se refieren, respectivamente, a los desplazamientos en las dos direcciones horizontales ortogonales y a los giros de los pisos. Congruentemente, P_{δ} contiene las fuerzas sísmicas (dos por cada piso) y P_{θ} los momentos torsionantes que obran sobre el edificio (uno por piso). Conviene elegir como grados de libertad los desplazamientos y giros de los centros de masas de los pisos donde están aplicadas las fuerzas sísmicas sin que existan momentos torsionantes con respecto a estos puntos, es decir tal que $P_{\theta} = 0$. Podemos calcular los giros y desplazamientos que causan estas fuerzas resolviendo el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{bmatrix} K_{\delta\delta} & K_{\delta\theta} \\ K_{\theta\delta} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{\delta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

En vez de obtener directamente la solución, impongamos primero la condición de que los giros son nulos, que equivale a empotrar el edificio en torsión. El sistema de ecuaciones que refleja esta situación es:

$$\begin{bmatrix} K_{\delta\delta} & K_{\delta\theta} \\ K_{\theta\delta} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{\delta} \\ M \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

se conocen el vector de fuerzas P_{δ} , los giros (que son nulos) y las incógnitas (desplazamientos δ_0 y los momentos M , que es como hemos llamado a P_{θ}). M contiene los momentos torsionantes requeridos para anular los giros. La solución de 6.19 es:

$$\delta_0 = K_{\delta\delta}^{-1} P_{\delta} \quad (6.20)$$

$$M = K_{\theta\delta}^{-1} \delta_0 \quad (6.21)$$

Enseguida se "suelan" los giros, imponiendo al edificio los momentos torsionantes "de fijación" con signo cambiado, lo cual conduce al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} K_{\delta\delta} & K_{\delta\theta} \\ K_{\theta\delta} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -M \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

Sumando las igualdades 6.19 y 6.22 verificamos que en el segundo miembro se reproduce el vector original de cargas del sistema de ecuaciones 6.18, de donde se infiere (por tratarse de ecuaciones lineales) que la solución de 6.18 es igual a la suma de las soluciones de 6.19 y 6.20, es decir:

$$\delta = \delta_0 + \delta_1 \quad (6.23)$$

$$\theta = \theta_1$$

Esto muestra que los momentos torsionantes en los pisos generados por el sistema de fuerzas laterales P_{δ} están dados por $-K_{\theta\delta} K_{\delta\delta}^{-1} P_{\delta}$. Sumando dichos momen-

tos de arriba hacia abajo obtenemos los momentos de entrepiso. En cada entrepiso, el cociente del momento torsionante entre la cortante proporciona la excentricidad con respecto a centro de masas. La ventaja de calcular desplazamientos laterales en los pisos como acabamos de exponer reside en que, antes de resolver el sistema 6.22, el vector $-M$ de momentos torsionantes puede multiplicarse por cualquier factor de amplificación o reducción, según lo requieran los reglamentos de construcción.

6.4.4 Ejemplo

Para ilustrar la determinación de momentos y excentricidades torsionantes con el procedimiento matricial expuesto, consideremos el edificio de un piso tratado en la sección 2.4.2, en donde se encontró que la matriz de rigidez lateral es:

$$K = \begin{bmatrix} 550.0 & 86.6 & 1333.0 \\ 86.6 & 450.0 & -750.0 \\ 1333.0 & -750.0 & 20550.0 \end{bmatrix}$$

Las unidades son ton/m.

Consideremos que la construcción pertenece al grupo B, que se encuentra en la zona II, pesa 125 ton, y que los factores de comportamiento sísmico aplicables son 4 en la dirección X y 2 en la dirección Y . En concordancia con la sección 6.1.2 debemos usar $c = 0.32$. Obviando la estimación de periodo natural y en vista de que se trata de una estructura de un solo piso, las cortantes (en este caso iguales a las fuerzas aplicadas en el piso) en las dos direcciones de análisis quedan:

$$V_x = P_x = c W/Q_x = 0.32 \times 125/4 = 10 \text{ ton}$$

$$V_y = P_y = c W/Q_y = 0.32 \times 125/2 = 20 \text{ ton}$$

Siguiendo la notación de las sección precedente, en la dirección X el vector P es:

$$P = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

resolviendo directamente $K \delta = P$ (que es el sistema de ecuaciones 6.18), encontramos:

$$\delta = \begin{bmatrix} 0.023795 \\ -0.007615 \\ -0.001821 \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

Las partes de K y de P correspondientes solamente a los desplazamientos laterales son:

$$K_{\delta\delta} = \begin{bmatrix} 550.0 & 86.6 \\ 86.6 & 450.0 \end{bmatrix}; \quad P_{\delta} = \begin{bmatrix} 10.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

Los desplazamientos laterales cuando se restringen las rotaciones, están dados por la expresión 6.20 que lleva a:

$$\delta_0 = \begin{bmatrix} 0.018750 \\ -0.003608 \end{bmatrix}$$

la parte de la matriz $\mathbf{K}$ que acopla desplazamientos y giros es:

$$\mathbf{K}_{\delta\theta}^T = [1333 \quad -750]$$

y el momento torsionante de fijación, dado por 6.21, resulta $\mathbf{M} = \mathbf{K}_{\delta\theta}^T \delta_0 = [27.700]$. Luego "soltamos" los giros imponiendo sobre edificio estos momentos con signo cambiado, es decir, aplicando el vector de cargas siguiente:

$$\mathbf{P}_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 27.700 \end{Bmatrix}$$

Los desplazamientos y giros que se originan, satisfacen el sistema $\mathbf{K} \delta_1 = \mathbf{P}_1$ (expresión 6.22). Su solución es:

$$\delta_1 = \begin{Bmatrix} 0.005045 \\ -0.004007 \end{Bmatrix}$$

$$\theta_1 = [-0.001821]$$

Podemos inmediatamente verificar que el giro θ_1 es idéntico al que se obtuvo inicialmente (véase 6.24), y también que los desplazamientos se reproducen por la suma:

$$\delta_0 + \delta_1 = \begin{Bmatrix} 0.018750 \\ -0.003608 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0.005045 \\ -0.004007 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.023795 \\ -0.007615 \end{Bmatrix}$$

La excentricidad en la dirección X es $e_{xx} = -M/V = -27.700/10 = -2.77$. Procediendo de manera similar para la dirección Y encontramos:

$$\mathbf{P} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 20 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad \delta = \begin{Bmatrix} -0.015230 \\ 0.052197 \\ 0.002893 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{P}_\delta = \begin{Bmatrix} 0.0 \\ 20.0 \end{Bmatrix}; \quad \delta_0 = \begin{Bmatrix} -0.007217 \\ 0.045833 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = [-43.995]$$

$$\mathbf{P}_1 = \begin{Bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 43.995 \end{Bmatrix}$$

$$\delta_1 = \begin{Bmatrix} -0.008073 \\ 0.006364 \end{Bmatrix}; \quad \theta_1 = [0.002893]$$

$$\delta_0 + \delta_1 = \begin{Bmatrix} -0.007217 \\ 0.045833 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -0.008073 \\ 0.006364 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.015230 \\ 0.052197 \end{Bmatrix}$$

La excentricidad en la dirección Y es $e_{yy} = -M/V = -(-43.995)/20 = 2.20$.

6.4.5 Distribución matricial de fuerzas sísmicas

Una vez conocidos los giros y desplazamientos de los centros de masas de los pisos correspondientes a las cortantes y momentos torsionantes de diseño, se calculan los desplazamientos laterales de los elementos resistentes y los correspondientes elementos mecánicos, como explicamos en la sección 2.4.1.

Supongamos que se ha calculado la matriz de rigidez lateral del edificio por analizar, siendo los grados de libertad dos desplazamientos horizontales en las direcciones de las fuerzas sísmicas y un giro alrededor del eje vertical que pasa por el centro de masas de cada piso. Entonces, de acuerdo con las NTDS, el análisis sísmico en cada dirección se puede efectuar como sigue:

- Se determina la fuerza horizontal aplicada en el centro de masas de cada piso i , como hemos descrito en las secciones 6.2 y 6.3. Obtenemos n fuerzas, donde n es el número de pisos, y con ellas formamos el vector $\mathbf{P}_\delta$ de tamaño $2n$ insertando ceros en los lugares correspondientes a la dirección perpendicular. Consideraremos que estas fuerzas son positivas. Acumulándolas de arriba hacia abajo se obtienen las cortantes en los entrepisos.
- Se calcula el vector de desplazamientos laterales δ_0 , sin permitir giros horizontales, con la expresión 6.20.
- Los momentos en los pisos debidos a la excentricidad directa son:

$$\mathbf{M} = -\mathbf{K}_{\delta\theta}^T \delta_0 \quad (6.25)$$

y se acumulan de arriba hacia abajo para obtener los momentos torsionantes en los entrepisos M_d .

- Se calculan los momentos torsionantes accidentales en los entrepisos M_{di} . Para el entrepiso i tenemos $M_{di} = 0.1 b_i V_i$, donde b_i es la dimensión máxima de la planta medida perpendicularmente a la dirección en que obran las fuerzas sísmicas, y V_i la cortante en dicho entrepiso.
- En cada nivel i se calculan las dos siguientes combinaciones de momentos torsionantes, que ya incluyen los signos adecuados:

$$M_{1i} = M_{di} (1.5 + M_{di} / |M_{di}|) \quad (6.26)$$

$$M_{2i} = M_{di} (1.0 - M_{di} / |M_{di}|) \quad (6.27)$$

- Para cada combinación del paso anterior, el momento aplicado en el piso más alto, es igual a del entrepiso contiguo y, yendo hacia abajo, en cualquier otro nivel el momento aplicado es la diferencia entre los momentos torsionantes del entrepiso inferior y el superior. Sean $\mathbf{M}_1$ y $\mathbf{M}_2$ los vectores que contienen a los momentos así obtenidos.
- Se encuentran los giros y desplazamientos generados por $\mathbf{M}_1$ y $\mathbf{M}_2$ resolviendo los sistemas de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\delta\delta} & \mathbf{K}_{\delta\theta} \\ \mathbf{K}_{\delta\theta}^T & \mathbf{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}_j \end{Bmatrix} \quad j = 1, 2$$

- Las dos combinaciones de excentricidades exigidas por las NTDS se consideran mediante las siguientes combinaciones de giros y desplazamientos:

Combinación	Desplazamientos	Giros	
1	$\delta_0 + \delta_1$	θ_1	(6.29)
2	$\delta_0 + \delta_2$	θ_2	

En todos los niveles de cada elemento resistente se calculan los desplazamientos de entrepiso producidos por estas combinaciones y se escogen los que tengan mayor valor absoluto. Sea Z_m el vector formado por estos valores en el m -ésimo elemento cuando el sismo actúa en la dirección X , y Z_y el correspondiente a la dirección Y .

Los desplazamientos de entrepiso causados por las fuerzas sísmicas en las dos direcciones de análisis se combinan como sigue para cada entrepiso i del elemento resistente m :

$$\begin{aligned} Z_{mi} + 0.3 Z_{yi} \\ 0.3 Z_{xi} + Z_{yi} \end{aligned} \quad (6.30)$$

el desplazamiento de diseño del entrepiso i es el mayor de estos dos resultados.

Acumulando los desplazamientos de entrepiso resultan los desplazamientos de los pisos de cada elemento resistente, y se calculan a partir de ellos los elementos mecánicos, como se expuso en el capítulo 2.

El procedimiento matricial que hemos expuesto es adecuado para programas de computadora. Bazán (1978) propone una manera eficiente para efectuar las operaciones matriciales que implican los diferentes pasos, incluyendo el cálculo de momentos torsionantes directos y sus combinaciones con los momentos debidos a la excentricidad accidental.

6.5 MÉTODO SIMPLIFICADO DE ANÁLISIS SÍSMICO

Este método es una variante del método estático, aplicable a estructuras a base de muros de carga, de baja altura, planta rectangular, con una distribución sensiblemente simétrica de muros, y en los pisos tienen rigidez suficiente para transmitir las fuerzas sísmicas a los muros paralelos a la dirección del movimiento del terreno. Los muros resistentes a cargas laterales pueden ser de mampostería, de concreto o de madera. Su empleo más generalizado es en edificios de vivienda unifamiliar o multifamiliar de interés social, en que los muros son de bloque de concreto o de ladrillo y los sistemas de piso y techo son losas de concreto coladas in situ o parcialmente prefabricadas.

Este método permite ignorar los efectos de flexión y los de la torsión sísmica, así como concentrar la atención en la revisión de la fuerza cortante. Dicha revisión se basa en la hipótesis de que la suma de las resistencias de todos los muros alineados es la dirección de análisis. Para tomar en cuenta que los muros muy cortos, y por tanto muy flexibles, pueden no alcanzar su resistencia antes de que los más rígidos pierdan su capacidad, su contribución se afecta por un factor reductor que depende de las dimensiones del muro en su propio plano.

Para el cálculo de la fuerza cortante en cada entrepiso se siguen los mismos principios del método estático, con la simplificación de que los efectos del periodo de vibración y de la reducción por factores de comportamientos sísmico se han incorporado en los coeficientes sísmicos, los cuales se multiplican directamente por el peso total para obtener la fuerza cortante basal.

6.5.1 Requisitos y descripción

La sección 2.2 de las NTDS permite efectuar un análisis estático simplificado en estructuras que satisfagan simultáneamente los siguientes requisitos:

- I. En cada planta, al menos el 75 por ciento de las cargas verticales estarán soportadas por muros ligados entre sí mediante losas corridas u otros sistemas de piso suficientemente resistentes y rígidos al corte. Dichos muros tendrán distribución sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales y deberán satisfacer las condiciones que establecen las Normas Técnicas correspondientes. Será admisible cierta asimetría en la distribución de los muros cuando existan en todos los pisos dos muros de carga perimetrales paralelos cada uno con longitud al menos igual a la mitad de la dimensión mayor en planta del edificio. Los muros a que se refiere este párrafo podrán ser de mampostería, concreto reforzado o madera; en este último caso estarán arriostrados con diagonales.
- II. La relación entre longitud y anchura de la planta del edificio no excederá de 2.0, a menos que, para fines de análisis sísmico, se pueda suponer dividida dicha planta en tramos independientes cuya relación entre longitud y anchura satisfaga esta restricción y cada tramo resista según el criterio que marca la sección 7 de las NTDS.
- III. La relación entre la altura y la dimensión mínima de la base del edificio no excederá de 1.5, y la altura del edificio no será mayor de 13 m.

Según se describe en la sección 7 de las NTDS, al aplicar el método simplificado se hará caso omiso de los desplazamientos horizontales, torsiones y momentos de volteo, y se verificará únicamente que en cada piso la suma de las resistencias al corte de los muros de carga, proyectadas en la dirección en que se considera la aceleración, sea cuando menos igual a la fuerza cortante total que obre en dicho piso, calculada según se describió en la sección 6.2.1, pero empleando los coeficientes sísmicos reducidos que se indican en la tabla 6.14 para construcciones del grupo B. Tratándose de las clasificadas en el grupo A dichos coeficientes se multiplicarán por 1.5. Nótese que estos coeficientes ya incluyen el factor de reducción por comportamiento sísmico.

En el cálculo de las resistencias al corte para muros cuya relación entre la altura de pisos consecutivos h y la longitud L exceda de 1.33, la resistencia se reducirá afectándola del coeficiente $(1.33 L/h)^2$.

6.5.2 Ejemplo

La figura 6.5 muestra esquemáticamente las plantas, alturas y pesos de una construcción de dos pisos, con pisos y techo formados por losas de concreto. Observando las plantas se aprecia que más del 75 por ciento de las cargas verticales

Tabla 6.14. Coeficientes sísmicos reducidos para el método simplificado, correspondientes a estructuras del grupo B.

Tipo de muro	Altura de la construcción	Zona I	Zona II y III
Muros de piezas macizas o diafragmas de madera contrachapada	menor de 4m	0.07	0.13
	entre 4 y 7 m	0.08	0.16
	entre 7 y 13 m	0.08	0.19
Muros de piezas huecas o diafragmas de duelas de madera*	menor de 7 m	0.10	0.15
	entre 4 y 7 m	0.11	0.19
	entre 7 y 13 m	0.11	0.23

* Diafragmas de duelas de madera inclinadas o sistemas de muros formados por duelas de madera verticales u horizontales arriostradas con elementos de madera maciza.

Los coeficientes sísmicos se multiplicarán por 1.5 para construcciones del grupo A.

están soportadas por muros de mampostería de piezas macizas. En la dirección Y existen dos muros perimetrales de 10 y 6m respectivamente, ligados a la losa en una longitud mayor que $0.5 \times 10 = 5$ m. La relación entre la altura y la dimensión mínima de la planta es $7/10 = 0.7$, menor que 1.5, y la altura del edificio, 7 m, es menor que 13 m. Por tanto, esta estructura se puede analizar con el método simplificado.

Los cálculos necesarios en la dirección Y son como sigue:

- Al considerar que la estructura es del grupo B, que se construirá sobre terreno correspondiente a la zona I, y que su altura es 7 m, en la tabla 6.14 encontramos que el coeficiente sísmico, ya reducido por comportamiento sísmico, vale 0.08.
- Como no hay apéndices, podemos efectuar el cálculo de fuerzas sísmicas con la expresión 6.1, pero de modo que la cortante en la base valga $V = 0.08 \times 132 = 10.56$ ton, como se muestra en la tabla 6.15. La cortante última es $V_u = 1.1 \times 10.56 = 11.62$ ton, donde 1.1 es el factor de carga especificado por el RCDF para cargas sísmicas.
- La longitud total de muros paralelos a la dirección Y es 27 m, 24 de los cuales corresponden a muros con relación h/L menor que 1.33; en ellos el esfuerzo resistente, de acuerdo con las Normas Técnicas para Estructuras de Mampostería, está dado por

$$v_R = F_R (0.7 v^*)$$

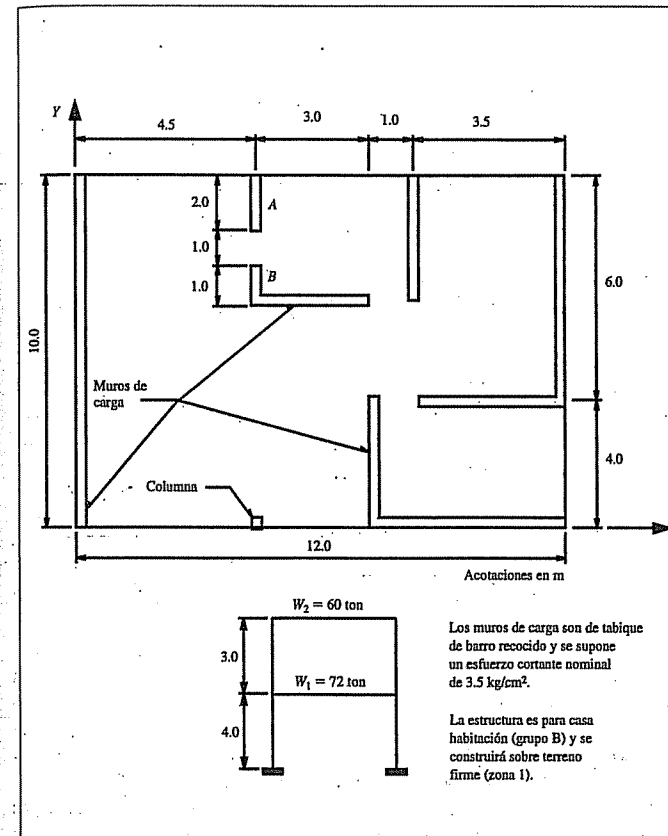


Tabla 6.15. Fuerzas sísmicas cortantes para el edificio de la figura 6.6.

Nivel	W_i (ton)	h_i (m)	$W_i h_i$	P_i (ton)	V_i (ton)
2	60	7	420	6.26	6.26
1	72	4	288	4.30	10.56
Suma	132		708		

$$P_i = 0.08 (W_i h_i / \sum W_i h_i) \sum W_i$$

donde F_R es el factor de reducción por resistencia, equivalente a 0.6. Para $v^* = 3.5 \text{ kg/cm}^2$, se obtiene $v_R = 1.5 \text{ kg/cm}^2$.

En el muro A, en planta baja, $h/L = 4.0/2.0 = 2.0 > 1.33$; por tanto, el esfuerzo resistente vale $1.5 (1.33 \times 1/2)^2 = 0.66 \text{ kg/cm}^2$. En el muro B, $h/L = 4.0/1.0 = 4.00 > 1.33$ y el esfuerzo resistente es $1.5 (1.33 \times 1/4)^2 = 0.17 \text{ kg/cm}^2$. Entonces la capacidad total es:

$$(2400 \times 1.5 + 100 \times 0.66 + 100 \times 0.17) 14 = 51490 \text{ kg} = 51.49 \text{ ton}$$

que es mayor que 11.62 ton. Como la planta alta es igual a la baja, es innecesario revisarla, puesto que la fuerza cortante actuante es menor.

De manera análoga se revisa el efecto sísmico en la dirección X , que es más crítica por la menor longitud de muros. Haciéndolo encontramos que la resistencia es también suficiente en esa dirección.

6.6 EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN Y REVISIÓN DE DESPLAZAMIENTOS

Como hemos indicado anteriormente, el segundo objetivo básico del diseño sísmico, consistente en evitar daños ante temblores moderados, se trata de cumplir limitando los desplazamientos laterales de la estructura. El índice más importante para determinar la magnitud de posibles daños es la distorsión del entrepiso ψ , definida como el desplazamiento relativo entre dos pisos sucesivos, Δ , dividido entre la altura del entrepiso H , es decir:

$$\psi = \Delta/H$$

En el cálculo de Δ deben incluirse los efectos de esbeltez (no linealidad geométrica). Hemos explicado en la sección 2.5.3, que la inclusión de los efectos de cargas axiales conduce a un problema no lineal, en el que se calculan momentos y deflexiones debidos originados por las cargas externas actuando sobre la configuración deformada de la estructura. Además, deben considerarse simultáneamente las no linealidades de las curvas fuerza-desplazamiento de los elementos estructurales (no linealidad del material). Sin embargo, en vista de que las columnas de edificios tienen normalmente relaciones de esbeltez moderada (en todo caso esta es una situación deseable para prevenir inestabilidad), los efectos de segundo orden se pueden incluir con precisión suficiente mediante factores que amplifican desplazamientos laterales y momentos en las columnas. Reflejando estas consideraciones, el RCDF prescribe un factor de amplificación que es función de la rigidez lateral de Q y de la rigidez geométrica W/H .

Hay que recordar que la reducción en el coeficiente sísmico por comportamiento inelástico es válida para determinar las fuerzas de diseño, y que las deformaciones que ocurrirán en la estructura serán del orden de Q veces las calculadas con un análisis elástico bajo esas fuerzas reducidas. Por tanto, antes de compararlas con deformaciones admisibles, las deformaciones calculadas deben multiplicarse por Q .

También debemos tener presente que el objetivo es limitar las deflexiones a valores que no causen daños en elementos tanto estructurales como no estructurales para sismos de menor intensidad que el de diseño. Para emplear directamente los desplazamientos obtenidos en el análisis ante el sismo de diseño, el RCDF estipula distorsiones admisibles que se multiplican por un factor del orden de tres con respecto a las que realmente se quieren controlar. Así, se encuentra experimentalmente que en muros de mampostería y en recubrimientos frágiles de paredes divisorias se provocan agrietamientos cuando las distorsiones exceden de dos al millar ($\psi = 0.002$). Como veremos a continuación, el reglamento citado admite para este caso distorsiones de 0.006.

6.6.1 Requisitos reglamentarios

La sección 8.7 de las NTDS especifica que deberán tenerse en cuenta efectos de segundo orden (también conocidos como efectos de esbeltez) cuando la deformación total de un entrepiso dividida entre su altura, medida de piso a piso, exceda 0.08 veces la relación entre la fuerza cortante del entrepiso y las fuerzas verticales debidas a acciones permanentes y variable que obren encima de éste. Se entiende por análisis de segundo orden el que suministre las fuerzas internas y deformaciones adicionales provocadas por las cargas verticales al actuar en la estructura desplazada lateralmente.

Cuando las relaciones de esbeltez de las columnas son menores que 100, uno de los procedimientos aproximados que aceptan las Normas Técnicas para estructuras de concreto y estructuras metálicas consiste en multiplicar los momentos en las columnas y los desplazamientos debidos a carga lateral, obtenidos con un análisis convencional, por el factor de amplificación:

$$f_a = 1 + (W_u/h)/(R/Q - 1.2 W_u/h) \quad (6.31)$$

Donde R es la rigidez del entrepiso considerado (suma de rigideces de entrepiso de todos los marcos de la estructura en la dirección analizada), W_u es la suma de las cargas de diseño muertas y vivas multiplicadas por el factor de carga correspondiente, acumuladas desde el extremo superior del edificio hasta el entrepiso considerado; Q es el factor de comportamiento sísmico y h la altura del entrepiso.

Según el artículo 209 del RCDF, las deformaciones laterales de cada entrepiso debidas a fuerzas cortantes horizontales no excederán de 0.006 veces la diferencia de elevaciones correspondientes, salvo donde los elementos que sean incapaces de soportar deformaciones apreciables estén ligados a la estructura de manera tal que no sufran daños por las deformaciones de ésta. En tal caso el límite en cuestión deberá tomarse igual a 0.012. El menor de los límites mencionados se aplica al caso de muros integrados a la estructura (caso A de la figura 1.34), mientras que el límite mayor se emplea para muros separados de la misma (caso B de la figura citada). En el cálculo de desplazamientos se tendrá en cuenta la rigidez de todo elemento que forme parte integrante de la estructura.

6.6.2 Ejemplo

A continuación revisamos por este concepto el entrepiso cuarto del edificio mostrado en la figura 6.2. Ignorando los apéndices, según lo descrito en la forma opcional presentada en la sección 6.2.2 (ver tabla 6.7) se tiene:

$$V = 20.73 + 22.11 = 42.84 \text{ t}$$

Puesto que la rigidez de entrepiso (figura 6.2) vale 100 ton/cm, el desplazamiento lateral Δ , es $42.84/100 = 0.43$ cm; este resultado debe multiplicarse por el factor de comportamiento sísmico, 4 en este caso, lo cual resulta en $0.43 \times 4 = 1.72$ cm. Obran sobre este entrepiso $W = 300 + 400 = 700$ ton de carga vertical. Para decidir si tenemos que considerar explícitamente los efectos de segundo orden hay que comparar $\psi = \Delta/h = 1.72/300 = 0.00573$ con $0.08 V/W = 0.08 \times 42.84/700 = 0.0049$. Como 0.00573 excede a 0.00490, la respuesta es afirmativa.

Usaremos la fórmula 6.31 con $W_u = 1.1 \times 700 = 770$, entonces

$$f_a = 1 + (770/300)/(100/4 - 1.2 \times 770/300) = 1.12$$

Los desplazamientos de cada marco de este entrepiso se tomarán iguales a 1.12 veces los obtenidos en el análisis sin considerar los efectos de esbeltez. Los momentos en las columnas también deben multiplicarse por f_a y los momentos en las vigas tienen que corregirse proporcionalmente a sus rigideces angulares para que se satisfaga el equilibrio de momentos en cada nudo.

La distorsión lateral es $\psi = 1.72 \times 1.12/300 = 0.0064$, prácticamente igual al menor de los límites prescritos por el RCDF, por lo que las deformaciones calculadas son aceptables, independientemente de cómo se ligen elementos no estructurales a la estructura.

6.7 MOMENTOS DE VOLTEO

Como veremos en el siguiente capítulo, las deformaciones laterales que un temblor genera en un edificio provienen de una combinación de distintos modos de vibrar. Aunque predomina el modo fundamental en el cual todas las fuerzas horizontales tienen el mismo sentido, los modos inmediatamente superiores en los que existen fuerzas que obran en sentidos opuestos, tienen contribuciones significativas. Por ello, en el análisis estático que considera todas las fuerzas en el mismo sentido, se sobrestima en cierta medida el momento de volteo. Con base en esta observación, los reglamentos de construcción aceptan una moderada reducción de los momentos de volteo resultantes de las cortantes calculadas con análisis estático.

Las NIDS, en su sección 8.5, estipulan que el momento de volteo en un nivel obtenido con análisis estático, puede tomarse igual al calculado multiplicado por el factor reductivo $j = 0.8 + 0.2z$, siendo z la relación entre la altura a la que se calcule el momento de volteo y la altura total de la construcción; pero no menor que el producto de la fuerza cortante en el nivel en cuestión multiplicada por su distancia al centro de gravedad de la parte de la estructura que se encuentre por encima de dicho nivel. En péndulos invertidos no se permite reducción de momento de volteo.

A fin de ilustrar la obtención de momentos de volteo reducidos, consideremos el edificio de la figura 2.30, con las fuerzas sísmicas determinadas en la tabla 6.6. Hemos organizado los cálculos necesarios para la dirección X en la tabla 6.16 donde en primer lugar se encuentra de manera sistemática la distancia y_g de cada nivel al centro de gravedad de la parte de la estructura por encima del mismo. En la segunda parte de la tabla 6.16 se calculan el momento de volteo sin reducir M_v , el factor reductivo j y los dos valores mínimos que debe exceder el momento reducido en la base de cada piso. En este ejemplo, el producto de la fuerza cortante V por y_g rige sobre jM_v en todos los niveles. En la base del edificio, el momento de volteo baja de 1131.5 a 940.5 t-m (una reducción de 17 por ciento). En la última columna hemos definido el factor neto de reducción j' , igual al momento reducido que rige entre el momento sin reducir. Los valores de j' son mayores que los de j , reflejando que rige el producto Vy_g .

Nótese que las y_g no cambian al considerar la dirección Y ; además, ya que las fuerzas sísmicas en esta dirección son todas iguales a las de la dirección X multiplicadas por el mismo factor (igual a la relación entre los cortantes basales en

Tabla 6.16. Momentos de volteo reducidos para el edificio de la figura 2.30.

Nivel o entrepiso	W (ton)	W'	h' (m)	$W' h'$	$\Sigma W' h'$	y_g
5	90	90	3.00	270	270	3.00
4	120	210	3.00	630	900	4.29
3	150	360	3.00	1080	1980	5.50
2	150	510	3.00	1530	3510	6.88
1	180	690	4.00	2760	6270	9.09

$W' = \Sigma W'$ encima del entrepiso i

$\Sigma W' h' =$ suma de $W' h'$ de arriba hacia abajo

$h' =$ altura de entrepiso

$y_g = \Sigma W' h'/W'$

Nivel o entrepiso	V (ton)	$V h'$	M_v	h (m)	z	$j = 0.8 + 0.2z$	$j M_v$	$V y_g$	j'	$V y_g$
5	0.00	0.0	0.0	16.00	1.000	1.000	0.0	0.0	1.000	0.0
4	23.77	71.3	71.3	13.00	0.813	0.963	68.6	71.3	1.000	71.3
3	49.52	148.6	219.9	10.00	0.625	0.925	203.4	212.2	0.965	212.2
2	74.28	222.8	442.7	7.00	0.438	0.888	392.9	408.5	0.923	408.5
1	91.61	274.8	717.5	4.00	0.250	0.850	609.9	630.5	0.879	630.5
0	103.50	414.0	1131.5	0.00	0.000	0.800	905.2	940.5	0.831	940.5

$V =$ cortante encima del nivel considerado

Rige el mayor entre $j M_v$ y $V y_g$

$j' =$ momento que rige entre M_v

ambas direcciones), las reducciones permitidas en cada nivel son iguales a las calculadas en la dirección X . En consecuencia, los factores j' se pueden emplear para reducir los momentos de volteo en cada elemento resistente, luego de haber distribuido las cortantes sísmicas que obran sobre el edificio completo en ambas direcciones entre dichos elementos.

6.8 COMENTARIOS

En vista de la naturaleza dinámica de los temblores, el análisis sísmico de edificios debiera siempre llevarse a cabo con métodos dinámicos, esto es, resolviendo explícitamente las ecuaciones de movimiento como describimos en el capítulo siguiente. Los métodos estáticos tratados en este capítulo suministran resultados basados en el modo fundamental de vibración del edificio, incluyendo de manera usualmente conservadora el efecto de modos superiores para edificios regulares. Su uso se limita a construcciones de altura moderada porque para estructuras de periodos largos, los modos superiores pueden tener mayor importancia que la proporcionada por el método estático.

Adicionalmente, aunque a la letra el RCDF permite emplear el método estático de análisis sísmico, en cualquier edificio de 60 o menos metros de altura, no es recomendable aplicarlo a edificios que tengan distribuciones irregulares en elevación ya que, en comparación con resultados de análisis dinámicos, se ha encontrado que se pueden subestimar apreciablemente las cortantes en ciertos

entrepisos (Aranda et. al, 1982). Debemos en estos casos recurrir al análisis dinámico.

La mayor parte del esfuerzo adicional que se requiere para estimar el periodo fundamental de un edificio es el cálculo de sus desplazamientos laterales, que de todos modos debe hacerse para revisar que no sean excesivos. Por tal motivo, es aconsejable la opción de usar fuerzas sísmicas reducidas en razón de haber evaluado el periodo natural, con lo cual pueden lograrse reducciones importantes si los periodos son relativamente cortos o largos.

En los ejemplos presentados en este capítulo, la combinación de los efectos de un componente del movimiento del terreno con 30 por ciento de los del componente ortogonal se ha realizado a nivel de fuerzas cortantes. Esto brinda resultados adecuados para el diseño de miembros que trabajan esencialmente en el plano en el que están actuando dichas cortantes, como vigas y muros. Para las columnas o elementos similares, que tienen flexiones importantes en dos planos verticales ortogonales, no es fácil determinar qué combinación de los efectos de los componentes del temblor es la que rige el diseño, y es en rigor necesario analizar todo el edificio para el sismo actuando en una dirección y luego, separadamente, para el sismo actuando en la dirección perpendicular. La combinación de los efectos de uno y otro componente se realizará en cada elemento mecánico, cuidando de proceder coherentemente. Por ejemplo, en el diseño de una columna a flexocompresión biaxial, en el que participan la carga axial y los momentos flexionantes en dos direcciones, si para la combinación de cargas considerada la fuerza axial proviene de 100 por ciento del sismo en X y 30 por ciento del sismo en Y , los momentos flexionantes corresponderán a los mismos porcentajes, y no sería apropiado tomar junto con dicha carga axial, momentos que resulten de 30 por ciento del sismo en X con 100 por ciento del sismo en Y .

Cabe destacar que el método simplificado de análisis sísmico implica la hipótesis de que el sistema de piso debe constituir un diafragma horizontal rígido, capaz de transmitir las fuerzas de inercia generadas por la vibración sísmica, a los muros rígidos alineados en la dirección de análisis. En consecuencia, no es aplicable a casos en que los pisos o techos sean a base de vigas paralelas no contraventeadas, por ejemplo. De cualquier manera esta situación debe evitarse, ya que los elementos de techo transmiten empujes perpendiculares a los planos de los muros y tienden a voltearlos.

El factor f_a para incorporar efectos de esbeltez lleva a resultados muy precisos cuando se considera comportamiento elástico, aunque para elementos muy esbeltos el RCDF exige la aplicación de métodos más refinados. Sin embargo, a pesar de que no lo exigen las NTDS, es recomendable proporcionar al edificio lateral rigidez suficiente para que la relación citada sea menor que 0.08; en cualquier caso debe evitarse que dicha relación exceda de 0.20; de lo contrario los problemas de esbeltez pueden ser muy serios y no es confiable determinar sus consecuencias con los procedimientos de las Normas Técnicas, ni aún con métodos dinámicos refinados que incluyan explícitamente tanto los efectos de segundo orden como comportamiento inelástico.

Es probable que el procedimiento matricial presentado en la sección 6.4.3 para calcular momentos torsionantes directos en edificios no esté incorporado en programas comerciales de análisis de edificios. Sin embargo, existen varios programas que hacen uso de la hipótesis de que los pisos constituyen diafragmas rígidos horizontales, y permiten calcular los dos desplazamientos y el giro en los

centros de masas de cada piso para cualquier sistema de cargas estáticas, aunque no calculan la posición de los centros de torsión. Sugerimos que, cuando éste sea el caso, la excentricidad directa se calcule como sigue. Supóngase que, debido a la acción de fuerzas sísmicas aplicadas en los centros de masas en la dirección X , en el i -ésimo piso resultan un desplazamiento u_i y un giro θ_i . El desplazamiento en dicha dirección de un punto ubicado a una distancia y (o sea en una línea perpendicular al eje X) de su centro de masas es $(u_i + \theta_i y)$. Considerando las mismas fuerzas, se analiza nuevamente el edificio restringiendo ahora los giros de los diafragmas horizontales, obteniéndose para el piso en cuestión un desplazamiento u'_i . Para el centro de torsión ambos desplazamientos son iguales; por tanto, la excentricidad buscada es el valor de y para el cual se cumple $u'_i = (u_i + \theta_i y)$, es decir:

$$e_x = (u'_i - u_i)/\theta_i$$

Se puede proceder de la misma manera para determinar la excentricidad correspondiente a las fuerzas en la dirección Y , usando los desplazamientos en dicha dirección. Cuando no sea posible restringir los giros de los pisos, una variante de este procedimiento consiste en calcular giros y desplazamientos para las fuerzas laterales colocadas en dos posiciones diferentes, digamos con la excentricidad accidental sumada la primera vez y en la segunda restada de las coordenadas de los centros de masas. Los centros de torsión son puntos cuyos desplazamientos son iguales en ambos casos.

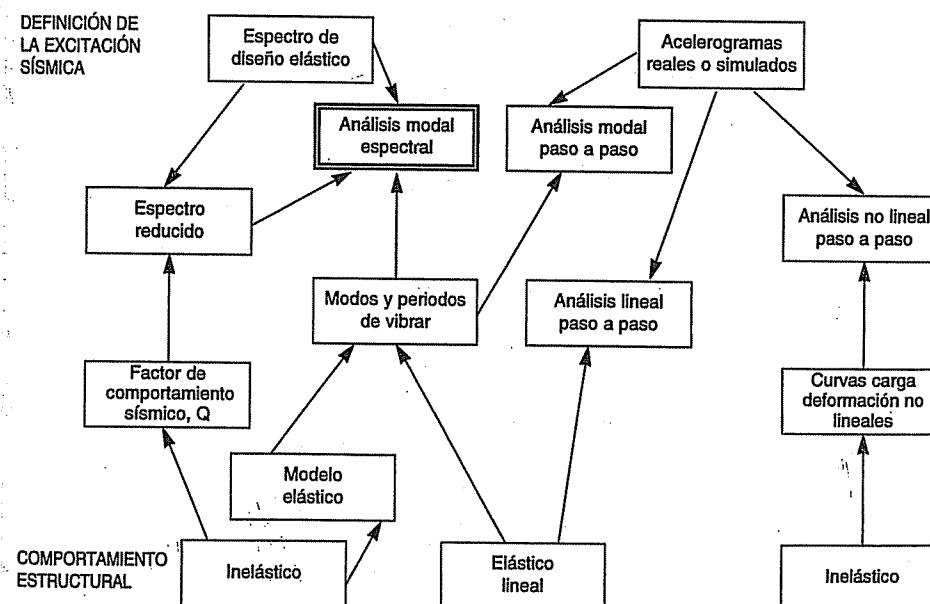
Análisis sísmico dinámico

7.1 ASPECTOS REGLAMENTARIOS

7.1.1 Tipos de análisis

Los métodos dinámicos que hemos presentado en el capítulo tercero permiten efectuar el análisis sísmico de estructuras resolviendo las ecuaciones de movimiento, por lo cual, además de las características de rigidez que se emplean en un análisis estático, incluyen las propiedades inerciales y de amortiguamiento. Desde este punto de vista, el análisis dinámico es más preciso porque incorpora

Figura 7.1 Métodos de análisis dinámico.



explícitamente información ignorada, o a lo más indirectamente considerada, en el análisis estático. Por otro lado, conviene tener presente que la precisión de un análisis más refinado depende también de la certidumbre con que se conozcan los datos adicionales requeridos.

La gran mayoría de los reglamentos de construcción contienen cláusulas que permiten la aplicación de los métodos que se muestran esquemáticamente en la figura 7.1 de la página anterior. La diferencia entre uno y otro método, reside en cómo se considera el posible comportamiento inelástico, la forma en que se define la excitación sísmica de diseño, y en la manera de efectuar los cálculos necesarios. No hemos incluido en este esquema procedimientos que efectúan el análisis en el llamado dominio de las frecuencias, usando transformadas de Fourier y funciones de transferencia. Todos estos métodos se explican en detalle en varios textos de dinámica estructural (véase, por ejemplo, Humar, 1991).

Para el Distrito Federal, la sección 2.1 de las NTDS especifica que cualquier estructura podrá analizarse mediante uno de los dos métodos dinámicos que se describen en su sección 9, que se denominan análisis modal y cálculo paso a paso de respuestas ante temblores específicos. Es imprescindible emplear alguno de estos procedimientos cuando no se satisfacen las limitaciones prescritas para aplicar el método estático.

7.1.2 Requisitos generales

Los requisitos aplicables al análisis sísmico dinámico de construcciones en el Distrito Federal se encuentran en la sección 9 de las NTDS. En ella se exige que cualquiera que sea el método dinámico de análisis que se emplee, si se encuentra que, en la dirección que se considera, la fuerza cortante basal V_o es menor que $0.8aW/Q'$, se incrementarán todas las fuerzas de diseño y desplazamientos laterales correspondientes en una proporción tal que V_o iguale a este valor. Hemos definido a y Q' como función del periodo en la sección 6.2.1 y W_o es el peso total de la construcción; aunque no lo especifican las NTDS, entendemos que a y Q' se refieren al modo fundamental de las estructura.

La sección aludida de las NTDS establece también que los efectos de movimientos horizontales del terreno en direcciones ortogonales se combinen como en el método estático, esto es, que 100 por ciento de los efectos de un componente del sismo se combinen con 30 por ciento de los efectos del componente en la dirección perpendicular. Son igualmente aplicables al análisis dinámico las disposiciones prescritas para análisis estático en cuanto al cálculo de fuerzas internas y desplazamientos laterales; incluyendo los tratamientos de apéndices, de momentos de volteo, de efectos de segundo orden, y de la excentricidad accidental que se deben efectuar como hemos descrito en el capítulo sexto.

Dependiendo del tipo de análisis dinámico que se elija, las NTDS especifican requisitos adicionales más detallados que describiremos posteriormente junto con los pasos en que consiste el método respectivo.

7.2 ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL

Este capítulo trata en su mayor parte el análisis modal, que con más propiedad se llama análisis modal espectral, ya que implica el uso simultáneo de modos de vi-

brar y espectros de diseño, como lo ilustra la figura 7.1. El cálculo paso a paso de la respuesta sísmica de edificios también puede ser modal, es decir, podría hacerse encontrando en primer lugar los modos y periodos de vibrar, aunque la excitación sísmica se define mediante acelerogramas de temblores reales o simulados en vez de espectros.

7.2.1 Espectros de diseño

Los espectros de temblores reales, como los de la figura 3.5 tienen forma irregular y presentan variaciones bruscas en la respuesta máxima en función del periodo natural. Por tanto, es posible que dos estructuras que tengan casi las mismas características dinámicas, respondan de manera bastante distinta a un sismo dado. En la práctica este hecho tiene menos importancia de la que parece a primera vista, gracias a la influencia del amortiguamiento que hace menos bruscas las variaciones de los espectros, a que no se conoce con certeza el periodo natural por las incertidumbres que existen en el cálculo de masas y rigideces, y a que las incursiones de la estructura en el intervalo inelástico, así como la interacción suelo-estructura, modifican el periodo fundamental de vibración.

Por lo expuesto, para fines de diseño, los reglamentos de construcción prescriben espectros suavizados en los que se ensanchan los picos y se eliminan los valles. En la sección 6.1.2 hemos descrito los espectros especificados por las NTDS para el Distrito Federal, así como los conceptos que entran en el cálculo de la ordenada espectral para un edificio dado, que son: la zona en que se ubica la estructura (I a III), el grupo de construcción al que pertenece la misma (A o B) y el factor de comportamiento sísmico, Q . Con estos factores podemos definir una curva que muestra la variación de la aceleración espectral de diseño con el periodo T , usando las fórmulas y pautas dadas en la sección 6.1.2.

Con base en las ecuaciones correspondientes, la figura 7.2 muestra espectros elásticos para construcciones del grupo B en las tres zonas que se definen en las

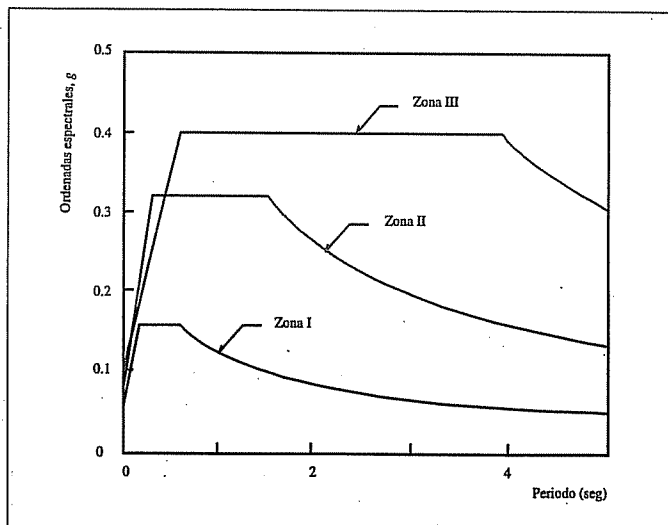


Figura 7.2 Espectros de diseño elásticos para construcciones del grupo B en el Distrito Federal.

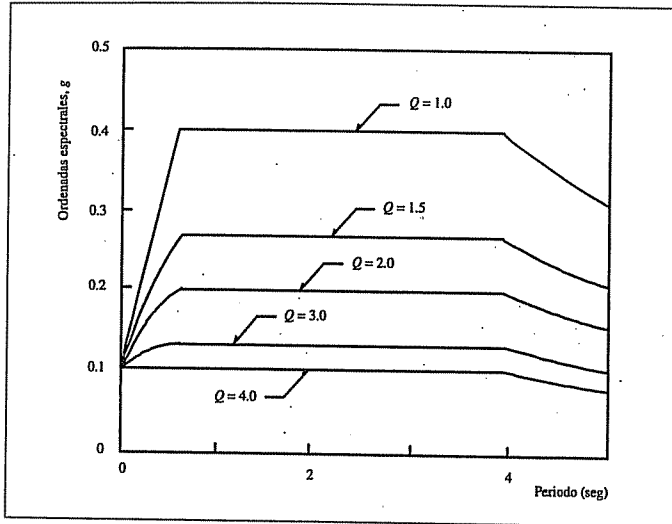


Figura 7.3 Espectros de diseño inelásticos para construcciones del grupo B en la zona III.

secuencia, no deben sufrir reducciones adicionales a las marcadas por las NTDS.

7.2.2 Requisitos

Aunque no lo menciona explícitamente, la sección 9 de las NTDS implica que cuando se aplique el análisis dinámico modal, se considere que la estructura se comporta elásticamente, y que, por tanto, sus periodos y modos de vibrar pueden obtenerse siguiendo los métodos explicados en el capítulo 3 u otros similares. Esta sección especifica también que puede despreciarse el efecto dinámico torsional de excentricidades estáticas. De ello inferimos que para calcular los modos de vibración puede recurrirse a un modelo puramente traslacional del edificio o a una idealización tridimensional. Recuérdese que, aceptando que los pisos son diafragmas rígidos, en el primer caso los grados de libertad globales están asociados a un solo desplazamiento lateral por piso y el tamaño de las matrices de rigideces y masas es igual al número de pisos de la estructura. En cambio, los modelos tridimensionales consideran como grados de libertad dos desplazamientos y un giro alrededor de un eje vertical por cada nivel; esto triplica el tamaño de las matrices de masas y rigideces las cuales contienen términos adicionales, como los momentos de inercia, relacionados con movimientos de torsión.

Veremos que una de las ventajas del análisis modal reside en que sólo es necesario determinar las respuestas debidas a unos cuantos de los primeros modos, porque en general la parte de la respuesta total de edificios que se debe a modos superiores es muy pequeña. Las NTDS exigen incluir el efecto de todos los modos naturales de vibración con periodo mayor o igual a 0.4 segundos, pero se considerarán al menos los tres primeros modos de translación en cada dirección de análisis. Si se opta por ignorar los giros de los pisos en el cálculo de modos de vibrar, el efecto de las excentricidades directas y accidentales se trata como lo especifica el artículo correspondiente en el análisis estático.

NTDS. En la figura 7.3 se presentan los espectros ya reducidos para $Q = 2, 3$ y 4 en la zona III; nótese que entre $T = 0$ y $T = T_n$, los espectros reducidos no siempre varían linealmente con el periodo, como los espectros elásticos. Es pertinente remarcar que, así definidos, los espectros de diseño toman en cuenta varios aspectos de la respuesta sísmica de edificios, entre ellos las incertidumbres en la evaluación de periodos, los efectos de temblores de distintos orígenes, la influencia del amortiguamiento y de los distintos tipos de suelo, y el comportamiento inelástico; en con-

Como ya hemos mencionado, para determinar la participación de cada modo natural en las fuerzas laterales que actúan sobre la estructura se usan las aceleraciones espectrales descritas en la sección 6.1.2 de esta publicación. Los desplazamientos laterales así calculados habrán de multiplicarse por Q para calcular efectos de segundo orden, así como para verificar que la estructura no alcanza ninguno de los estados límite de servicio a los que se refieren los artículos 209 a 211 del RCDF.

7.3 ESTRUCTURAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD SIN TORSIÓN

7.3.1 Análisis modal de la respuesta estructural a un temblor

Como hemos explicado en la sección 3.5.1, en un instante dado, los desplazamientos de las masas de un sistema de varios grados de libertad pueden expresarse como la suma de los desplazamientos debidos a la participación de cada uno de los modos naturales. Así se arriba a la siguiente fórmula para el desplazamiento de la n -ésima masa:

$$u_n(t) = \sum u_{nj}(t) = \sum p_j \phi_j(t) z_{nj}$$

Esta última igualdad es la ecuación 3.46. Recordemos que muestra que la contribución del modo j al desplazamiento relativo de la masa n es el producto de la amplitud de dicha masa en el modo aludido por el coeficiente de participación, p_j y por una función del tiempo $\phi_j(t)$, la cual es que proporciona el desplazamiento relativo de la masa de un sistema de un grado de libertad de igual periodo y amortiguamiento que los del modo en cuestión.

Si la excitación sísmica se define como un acelerograma $\ddot{x}(t)$, la función $\phi_j(t)$ puede calcularse con cualquier método como los expuestos en la sección 3.2, y tiene unidades de longitud. Entonces, teóricamente, la última ecuación resuelve el problema de análisis sísmico dinámico de estructuras con varios grados de libertad, ya que permite obtener su configuración deformada en cualquier instante. Conocidos los desplazamientos correspondientes a un modo, el cálculo de otras cantidades de interés para diseño, como las fuerzas cortantes y momentos flexionantes, en un instante cualquiera se efectúa multiplicando la matriz de rigideces por los desplazamientos; los resultados son también función del tiempo. Repetimos, esto es posible siempre y cuando se conozca la excitación sísmica, esto es, el acelerograma $\ddot{x}(t)$.

El análisis espectral se funda en que interesa la máxima respuesta que generará un temblor futuro. En vista de que no es posible predecir con exactitud acelerogramas de eventos sísmicos venideros, los reglamentos normalmente prescriben la intensidad sísmica de diseño mediante espectros suavizados como los descritos en la sección 7.2.1 que suministran la pseudoaceleración máxima A_j para cada periodo T_j . Por definición, A_j es igual a desplazamiento máximo por la frecuencia al cuadrado; por tanto, el espectro de diseño proporciona el valor máximo de $\phi_j(t)$ dado por A_j/ω_j^2 ; entonces,

$$u_{nj \text{ máx}} = A_j p_j z_{nj} / \omega_j^2 \quad (7.1)$$

nos brinda la contribución máxima del modo j al desplazamiento de la masa n .

7.3.2 Combinación de respuestas modales máximas

La expresión 7.1 permite conocer cualquier respuesta (fuerza cortante, deformación de entrepiso, momento de volteo, etcétera) máxima de la estructura r_j debida al modo j . Sin embargo, para fines de diseño nos interesa determinar la respuesta total máxima R , de la estructura por la participación de todos los modos. Una cota superior de R es la suma de las respuestas modales máximas, es decir:

$$R \leq \sum_j |r_j| \quad (7.2)$$

La igualdad es casi siempre conservadora ya que las respuestas máximas de los modos no ocurren simultáneamente. Mediante estudios probabilistas, Rosenblueth (1951) demostró que en estructuras elásticas es más realista estimar R como:

$$R = \sqrt{\sum_j r_j^2} \quad (7.3)$$

Esta estimación es adecuada para sistemas cuyos periodos sean bastante distintos. Por tal motivo, se la ha adoptado en la sección 9 de las NTDS siempre que los periodos de los modos naturales en cuestión difieran al menos 10 por ciento entre sí, condición que se cumple normalmente cuando en el cálculo de modos de vibración no se consideran como grados de libertad los giros de torsión en planta ni las deformaciones de apéndices.

Cuando los periodos modales son muy cercanos entre sí, se tiene que tomar en cuenta el acoplamiento entre ellos al combinar sus contribuciones a la respuesta sísmica. Una manera de lograrlo es el criterio propuesto por Rosenblueth y Elorduy (1969) según el cual la respuesta máxima se estima con la siguiente expresión:

$$R = [\sum_i \sum_j \frac{r_i r_j}{1 + \varepsilon_{ij}}]^{1/2} \quad (7.4)$$

en donde

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\omega'_i - \omega'_j}{\xi'_i \omega_i + \xi'_j \omega_j} \quad (7.5)$$

$$\xi'_i = \xi_i + 2/(\omega_i t^*)$$

ω_i y ω'_j son las frecuencias circulares amortiguada y no amortiguada, y ξ_i la fracción del amortiguamiento crítico asociadas al modo i (recuérdese que $\omega'_i = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$, aunque para valores moderados de ξ_i la diferencia es imperceptible); t^* es la duración, en segundos, del segmento de ruido blanco estacionario que equivale a la familia de temblores reales de diseño.

Aunque el criterio anterior se derivó suponiendo que los temblores reales son equivalentes a segmentos de ruido blanco, Rascón y Villarreal (1974) y Villaverde (1984) han verificado su validez usando temblores reales. El estudio de Villaverde incluye un procedimiento para calcular t^* para un temblor prescrito, aunque no se proponen valores representativos de espectros de diseño.

Newmark y Rosenblueth (1971) sugieren que t^* puede considerarse como la duración de la fase intensa del movimiento. Como lo describe Gupta (1990),

Husid ha sugerido que tal duración se determine a partir de la medida de intensidad, I_A , propuesta por Arias (1969), la cual, dado un acelerograma $\ddot{x}(t)$, es proporcional a la integral del cuadrado del acelerograma:

$$I_A = \int \ddot{x}^2(t) dt$$

siendo τ la duración total de $\ddot{x}(t)$. Husid considera la integral I_{1-2} de $\ddot{x}^2(t)$ entre los instantes t_1 y t_2 tales que $0 < t_1 < t_2 < \tau$, lapso en el que se juzga que el temblor es más intenso. De esta definición se desprende que el cociente I_{1-2}/I_A es siempre menor que la unidad. Típicamente, t_1 y t_2 se definen de manera que las integrales en cada uno de los intervalos $(0, t_1)$ y (t_2, τ) arrojen cinco por ciento de I_A .

Para el Distrito Federal, Rosenblueth (1979) ha propuesto adoptar t^* igual a 20, 30 y 40 segundos según se trate de construcciones en las zonas I, II o III respectivamente, y sugiere $t^* = 50$ segundos para terrenos que no estén clasificados con base en información sobre las propiedades locales del suelo.

En lo que toca a otros elementos de la fórmula 7.5, Esteve (1980) sugiere considerar que la fracción de amortiguamiento crítico implícita en los espectros de diseño de edificios, ξ , es 0.05, aplicable a todos los modos de vibrar, a menos que se justifique otro valor. La ordenada espectral es siempre positiva, pero r_i o r_j , y por tanto su producto, pueden ser positivas o negativas de acuerdo con el signo que les corresponda en los cálculos modales. De allí resulta que los términos de la doble suma 7.4 no siempre son aditivos.

Examinando las expresiones 7.4 y 7.5 se colige que si los periodos de dos modos están suficientemente alejados, es decir si ω_i y ω_j son bastante diferentes, el valor de ε_{ij} es grande y más aún su cuadrado, lo cual minimiza la contribución del sumando que contiene el término cruzado $r_i r_j$; además, como el caso en que $i = j$, $\varepsilon_{ij} = 0$, concluimos que, bajo estas circunstancias, la fórmula 7.4 da resultados similares a los de la regla 7.3.

Wilson et al. (1981) han desarrollado otro criterio para combinar las respuestas modales cuando las frecuencias son cercanas entre sí, considerando los temblores como procesos estocásticos estacionarios cuya duración es grande comparada con los periodos del edificio, que consiste en la siguiente combinación de tipo cuadrático completo:

$$R = [\sum_i \sum_j \rho_{ij} r_i r_j]^{1/2} \quad (7.6)$$

Para el caso en que los porcentajes críticos de amortiguamiento son iguales ($\xi_i = \xi_j = \xi$) el coeficiente del producto cruzado está dado por:

$$\rho_{ij} = \frac{8 \xi^2 (1+r) r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4 \xi^2 r (1+r)^2} \quad (7.7)$$

donde $r = \omega_i/\omega_j$.

La aplicabilidad de este criterio ha sido verificada por sus autores comparando sus resultados con los de análisis paso a paso y empleando varios acelerogramas simulados y el registro del temblor de 1952 en Kern County, California, obtenido en Taft, en sistemas que incorporan los giros en planta de los pisos de un edificio como grados de libertad dinámicos. Nótese que cuando $i = j$, $r = 1$ y $\rho_{ii} = 1$; en cambio, si las frecuencias son muy diferentes r es grande y ρ_{ij} pequeño, por lo cual la expresión 7.6 se acerca a la 7.3.

7.3.3 Estructura tratada en la sección 3.3.4

En este ejemplo se determinan las fuerzas sísmicas sobre la estructura mostrada en la figura 3.7 mediante el análisis modal espectral. Supondremos que se trata de un edificio del grupo A, que se construirá en la zona I y que es aplicable un factor de reducción por comportamiento sísmico $Q = 4$. Hemos calculado los modos y frecuencias de vibrar de esta estructura con varios procedimientos en el capítulo 3, llegando a:

$$Z_1 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.751 \\ 2.541 \end{Bmatrix}; \quad Z_2 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.853 \\ -1.969 \end{Bmatrix}; \quad Z_3 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.803 \\ 0.321 \end{Bmatrix}$$

$$\omega_1^2 = 122.0 \text{ rad/seg}^2; \quad \omega_2^2 = 562.4 \text{ rad/seg}^2; \quad \omega_3^2 = 1375.0 \text{ rad/seg}^2$$

$$T_1 = 0.569 \text{ seg}; \quad T_2 = 0.265 \text{ seg}; \quad T_3 = 0.169 \text{ seg}.$$

Recordando que $m_1 = m_2 = 0.40775$ y $m_3 = 0.203875$ (en ton-seg²/cm), los modos ortonormales se calculan como sigue:

$$m_1^* = Z_1^T M Z_1 = 0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times 1.751^2 + 0.203875 \times 2.541^2 = 2.97427$$

$$m_2^* = Z_2^T M Z_2 = 0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times 0.853^2 + 0.203875 \times 1.969^2 = 1.49485$$

$$m_3^* = Z_3^T M Z_3 = 0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times 0.803^2 + 0.203875 \times 0.321^2 = 0.69233$$

Dividiendo cada vector Z_j por la correspondiente $\sqrt{m_j^*}$ reemplazamos los modos por sus correspondientes formas ortonormales, obteniendo:

$$Z_1 = \begin{Bmatrix} 0.580 \\ 1.015 \\ 1.473 \end{Bmatrix}; \quad Z_2 = \begin{Bmatrix} 0.818 \\ 0.698 \\ -1.610 \end{Bmatrix}; \quad Z_3 = \begin{Bmatrix} 1.202 \\ -0.966 \\ 0.386 \end{Bmatrix}$$

Los coeficientes de participación se calculan con la ecuación 3.49, que arroja:

$$p_1 = 0.40775 \times 0.580 + 0.40775 \times 1.015 + 0.203875 \times 1.473 = 0.9508$$

$$p_2 = 0.40775 \times 0.818 + 0.40775 \times 0.698 - 0.203875 \times 1.610 = 0.2896$$

$$p_3 = 0.40775 \times 1.202 - 0.40775 \times 0.966 + 0.203875 \times 0.386 = 0.1747$$

Con apego a lo expuesto en la sección 6.1.2, en la zona I para construcciones del grupo A se toma $c = 0.16 \times 1.5 = 0.24$; los demás datos para determinar el espectro de diseño se encuentran en la tabla 6.2 y son:

$$T_a = 0.2 \text{ seg}$$

$$T_b = 0.6 \text{ seg}$$

$$r = 1/2$$

Cifándonos a lo indicado en 6.1.2, para el primer y segundo modos encontramos que T_1 y T_2 están comprendidos entre T_a y T_b ; por tanto, las ordenadas

espectrales de aceleraciones y los factores de reducción por comportamiento sísmico quedan:

$$a_1 = a_2 = c = 0.240$$

$$Q'_1 = Q'_2 = Q = 4$$

El periodo T_3 es menor que T_a , entonces:

$$a_3 = (1 + 3 T_3/T_a) c/4 = (1 + 3 \times 0.169/0.2) 0.24/4 = 0.212$$

$$Q'_3 = 1 + (Q - 1) T_3/T_a = 1 + (4 - 1) 0.169/0.2 = 3.535$$

Recordando que las a_j están expresadas como fracción de la aceleración de la gravedad g , las aceleraciones espectrales de diseño A_j , resultan:

$$A_1 = A_2 = 0.24 \times 981/4.00 = 58.9 \text{ cm/seg}^2$$

$$A_3 = 0.212 \times 981/3.535 = 58.9 \text{ cm/seg}^2$$

donde hemos considerado $g = 981 \text{ cm/seg}^2$. A_3 coincide con A_1 y A_2 porque para $Q = 4$, a y Q' tienen idéntica variación lineal entre cero y T_a .

Aplicando la ecuación 7.1 hallamos los siguientes desplazamientos máximos de las masas U_j , y máximos desplazamientos de entrepiso δU_j , como contribución de cada modo j :

$$U_1 = \frac{58.9 \times 0.9508}{122.0} \begin{Bmatrix} 0.580 \\ 1.015 \\ 1.473 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.2662 \\ 0.4661 \\ 0.6763 \end{Bmatrix}; \quad \delta U_1 = \begin{Bmatrix} 0.2662 \\ 0.1999 \\ 0.2103 \end{Bmatrix}$$

$$U_2 = \frac{58.9 \times 0.2896}{564.2} \begin{Bmatrix} 0.818 \\ 0.698 \\ -1.610 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0247 \\ 0.0211 \\ -0.0487 \end{Bmatrix}; \quad \delta U_2 = \begin{Bmatrix} 0.0247 \\ -0.0036 \\ -0.0698 \end{Bmatrix}$$

$$U_3 = \frac{58.9 \times 0.1747}{1375} \begin{Bmatrix} 1.202 \\ -0.966 \\ 0.386 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0090 \\ -0.0072 \\ 0.0029 \end{Bmatrix}; \quad \delta U_3 = \begin{Bmatrix} 0.0090 \\ -0.0162 \\ 0.0101 \end{Bmatrix}$$

Las unidades son cm.

La cortante V_{ij} , en el entrepiso i , debida al modo j , se calcula multiplicando el desplazamiento del entrepiso δ_{ij} , por la rigidez respectiva k_i . Recordando que $k_1 = k_2 = 200$ y $k_3 = 80$ (en ton/cm), encontramos:

$$V_{11} = 200 \times 0.2662 = 53.23 \text{ ton}$$

$$V_{21} = 200 \times 0.1999 = 39.98 \text{ ton}$$

$$V_{31} = 80 \times 0.2103 = 16.82 \text{ ton}$$

$$V_{12} = 200 \times 0.0247 = 4.95 \text{ ton}$$

$$V_{22} = -200 \times 0.0036 = -0.73 \text{ ton}$$

$$V_{32} = -80 \times 0.0698 = -5.58 \text{ ton}$$

$$V_{13} = 200 \times 0.0090 = 1.80 \text{ ton}$$

$$V_{23} = -200 \times 0.0162 = -3.25 \text{ ton}$$

$$V_{33} = 80 \times 0.0101 = 0.81 \text{ ton}$$

Las diferencias entre los periodos naturales de dos modos cualesquiera son mayores que 10 por ciento, por tanto es adecuado estimar la respuesta combinada de todos los modos con la fórmula 7.3. Para las cortantes V_i y los desplazamientos relativos δ_i en cada entrepiso i , obtenemos:

$$V_1 = \sqrt{53.23^2 + 4.95^2 + 1.80^2} = 53.49 \text{ ton}$$

$$V_2 = \sqrt{39.98^2 + 0.73^2 + 3.25^2} = 40.12 \text{ ton}$$

$$V_3 = \sqrt{16.82^2 + 5.58^2 + 0.81^2} = 17.74 \text{ ton}$$

$$\delta_1 = \sqrt{0.2662^2 + 0.0247^2 + 0.0090^2} = 0.2675 \text{ cm}$$

$$\delta_2 = \sqrt{0.1999^2 + 0.0036^2 + 0.0162^2} = 0.2006 \text{ cm}$$

$$\delta_3 = \sqrt{0.2103^2 + 0.0698^2 + 0.0101^2} = 0.2218 \text{ cm}$$

Las estimaciones de los desplazamientos totales u_i , con este criterio son:

$$u_1 = \sqrt{0.2662^2 + 0.0247^2 + 0.0090^2} = 0.2675 \text{ cm}$$

$$u_2 = \sqrt{0.4661^2 + 0.0211^2 + 0.0072^2} = 0.4666 \text{ cm}$$

$$u_3 = \sqrt{0.6763^2 + 0.0487^2 + 0.0029^2} = 0.6781 \text{ cm}$$

Cabe puntualizar que las diferencias $u_2 - u_1 = 0.4666 - 0.2675 = 0.1991 \text{ cm}$ y $u_3 - u_2 = 0.6781 - 0.4666 = 0.2115 \text{ cm}$, no reproducen las estimaciones correctas de δ_2 y δ_3 que son mayores (0.2006 y 0.2218 cm, respectivamente). Es inadecuado estimar δ_2 y δ_3 como estas diferencias, ya que el criterio expresado por la regla 7.3 requiere que en primer lugar se calcule la respuesta de interés (en este caso los desplazamientos relativos) para cada modo y luego se combinen tales resultados como la raíz cuadrada de la suma de sus cuadrados. Aunque en este ejemplo las diferencias son pequeñas, podrían ser mayores en otras situaciones.

Se percibe de inmediato que la participación del modo fundamental en las respuestas sísmicas es mucho mayor que las de los segundo y tercer modos. Esto se podía anticipar calculando las masas efectivas de los modos dadas por los cuadrados de los coeficientes de participación:

$$p_1^2 = 0.9508^2 = 0.9040$$

$$p_2^2 = 0.2896^2 = 0.0839$$

$$p_3^2 = 0.1747^2 = 0.0305$$

La suma de las masas efectivas es $\Sigma p_i^2 = 1.0184$, que, salvo por errores pequeños de precisión de las operaciones, es igual a $\Sigma m_n = 0.40775 + 0.40775 + 0.203875 = 1.0194$, lo cual confirma que con los tres modos hemos incluido la totalidad de las fuerzas de inercia; además, así se satisfacen los requisitos de las NTDS en el sentido de incluir cuando menos tres modos y todos aquellos que tengan periodos mayores que 0.4 segundos.

En general se obtienen tantos modos como pisos tiene el edificio y es deseable determinar qué fracción de la masa total constituye cada masa efectiva de los modos incluidos en el análisis, como un criterio adicional para decidir si es necesario añadir modos superiores. En el ejemplo que nos ocupa, las fracciones son 0.89, 0.08 y 0.03 para los modos 1, 2 y 3, respectivamente, indicando que el modo fundamental involucra casi 90 por ciento de la masa total mientras que el tercer modo afecta sólo el 3 por ciento de dicha masa.

Debemos comprobar que el cortante basal no sea menor que $V_{\min} = 0.8aW_o/Q'$, siendo en este caso $W_o = 1000 \text{ ton}$ y, para el modo fundamental, $a = 0.24$ y $Q' = 4$; entonces $V_{\min} = 0.8(0.24 \times 1000)/4 = 48 \text{ ton}$. Como hemos obtenido que en la base $V = 53.49 \text{ ton}$, mayor que $V_{\min}$, no es necesario modificar V ni ninguno de los demás resultados del análisis modal.

Los desplazamientos totales y de entrepiso tienen que multiplicarse por $Q = 4$, lo cual lleva finalmente a:

$$u_1 = 0.2675 \times 4 = 1.07 \text{ cm}$$

$$u_2 = 0.4666 \times 4 = 1.87 \text{ cm}$$

$$u_3 = 0.6781 \times 4 = 2.71 \text{ cm}$$

$$\delta_1 = 0.2675 \times 4 = 1.07 \text{ cm}$$

$$\delta_2 = 0.2006 \times 4 = 0.80 \text{ cm}$$

$$\delta_3 = 0.2218 \times 4 = 0.89 \text{ cm}$$

Estos valores deben emplearse al revisar los efectos de segundo orden y al verificar si las distorsiones de entrepiso no exceden los límites del artículo 209 del RCDF, con los procedimientos que hemos presentado en las secciones 6.6 y 6.7 u otros equivalentes.

7.4 ANÁLISIS EN DOS DIMENSIONES Y EFECTOS DE TORSIÓN

7.4.1 Enfoque de análisis

Con apego a las NTDS, el análisis sísmico de todo edificio debe considerar dos direcciones ortogonales del movimiento del terreno. Para cumplir tal requisito, cuando en el método dinámico se opta por ignorar los giros de los pisos, se tiene que seguir el procedimiento de análisis modal espectral independientemente para cada dirección del sismo, desde el cálculo de periodos y modos de vibración, hasta la determinación de las fuerzas cortantes de entrepiso.

La siguiente etapa consiste en distribuir tales cortantes de la misma manera que en el análisis estático con uno de los procedimientos presentados en la sección 6.4 u otro similar. En particular, las excentricidades directas y accidentales se combinan como lo indican las expresiones 6.14 y 6.15, y se consideran los efectos simultáneos de 100 por ciento del componente del sismo en una dirección con 30 por ciento de los de la componente ortogonal. En rigor, este enfoque de análisis es híbrido: las cortantes sísmicas se determinan dinámicamente, pero los efectos de torsión se incorporan por métodos estáticos.

7.4.2 Ejemplo

Consideremos nuevamente el edificio esquematizado en la figura 2.30, cuyas propiedades se han presentado en la tabla 3.6. A partir de los datos de esta tabla, se obtuvieron en la sección 3.5.4 las matrices de masas y de rigideces laterales para cada dirección de análisis, y, luego, los modos y periodos ortonormales que se dan en la tabla 3.7. Cabe hacer notar que los periodos fundamentales (0.9652

segundos en X y 0.5116 segundos en Y) prácticamente coinciden con los valores obtenidos posteriormente en la tabla 6.8 (0.97 y 0.51 segundos, respectivamente) usando el cociente de Schwarz, mostrando la alta precisión de tal fórmula que, como vimos en el capítulo anterior, ha sido adoptada por las NTDS para estimar el periodo fundamental como una opción en el método estático. En cuanto a los modos superiores, según los criterios de las NTDS en este caso basta incluir tres modos en cada dirección de análisis puesto que los demás modos tienen periodos mayores que 0.4 segundos.

Los factores de participación p_j de todos los modos valuados con la fórmula 3.49, así como sus masas efectivas (iguales a p_j^2) y las fracciones m' , de la masa total que constituyen dichas masas, se presentan en la tabla 7.1, en la cual también comprobamos que la suma de las masas efectivas en cada dirección da la masa total. Las m' muestran que en ambas direcciones los tres primeros modos involucran más de 99 por ciento de la masa total, confirmando que es innecesario incluir modos más altos.

Para definir los espectros de diseño, recordemos que el edificio está clasificado en el grupo A y se ubica en la zona III, y que los factores de comportamiento sísmico son $Q = 4$ en la dirección X y $Q = 2$ en la dirección Y . Siguiendo las pautas de la sección 6.1.2, a partir de esta información hemos determinado las ordenadas espectrales reducidas por comportamiento sísmico a_j/Q' , y las aceleraciones espectrales A_j , para cada modo contenidas en la tabla 7.1.

Los desplazamientos totales correspondientes a los tres primeros modos en la dirección X se han determinado con la expresión 7.1, de la misma manera que en

Tabla 7.1. Factores de participación, masas efectivas y ordenadas espectrales del edificio de la figura 2.30.

a) Dirección X

Modo (j)	p_j	Masa efectiva	m'	a_j/Q'	A_j (m/seg ²)
1	7.7431	59.96	0.853	0.150	1.472
2	-2.7365	7.49	0.106	0.150	1.472
3	-1.5472	2.39	0.034	0.150	1.472
4	0.5647	0.32	0.005	0.150	1.472
5	0.4078	0.17	0.002	0.150	1.472
Suma		70.33	1.000		

b) Dirección Y

Modo (j)	p_j	Masa efectiva	m'	a_j/Q'	A_j (m/seg ²)
1	7.7951	60.76	0.864	0.288	2.825
2	-2.5950	6.73	0.096	0.224	2.197
3	-1.4970	2.24	0.032	0.204	2.001
4	0.7036	0.49	0.007	0.193	1.893
5	0.3010	0.09	0.001	0.187	1.834
Suma		70.33	1.000		

$$A_j = a_j g / Q'; g = 9.81 \text{ m/seg}^2$$

$$m' = \text{masa efectiva/masa total.}$$

Tabla 7.2. Desplazamientos dinámicos del edificio de la figura 2.30 en la dirección X .

a) Desplazamientos totales, u

Modo, j	1	2	3	RCSC
Piso, i	u_{ij}			
5	0.04701	-0.00272	0.00046	0.04709
4	0.04285	-0.00118	-0.00020	0.04287
3	0.03364	0.00124	-0.00048	0.03367
2	0.02448	0.00206	0.00008	0.02456
1	0.01298	0.00162	0.00052	0.01309

b) Desplazamientos relativos, δ

Modo, j	1	2	3	RCSC
Entrepiso, i	δ_{ij}			
5	0.00416	-0.00154	0.00066	0.00448
4	0.00921	-0.00243	0.00028	0.00953
3	0.00917	-0.00081	-0.00056	0.00922
2	0.01150	0.00044	-0.00044	0.01151
1	0.01298	0.00162	0.00052	0.01309

RCSC = raíz cuadrada de suma de cuadrados.

el ejemplo precedente, con los resultados mostrados en la tabla 7.2. En vista de que todos los periodos difieren entre sí en más de 10 por ciento, podemos estimar la respuesta de la combinación modal con la regla 7.3. Hemos incluido en la tabla 7.2 los desplazamientos modales de entrepiso así como su combinación, cuidando de calcular primero los valores para cada modo y luego obtener raíz cuadrada de suma de cuadrados. La misma información para la dirección Y se resume en la tabla 7.3.

En este ejemplo podríamos obtener las cortantes en los entrepisos multiplicando los desplazamientos relativos entre dos pisos por las correspondientes rigideces de entrepiso; sin embargo, calcularemos tales cortantes de una manera más general empleando las masas de los pisos, que, en consecuencia, es aplicable también cuando las rigideces laterales del edificio no están definidas a partir de rigideces de entrepiso. Para este propósito, de la definición de las ordenadas espectrales y de la ecuación 7.1 se desprende que la aceleración máxima del piso n relativa con respecto al suelo en el modo j es:

$$\ddot{u}_{nj \text{ máx}} = A_j p_j z_{nj} \quad (7.8)$$

Las fuerza de inercia generada por esta aceleración en el piso en cuestión se obtiene multiplicándola por la masa correspondiente, lo que nos conduce a:

$$f_{nj \text{ máx}} = m_n A_j p_j z_{nj} \quad (7.9)$$

Sumado las fuerzas de arriba hacia abajo se obtienen las cortantes máximas en los entrepisos en el modo j . Así hemos procedido con los tres primeros modos de

Tabla 7.3. Desplazamientos dinámicos del edificio de la figura 2.30 en la dirección Y.**a) Desplazamientos totales, u**

<i>Modo, j</i>	1	2	3	<i>RCSC</i>
<i>Piso, i</i>	<i>u_{ij}</i>			
5	0.02625	-0.00151	0.00028	0.02629
4	0.02350	-0.00044	-0.00016	0.02350
3	0.01961	0.00051	-0.00022	0.01961
2	0.01429	0.00101	0.00005	0.01433
1	0.00759	0.00084	0.00025	0.00764

b) Desplazamientos relativos, δ

<i>Modo, j</i>	1	2	3	<i>RCSC</i>
<i>Entrepiso, i</i>	δ_{ij}			
5	0.00275	-0.00106	0.00044	0.00298
4	0.00389	-0.00096	0.00006	0.00401
3	0.00531	-0.00050	-0.00028	0.00534
2	0.00671	0.00017	-0.00020	0.00671
1	0.00759	0.00084	0.00025	0.00764

RCSC = raíz cuadrada de suma de cuadrados.

las dos direcciones de análisis llegando a los resultados resumidos en las tablas 7.4 y 7.5, donde se incluyen además las cortantes combinadas con la regla de la raíz cuadrada de suma de cuadrados.

Tabla 7.4. Fuerzas de inercia y cortantes de entrepiso del edificio de la figura 2.30 en la dirección X.**a) Fuerzas de inercia en los pisos (ton)**

Piso	Modo (j)		
	1	2	3
5	18.27	-6.75	2.91
4	22.21	-3.92	-1.67
3	21.80	5.14	-5.05
2	15.86	8.51	0.82
1	10.09	8.04	6.52

b) Cortantes de entrepiso (ton)

Entrepiso	Modo (j)			RCSC
	1	2	3	
5	18.27	-6.75	2.91	19.69
4	40.48	-10.67	1.24	41.88
3	62.27	-5.53	-3.81	62.64
2	78.13	2.98	-2.99	78.25
1	88.23	11.02	3.52	88.98

RCSC = raíz cuadrada de suma de cuadrados.

Tabla 7.5. Fuerzas de inercia y cortantes de entrepiso del edificio de la figura 2.30 en la dirección Y.**a) Fuerzas de inercia en los pisos (ton)**

Piso	Modo (j)		
	1	2	3
5	34.86	-10.57	4.39
4	41.61	-4.15	-3.42
3	43.41	5.99	-5.93
2	31.64	11.78	1.44
1	20.16	11.73	8.00

b) Cortantes de entrepiso (ton)

Entrepiso	Modo (j)			RCSC
	1	2	3	
5	34.86	-10.57	4.39	36.68
4	76.47	-14.71	0.97	77.88
3	119.88	-8.72	-4.95	120.30
2	151.52	3.07	-3.51	151.59
1	171.67	14.80	4.48	172.37

RCSC = raíz cuadrada de suma de cuadrados.

En cada dirección debemos revisar que las cortantes basales sean mayores que $V_{\min} = 0.8aW_p/Q'$; esta vez $W_p = 690$ ton y, para los respectivos modos fundamentales, en la tabla 7.3 leemos $a/Q' = 0.150$ en la dirección X y 0.288 en la dirección Y; entonces $V_{\min} = 0.8(0.150 \times 690) = 82.8$ ton y $V_{\min} = 0.8(0.288 \times 690) = 159.0$ ton. Ambos límites son menores que las correspondientes cortantes de 89.98 y 172.37 ton obtenidas en el entrepiso inferior en las tablas 7.4 y 7.5, por lo cual se mantienen sin modificación los resultados logrados anteriormente.

Las tablas 7.6 y 7.7 comparan las cortantes que calculamos mediante el análisis estático en el capítulo 6, con y sin estimación del periodo fundamental, con las del análisis modal espectral que acabamos de obtener. Podemos apreciar que el análisis estático es conservador en relación con el análisis modal, aun cuando se reduzcan las cortantes estáticas mediante estimación del periodo fundamental.

Tabla 7.6. Comparación de cortantes sísmicas del edificio de la figura 2.30, dirección X.

Método	(1) Estático, sin estimar T	(2) Estático, estimando T	(3) Modal sin torsión	Relación (3)/(2)
Entrepiso				
5	23.77	23.77	19.69	0.83
4	49.52	49.52	41.88	0.85
3	74.28	74.28	62.64	0.84
2	91.61	91.61	78.25	0.85
1	103.50	103.50	88.98	0.86

Tabla 7.7. Comparación de cortantes sísmicas del edificio de la figura 2.30, dirección Y.

Método Entrepiso	(1) Estático, sin estimar T	(2) Estático† estimando T	(3) Modal sin torsión	Relación (3)/(2)
5	47.54	45.64	36.68	0.80
4	99.04	95.08	77.88	0.82
3	148.56	142.62	120.30	0.84
2	183.23	175.90	151.59	0.86
1	207.00	198.72	172.37	0.87

Cortantes en toneladas.

T = periodo fundamental.

† Cortante reducida = 0.96 cortante sin reducir.

Esto refleja el predominio del primer modo de vibrar en los resultados combinados del análisis modal, y en vista de que este modo excita su correspondiente masa efectiva, la relación entre las cortantes modales y estáticas, que constituyen la última columna de la tabla comparativa, es aproximadamente igual a la fracción que la masa efectiva es de la masa total (véase el valor de m^* para el primer modo en la tabla 7.1), sobre todo en la base.

La distribución de estas cortantes dinámicas entre los elementos verticales se puede efectuar de la misma manera que en el análisis estático, incorporando las combinaciones de excentricidades directas y accidentales y los efectos de dos direcciones ortogonales de movimiento del terreno actuando simultáneamente, tal como lo demandan las NTDS. En este ejemplo bastaría con introducir los cambios apropiados en las tabla 6.6 para determinar la posición de las cortantes en planta, en la tabla 6.12 para valuar las combinaciones de excentricidades y momentos torsionantes, y en la tabla 6.13 para llevar a cabo la distribución.

7.5 ANÁLISIS MODAL TRIDIMENSIONAL

7.5.1 Descripción

En el subcapítulo 3.6 hemos descrito análisis modal tridimensional de edificios cuyos pisos se consideran diafragmas rígidos, incluyendo la obtención de las matrices de masas y rigideces, así como de modos de vibrar y factores de participación. En cuanto se haya extraído esta información, el análisis sísmico espectral se efectúa siguiendo los mismos pasos que en el caso de edificios de varios grados de libertad sin torsión, presentados en el subcapítulo precedente, empleando idénticos espectros de diseño. En otras palabras, la expresión 7.1 que suministra la contribución del modo j al desplazamiento de la n -ésima masa sigue siendo válida, notando que, esta vez, se aplica a los desplazamientos en dos direcciones y al giro alrededor de un eje vertical de la masa en cuestión. Con la misma observación, se mantienen vigentes las fórmulas 7.8 y 7.9 para las aceleraciones y fuerzas en la masa n , debidas al j -ésimo modo.

Como hemos mencionado anteriormente, las aceleraciones del terreno existen sólo en la dirección de análisis, mientras que las de los pisos en general ocurren

en las dos direcciones horizontales y tienen además un componente rotacional. Esto se tiene en cuenta mediante el vector $\mathbf{R}$ en la fórmula para calcular el coeficiente de participación del modo j cuando se emplean modos ortonormales (expresión 3.52), la cual repetimos a continuación:

$$p_j = \mathbf{Z}_j^T \mathbf{M} \mathbf{R} \quad (7.10)$$

También es pertinente remarcar que aunque el modelo tridimensional del edificio incluye los elementos resistentes a cargas laterales en todas direcciones, al determinar cuál es el apropiado factor de comportamiento sísmico Q , deben considerarse solamente los sistemas resistentes en la dirección del movimiento del terreno. Es posible que Q difiera de una dirección a otra, por ejemplo, si muros de carga son la base de la resistencia en una dirección mientras que en la otra predominan marcos.

Los conceptos principales del análisis sísmico modal espectral se ilustran a continuación en un ejemplo sencillo, que permite ejecutar manualmente las operaciones matriciales. Más adelante, tratamos un edificio de varios pisos en el que, como en la gran mayoría de los casos prácticos, es imprescindible el uso de computadoras.

7.5.2 Edificio de un piso

Considérese el edificio mostrado en la figura 3.10. Sus matrices de rigideces y de masas, así como sus modos y periodos de vibración, se obtuvieron en la sección 3.6.3 y se reproducen a continuación:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m a^{2/6} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2.5 k & 0 & 0.25 k a \\ 0 & 2.0 k & 0 \\ 0.25 k a & 0 & 1.125 k a^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{Z}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -0.3459/a \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{Z}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 17.3459/a \end{bmatrix}$$

$$\omega_1^2 = 2 \text{ k/m}; \quad \omega_2^2 = 2.41352 \text{ k/m}; \quad \omega_3^2 = 6.83648 \text{ k/m}$$

$$T_1 = 4.44 \sqrt{m/k}; \quad T_2 = 4.04 \sqrt{m/k}; \quad T_3 = 2.40 \sqrt{m/k}$$

Con los modos así escogidos las masas modales generalizadas $m_j^* = \mathbf{Z}_j^T \mathbf{M} \mathbf{Z}_j$ resultan:

$$m_1^* = m; \quad m_2^* = 1.019941 m; \quad m_3^* = 51.1467 m$$

Para ortonormalizar los modos, los dividimos por la raíz cuadrada de su correspondiente m^*_j obteniendo:

$$Z_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1/\sqrt{m} \\ 0 \end{Bmatrix}; Z_2 = \begin{Bmatrix} 0.990176/\sqrt{m} \\ 0 \\ -0.3425/(a\sqrt{m}) \end{Bmatrix}; Z_3 = \begin{Bmatrix} 0.139827/\sqrt{m} \\ 0 \\ 2.425425/(a\sqrt{m}) \end{Bmatrix}$$

Nótese que el primer modo es el único que tiene desplazamiento en la dirección Y , y que sus componentes en X y en el giro se anulan, mientras que lo opuesto ocurre con los otros dos modos. Se dice en estas circunstancias, que los modos están desacoplados.

Cuando consideramos el sismo actuando en la dirección X , el vector R resulta:

$$R_x = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

y por tanto,

$$p_1 = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m a^2/6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = 0$$

$$p_2 = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m a^2/6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.990176/\sqrt{m} \\ 0 \\ -0.3425/\sqrt{ma} \end{Bmatrix}$$

$$p_2 = 0.990176\sqrt{m}$$

Similarmente obtenemos $p_3 = 0.139827\sqrt{m}$.

Las masas efectivas son:

$$m'_1 = 0$$

$$m'_2 = (0.990176\sqrt{m})^2 = 0.9804 m$$

$$m'_3 = (0.139827\sqrt{m})^2 = 0.0196 m$$

Se constata inmediatamente que la suma de las m' es igual a m . El primer modo tiene masa efectiva nula porque carece de desplazamientos en la dirección X .

De las expresiones 7.8 y 7.1, las aceleraciones y desplazamientos en cada modo j valen:

$$\ddot{U}_j = p_j A_j Z_j \quad (7.11)$$

$$U_j = p_j A_j Z_j / \omega_j^2 \quad (7.12)$$

A_j es la ordenada del espectro de aceleraciones correspondientes al periodo j , en la dirección en que actúa el sismo, reducida por comportamiento inelástico.

Para el primer modo los resultados son nulos por ser $p_1 = 0$. Con el segundo modo obtenemos:

$$\ddot{U}_2 = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_2 \\ \ddot{v}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} = 0.990176 A_{2x} \sqrt{m} \begin{Bmatrix} 0.990176/\sqrt{m} \\ 0 \\ -0.3425/(a\sqrt{m}) \end{Bmatrix}$$

$$\ddot{u}_2 = 0.980449 A_{2x}$$

$$\ddot{\theta}_2 = -0.33937 A_{2x}/a$$

Dividiendo entre el cuadrado de la segunda frecuencia arribamos a los siguientes desplazamientos:

$$u_2 = 0.40623 m A_{2x}/k$$

$$\theta_2 = -0.14052 m A_{2x}/(ka)$$

De manera análoga para el tercer modo queda:

$$\ddot{u}_3 = 0.019552 A_{3x}$$

$$\ddot{\theta}_3 = 0.339140 A_{3x}/a$$

$$u_3 = 0.002860 m A_{3x}/k$$

$$\theta_3 = 0.049607 m A_{3x}/(ka)$$

Las fuerzas cortantes y los momentos de torsión se pueden calcular multiplicando las matrices de rigideces por los respectivos desplazamientos, o las aceleraciones modales por la matriz de masas; de una u otra manera queda:

$$V_{2x} = 0.98045 m A_{2x} \quad (\text{cortante en } X, \text{ modo } 2)$$

$$T_{2x} = -0.05652 m a A_{2x} \quad (\text{momento torsor, modo } 2)$$

$$V_{3x} = 0.01955 m A_{3x} \quad (\text{cortante en } X, \text{ modo } 3)$$

$$T_{3x} = 0.05652 m a A_{3x} \quad (\text{momento torsor, modo } 3)$$

Como los periodos de los modos 2 y 3 son bastante diferentes entre sí, la respuesta debida a la combinación de modos se puede estimar como la raíz cuadrada de la suma de cuadrados. Supongamos que estamos en la zona plana del espectro, es decir $A_{2x} = A_{3x} = A_x$, entonces la combinación da:

$$V_x = 0.9806 m A_x$$

$$T_x = -0.0799 m a A_x$$

Cuando se considera el sismo actuando en la dirección Y , se debe usar

$$R_y = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Repetiendo los pasos anteriores, los coeficientes de participación resultan $p_1 = \sqrt{m}$ y $p_2 = p_3 = 0$; y las masas efectivas, $m'_1 = m$ y $m'_2 = m'_3 = 0$.

Entonces:

$$\begin{aligned}\ddot{u}_1 &= u_1 = 0 \\ \ddot{v}_2 &= A_{1y} \\ v_1 &= v_1 / \omega^2_1 = m A_{1y} / 2k \\ \ddot{\theta}_1 &= 1 = 0 \\ V_{1y} &= m A_{1y} \quad (\text{cortante en } Y, \text{ modo } 1).\end{aligned}$$

En esta dirección del sismo no se originan momentos torsionantes directos.

Recuérdese que, para verificar efectos de segundo orden y distorsiones de entrepiso, los desplazamientos deben multiplicarse por el factor de comportamiento inelástico Q , que se haya utilizado en el cálculo de las aceleraciones espectrales A_p .

7.5.3 Consideraciones para diseño

En lo que respecta a momentos torsionantes de diseño, cuando el análisis modal considera las rotaciones de los pisos como grados de libertad, incluye automáticamente los efectos dinámicos sobre las excentricidades estáticas, haciendo innecesario el empleo de factores que se aplican sobre la excentricidad estática directa en las combinaciones que llevan a la excentricidad de diseño. Como hemos mencionado con anterioridad, para el Distrito Federal, las NTDS marcan que dicho factor es 1.5 para elementos en los que la torsión es desfavorable y 1.0 para elementos favorablemente afectados por torsión.

Subsiste, no obstante, la necesidad de incorporar la excentricidad accidental e_a , en cada dirección de análisis. Según las NTDS, e_a vale $0.1 b$, siendo b la dimensión de la planta correspondiente en la dirección perpendicular a la del movimiento sísmico. A fin de satisfacer este requisito, una manera de proceder es calcular las cortantes y los momentos torsionantes en los entrepisos mediante el análisis modal tridimensional, y luego obtener los momentos torsionantes de diseño sumando y restando a los momentos dinámicos el producto de la cortante dinámica por e_a . Otra posibilidad es mover las posiciones de los centros de masas en planta añadiéndoles y restándoles e_a , obviando el cálculo explícito de momentos torsionantes, aunque esto demanda analizar dos veces el edificio para cada componente del movimiento del terreno, cuatro veces en total.

Otra peculiaridad de modelos dinámicos que incluyen las rotaciones de los pisos es que arrojan con frecuencia modos con periodos bastante cercanos entre sí, por lo cual la combinación de respuestas modales debe efectuarse con alguno de los criterios que incorporan los productos cruzados de respuestas modales. Tales criterios se pueden expresar convenientemente en la siguiente forma matricial:

$$R_2 = r^T L r \quad (7.13)$$

donde r^T es el vector cuyo i -ésimo elemento es la respuesta en el modo i , r_i , y el término L_{ij} de la matriz L es un *coeficiente de correlación* entre ambos modos que se aplica al producto $r_i r_j$ de las respuestas modales en expresiones como la 7.4 ó 7.6.

Una vez obtenidas las cortantes y los momentos torsionantes de diseño en los entrepisos, se les distribuye entre los elementos resistentes, cuidando de lograr, para

cada elemento, la combinación más desfavorable de los efectos de 100 por ciento de una componente del sismo con 30 por ciento de los de la componente ortogonal.

7.5.4 Edificio de varios pisos

Volviendo al edificio de cinco pisos de la figura 2.30, en la sección 3.6.4 hemos considerado, en cada piso, dos desplazamientos laterales y un giro alrededor de un eje vertical como grados de libertad, obteniendo un total de 15 desplazamientos generalizados y matrices de rigideces y de masas de 15×15 . Los correspondientes modos y periodos de vibración se dan en las tablas 3.8 y 3.9. Para calcular los factores de participación empleamos la ecuación 7.10, en la cual el vector R asume los siguientes valores:

$$R_x = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad R_y = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Insertando cada una de estas matrices en la fórmula 7.10, se obtienen los factores de participación p_x y p_y , de cada modo, en las direcciones X y Y , respectivamente. En la tabla 7.8 se incluyen los periodos de vibrar, p_x y p_y , y los cocientes m' , de las masas efectivas (cuadrados de las p) entre la masa total.

Para calcular las aceleraciones de diseño correspondientes a estos periodos, recordemos que en la sección 6.2.1 supusimos que el factor de comportamiento sísmico Q puede tomarse igual a 4 en la dirección X , e igual a 2 en la dirección Y , que la estructura está en la zona III y que la construcción, por su importancia, se clasifica como del grupo A. Con dichos datos encontramos: $c = 0.40 \times 1.5 = 0.60$, $c/Q = 0.60/4 = 0.15$ en la dirección X , y $c/Q = 0.60/2 = 0.30$ en la dirección Y . Además, la tabla 6.2 indica que $T_a = 0.6$ segundos, $T_b = 3.9$ segundos y $r = 1$. A partir de esta información, procediendo según la sección 6.1.2, se obtienen las aceleraciones espectrales reducidas por comportamiento sísmico A_p , contenidas en la tabla 7.8.

Tabla 7.8. Características modales tridimensionales del edificio de la figura 2.30.

Modo	Periodo (seg)	P_x	P_y	m'_x	m'_y	A_x	A_y
1	0.9662	-7.739	0.001	0.8515	0.0000	0.150	0.300
2	0.5119	0.009	7.792	0.0000	0.8631	0.150	0.288
3	0.3857	-2.708	0.069	0.1042	0.0001	0.150	0.267
4	0.3185	-0.496	-0.325	0.0035	0.0015	0.150	0.254
5	0.2401	1.545	-0.065	0.0339	0.0001	0.150	0.236
6	0.1967	-0.143	-2.517	0.0003	0.0901	0.150	0.224
7	0.1892	0.543	-0.579	0.0042	0.0048	0.150	0.222
8	0.1641	0.405	0.024	0.0023	0.0000	0.150	0.214
9	0.1325	-0.003	-1.474	0.0000	0.0309	0.150	0.204
0	0.1236	0.037	0.022	0.0000	0.0000	0.150	0.201
1	0.1030	0.004	-0.743	0.0000	0.0078	0.150	0.194
2	0.0880	0.015	0.203	0.0000	0.0006	0.150	0.188
3	0.0857	-0.003	0.281	0.0000	0.0011	0.150	0.187
4	0.0686	0.008	0.006	0.0000	0.0000	0.150	0.181
5	0.0569	-0.003	0.002	0.0000	0.0000	0.150	0.176

 p = factor de participación. m' = masa efectiva como fracción de la masa total. A = aceleración espectral de diseño (fracción de g).

Tanto los factores de participación como las masas efectivas indican la relevancia de cada modo en cada dirección de análisis. Así, de la tabla 7.8 inferimos que los modos 1, 3 y 5 son significativos en la dirección X , mientras que los modos 2, 4 y 9 son los más importantes en la dirección Y . Por tanto, es innecesario considerar modos superiores al noveno, los que por otra parte, tienen periodos más largos que el límite de inclusión marcado por las NTDS, 0.4 segundos.

Las aceleraciones del piso i vibrando en el modo j se determinan con la expresión 7.8, la cual esta vez arroja tanto aceleraciones lineales, correspondientes a los desplazamientos modales, como angulares, asociadas a los giros modales. Multiplicando dichas aceleraciones por la masa o por el momento de inercia del piso, obtenemos las fuerzas y momentos sísmicos aplicadas en los pisos. Sumando estas fuerzas y momentos de arriba hacia abajo, se llega a las cortantes y momentos torsionales de entrepiso. Los resultados de estas operaciones se resumen en las tablas 7.9 y 7.10 para la componente en X del movimiento del terreno, y en las tablas 7.11 y 7.12 para la componente en Y .

Se incluyen en las tablas 7.10 y 7.12 las combinaciones de resultados de todos los modos con la regla de la raíz cuadrada de la suma de cuadrados, que se ha juzgado apropiada porque las diferencias entre los periodos de dos cualesquiera de los modos relevantes en cada dirección excede de 10 por ciento. Esto refleja que, en este ejemplo, los modos dominantes en una dirección están prácticamente desacoplados de los que controlan la dirección perpendicular. Cabe resaltar que se han calculado primero las cortantes y momentos de entrepiso en cada modo y se ha aplicado luego la regla combinatoria.

Tabla 7.9. Fuerzas sísmicas dinámicas tridimensionales del edificio de la figura 2.30 cuando el sismo actúa en la dirección X .

Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	-7.739	0.009	-2.708	-0.496	1.545	-0.143	0.543	0.405	-0.003
A	1.472	1.472	1.472	1.472	1.472	1.472	1.472	1.472	1.472
Fuerzas en X									
5	18.33	-0.00	-6.72	-0.06	2.87	-0.06	-1.10	0.22	-0.00
4	22.18	0.00	-3.52	-0.41	-1.60	0.11	1.86	-0.62	0.00
3	21.75	0.00	5.07	0.10	-5.04	-0.05	-0.60	1.26	-0.00
2	15.82	0.00	8.18	0.40	0.76	-0.06	-1.01	-1.58	-0.00
1	10.05	0.00	7.78	0.33	6.51	0.09	.28	0.96	0.00
Fuerzas en Y									
5	-0.07	0.02	0.34	-0.37	0.19	-0.37	0.26	-0.00	0.01
4	0.02	0.03	-0.17	0.13	-0.02	-0.15	0.17	-0.01	-0.01
3	0.03	0.03	-0.23	0.23	-0.11	0.21	-0.14	0.00	-0.01
2	0.02	0.02	-0.18	0.20	-0.14	0.42	-0.36	0.00	0.00
1	-0.00	0.01	-0.04	0.06	-0.07	0.42	-0.40	0.02	0.01
Momentos torsores									
5	1.05	-0.00	-4.41	3.52	-0.11	-0.30	0.31	0.23	0.01
4	2.38	-0.00	-10.41	9.21	-2.01	-0.24	1.39	0.12	0.00
3	2.19	-0.00	-10.17	9.81	-3.21	-0.36	1.87	-0.11	0.00
2	1.50	-0.00	-7.22	7.25	-2.84	-0.28	1.49	-0.49	0.00
1	0.87	-0.00	-4.70	4.64	-2.33	-0.23	0.97	-0.54	0.00

 p = factor de participación A = aceleración espectral de diseño (m/seg²)

Fuerzas en ton y momentos en ton-m

Tabla 7.10. Cortantes sísmicas dinámicas tridimensionales del edificio de la figura 2.30 cuando el sismo actúa en la dirección X .

Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	RCSC
Cortantes en X										
5	18.33	-0.00	-6.72	-0.06	2.87	-0.06	-1.10	0.22	-0.00	19.77
4	40.51	-0.00	-10.24	-0.46	1.27	0.05	0.76	-0.40	0.00	41.81
3	62.26	0.00	-5.17	-0.37	-3.76	0.00	0.17	0.86	-0.00	62.60
2	78.08	0.00	3.01	0.03	-3.00	-0.06	-0.85	-0.72	-0.00	78.21
1	88.13	0.00	10.79	0.36	3.51	0.03	0.43	0.24	0.00	88.86
Cortantes en Y										
5	-0.07	0.02	0.34	-0.37	0.19	-0.37	0.26	-0.00	0.01	0.71
4	-0.05	0.05	0.17	-0.24	0.17	-0.52	0.43	-0.01	0.00	0.76
3	-0.02	0.07	-0.05	-0.02	0.06	-0.31	0.29	-0.01	-0.01	0.44
2	-0.00	0.09	-0.23	0.18	-0.08	0.11	-0.06	-0.00	-0.00	0.34
1	-0.01	0.10	-0.27	0.24	-0.15	0.53	-0.46	0.01	0.01	0.81
Momentos torsores										
5	1.05	-0.00	-4.41	3.52	-0.11	-0.30	0.31	0.23	0.01	5.76
4	3.43	-0.00	-14.81	12.73	-2.12	-0.54	1.70	0.35	0.01	20.03
3	5.62	-0.00	-24.98	22.53	-5.33	-0.90	3.57	0.24	0.02	34.72
2	7.12	-0.00	-32.20	29.78	-8.17	-1.18	5.06	-0.25	0.02	45.48
1	7.99	-0.01	-36.90	34.42	-10.50	-1.41	6.03	-0.79	0.02	52.53

Fuerzas en ton y momentos en ton-m

RSCS = raíz cuadrada de suma de cuadrados

Tabla 7.11. Fuerzas sísmicas dinámicas tridimensionales del edificio de la figura 2.30 cuando el sismo actúa en la dirección Y.

Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	-0.001	7.792	0.069	-0.325	-0.065	-2.517	-0.579	0.024	-1.474
A	2.943	2.825	2.619	2.492	2.315	2.197	2.178	2.099	2.001
Fuerzas en X									
5	-0.00	-0.09	0.30	-0.06	-0.19	-1.59	1.74	0.02	-0.15
4	-0.00	0.01	0.16	-0.45	0.11	3.02	-2.94	-0.05	0.19
3	-0.00	0.09	-0.23	0.11	0.33	-1.31	0.94	0.11	-0.04
2	-0.00	0.10	-0.37	0.44	-0.05	-1.57	1.60	-0.13	-0.01
1	-0.00	0.09	-0.35	0.36	-0.43	2.24	-2.02	0.08	0.02
Fuerzas en Y									
5	0.00	35.06	-0.02	-0.42	-0.01	-9.84	-0.41	-0.00	4.20
4	-0.00	41.50	0.01	0.15	0.00	-3.85	-0.27	-0.00	-3.59
3	-0.00	43.29	0.01	0.25	0.01	5.57	0.22	0.00	-5.50
2	-0.00	31.56	0.01	0.22	0.01	10.98	0.56	0.00	1.64
1	0.00	20.11	0.00	0.06	0.00	11.06	0.63	0.00	7.59
Momentos torsores									
5	-0.00	-0.12	0.20	3.90	0.01	-7.85	-0.49	0.02	8.39
4	-0.00	-4.58	0.47	10.21	0.13	-6.39	-2.19	0.01	0.71
3	-0.00	-2.19	0.46	10.87	0.21	-9.40	-2.95	-0.01	1.85
2	-0.00	-1.04	0.33	8.03	0.19	-7.46	-2.35	-0.04	3.34
1	-0.00	-0.70	0.21	5.14	0.15	-5.97	-1.54	-0.05	2.55

p = factor de participación

A = aceleración espectral de diseño (m/seg²)

Fuerzas en ton y momentos en ton-m

Tabla 7.12. Cortantes sísmicas dinámicas tridimensionales del edificio de la figura 2.30 cuando el sismo actúa en la dirección Y.

Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	RCSC
Cortantes en X										
5	-0.00	-0.09	0.30	-0.06	-0.19	-1.59	1.74	0.02	-0.15	2.39
4	-0.01	-0.08	0.46	-0.51	-0.08	1.43	-1.21	-0.03	0.04	2.00
3	-0.01	0.01	0.23	-0.41	0.25	0.12	-0.26	0.07	-0.00	0.61
2	-0.01	0.11	-0.14	0.04	0.20	-1.45	1.34	-0.06	-0.02	1.99
1	-0.01	0.20	-0.49	0.40	-0.23	0.79	-0.68	0.02	0.01	1.26
Cortantes en Y										
5	0.00	35.06	-0.02	-0.42	-0.01	-9.84	-0.41	-0.00	4.20	36.66
4	0.00	76.57	-0.01	-0.27	-0.01	-13.69	-0.68	-0.00	0.62	77.79
3	0.00	119.85	0.00	-0.02	-0.00	-8.12	-0.46	-0.00	-4.89	120.23
2	0.00	151.41	0.01	0.20	0.01	2.86	0.10	-0.00	-3.24	151.47
1	0.00	171.52	0.01	0.26	0.01	13.92	0.73	0.00	4.35	172.14
Momentos torsores										
5	-0.00	-0.12	0.20	3.90	0.01	-7.85	-0.49	0.02	8.39	12.15
4	-0.00	-4.71	0.67	14.11	0.14	-14.24	-2.68	0.03	9.10	22.69
3	-0.00	-6.90	1.13	24.99	0.35	-23.64	-5.63	0.02	10.95	37.20
2	-0.00	-7.94	1.45	33.02	0.54	-31.10	-7.99	-0.02	14.28	48.90
1	-0.00	-8.64	1.66	38.17	0.69	-37.08	-9.52	-0.07	16.84	57.30

Fuerzas en ton y momentos en ton-m

RCSC = raíz cuadrada de suma de cuadrados

Tabla 7.13. Parámetros modales necesarios para la combinación cuadrática completa según Rosenblueth en el edificio de la figura 2.30.

Modo, i	T (seg)	ω_i	ω'_i	ξ'_i	$\xi'_i \omega$
1	0.9662	6.503	6.495	0.0562	0.365
2	0.5119	2.274	2.259	0.0533	0.654
3	0.3857	6.289	6.269	0.0525	0.854
4	0.3185	9.729	9.705	0.0520	1.026
5	0.2401	6.170	6.137	0.0515	1.349
6	0.1967	1.941	1.901	0.0513	1.637
7	0.1892	3.217	3.175	0.0512	1.701
8	0.1641	8.293	8.245	0.0510	1.955
9	0.1325	7.425	7.365	0.0508	2.411

T = periodo

ω = frecuencia natural = $2\pi/T$

ξ = fracción de amortiguamiento crítico = 0.05

$\xi' = \xi + 2/(\omega t^*)$, donde $t^* = 40$ seg

En general, en el análisis modal tridimensional se presentan modos con periodos bastante cercanos, sobre todo cuando las rigideces laterales en las dos direcciones de análisis son semejantes y cuando los elementos resistentes están inclinados con respecto a las direcciones de análisis produciendo un mayor acoplamiento entre las mismas. Se recurre en tales casos a las reglas cuadráticas completas de la forma de la expresión 7.13, siendo necesario calcular la matriz de coeficientes de correlación L, correspondiente al criterio de combinación escogido. Recuérdese, para este fin, que las fórmulas que proporcionan el término L_{ij} dependen de las frecuencias naturales ω_i y de las fracciones de amortiguamiento crítico ξ_i , que normalmente se considera igual a 0.05.

La tabla 7.13 contiene los parámetros modales que se requieren para combinar los nueve primeros modos si se sigue el criterio cuadrático completo de Rosenblueth y Elorduy (1969) considerando $t^* = 40$ segundos. La matriz L correspondiente, obtenida con las fórmulas 7.4 y 7.5, se presenta en la tabla 7.14. A

Tabla 7.14. Matriz de correlación L para la combinación cuadrática completa según Rosenblueth en el edificio de la figura 2.30.

Modo j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ω'_j	6.495	12.259	16.269	19.705	26.137	31.901	33.175	38.245	47.365
Modo i	ω'_i	$\xi'_i \omega_j$	$\xi'_i \omega_j$	$\xi'_i \omega_j$	$\xi'_i \omega_j$	$\xi'_i \omega_j$	$\xi'_i \omega_j$	$\xi'_i \omega_j$	$\xi'_i \omega_j$
1	6.495	0.365	1.000	0.031	0.016	0.011	0.008	0.006	0.005
2	12.259	0.654	0.031	1.000	0.127	0.050	0.021	0.014	0.010
3	16.269	0.854	0.016	0.127	1.000	0.234	0.048	0.025	0.016
4	19.705	1.026	0.011	0.050	0.234	1.000	0.122	0.046	0.026
5	26.137	1.349	0.008	0.021	0.048	0.122	1.000	0.214	0.160
6	31.901	1.637	0.006	0.014	0.025	0.046	0.214	1.000	0.874
7	33.175	1.701	0.006	0.013	0.023	0.040	0.160	0.874	1.000
8	38.245	1.955	0.005	0.010	0.016	0.026	0.070	0.345	1.000
9	47.365	2.411	0.005	0.008	0.011	0.015	0.031	0.065	0.188

guisa de ilustración, consideremos el cortante en la base generado por el componente X del sismo, en cuyo caso el vector r lo forman los nueve valores modales dados para el piso 1 en la tabla 7.10, es decir:

$$r_T = \{88.13 \quad 0.00 \quad 10.79 \quad 0.36 \quad 3.51 \quad 0.03 \quad 0.43 \quad 0.24 \quad 0.00\}$$

El producto $R_2 = r^T L r$ resulta 7940, por tanto, $R = 89.10$ ton, que prácticamente coincide con las 88.86 ton que arroja la regla de la raíz cuadrada de suma de cuadrados en la tabla 7.10.

Si optamos por el criterio de Wilson et al. (1981), L_{ij} es igual a r_{ij} en la fórmula 7.6, la cual produce la matriz L mostrada en la tabla 7.15. Para el cortante en la base en la dirección X, esta vez obtenemos $R_2 = r^T L r = 7923$ y $R = 89.01$ ton, resultado nuevamente muy similar al que se encuentra ignorando los productos cruzados.

Cualquiera que sea el criterio de combinación, la matriz L se calcula una sola vez mientras que el producto $r^T L r$ tiene que evaluarse para cada respuesta de interés. Los términos de la diagonal de L siempre valen 1 y la relevancia de los productos cruzados en la combinación de respuestas modales es mayor cuando los valores de los términos fuera de la diagonal son apreciables comparados con la unidad; de hecho la regla de la raíz cuadrada de suma de cuadrados es equivalente a tomar L igual a la matriz identidad. En este ejemplo, la escasa importancia de los productos aludidos resulta de los bajos valores de L_{ij} cuando $i \neq j$.

Comparando las últimas columnas de las tablas 7.10 y 7.4b, concluimos que el análisis modal tridimensional lleva a prácticamente las mismas fuerzas cortantes que el análisis modal unidimensional en la dirección X. Se arriba a la misma conclusión para la dirección Y comparando las tablas 7.12 y 7.5b. La diferencia más notoria entre ambos enfoques de análisis es que, como se aprecia en las tablas 7.10 y 7.12, cuando se consideran tres dimensiones se obtienen momentos torsionantes, de los cuales se pueden derivar las excentricidades dinámicas e_d , dividiéndolos por las cortantes respectivas. Los resultados para este ejemplo se resumen en la tabla 7.16, para ambas direcciones de análisis, junto con las excentricidades estáticas e_e , que provienen de la tabla 6.12. Aunque estas e_e se calcularon con los resultados del análisis estático, en vista

Tabla 7.15. Matriz de correlación L para la combinación cuadrática completa según Wilson et al. en el edificio de la figura 2.30.

Modo i	Modo j									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$\omega_i \backslash \omega_j$	6.503	12.274	16.289	19.729	26.170	31.941	33.217	38.293	47.425
1	6.503	1.000	0.031	0.016	0.011	0.008	0.006	0.006	0.005	0.005
2	2.274	0.031	1.000	0.127	0.050	0.021	0.014	0.013	0.010	0.008
3	6.289	0.016	0.127	1.000	0.234	0.048	0.025	0.023	0.016	0.011
4	9.729	0.011	0.050	0.234	1.000	0.122	0.046	0.040	0.026	0.015
5	6.170	0.008	0.021	0.048	0.122	1.000	0.214	0.160	0.070	0.031
6	1.941	0.006	0.014	0.025	0.046	0.214	1.000	0.874	0.245	0.065
7	3.217	0.006	0.013	0.023	0.040	0.160	0.874	1.000	0.345	0.078
8	8.293	0.005	0.010	0.016	0.026	0.070	0.245	0.345	1.000	0.188
9	7.425	0.005	0.008	0.011	0.015	0.031	0.065	0.078	0.188	1.000

Tabla 7.16. Excentricidades estáticas y dinámicas del edificio de la figura 2.30.

a) Sismo actuando en la dirección X

Entrepiso	V (ton)	M_d (ton-m)	e_d (m)	e_e (m)	$(e_e + e_d)/e_e$
1	19.77	-5.76	-0.291	-0.98	1.30
2	41.81	-20.03	-0.479	-1.34	1.36
3	62.60	-34.72	-0.555	-0.88	1.63
4	78.21	-45.48	-0.582	-0.77	1.76
5	88.86	-52.53	-0.591	-0.63	1.94

b) Sismo actuando en la dirección Y

Entrepiso	V (ton)	M_d (ton-m)	e_d (m)	e_e (m)	$(e_e + e_d)/e_e$
1	36.66	12.15	0.331	0.97	1.34
2	77.79	-22.69	-0.292	-0.91	1.32
3	120.23	-37.20	-0.309	-0.22	2.40
4	151.47	-48.90	-0.323	-0.08	5.04
5	172.14	-57.30	-0.333	-0.08	5.16

$$e_d = \text{excentricidad dinámica} = M_d/V$$

$$e_e = \text{excentricidad estática (ver tabla 6.12)}$$

de que las cortantes dinámicas son bastante similares, constituyen una aproximación precisa para la excentricidad generada por las dichas cortantes. Por otra parte, como los grados de libertad están definidos en los centros de masas y no en los de torsión (los cuales en general se desconocen), las excentricidades dinámicas se deben sumar con las estáticas. Los cocientes $(e_e + e_d)/e_e$ incluidos en la tabla 7.16 se pueden interpretar como factores de amplificación dinámica de la excentricidad estática, que el RCDF estipula como 1.5 para análisis estático o cuando el análisis dinámico se hace considerando sólo desplazamientos como grados de libertad. Nótese que resultan cocientes mayores que 1.5, sobre todo en la dirección Y en la que se llega hasta 5.0; sin embargo esto ocurre cuando la excentricidad estática es muy pequeña y los momentos torsionantes no son realmente excesivos.

Un problema común a todas las reglas cuadráticas de combinación de respuestas modales es que se pierde el signo de la respuesta combinada; aunque para ciertas cantidades esto no constituye una seria dificultad porque el signo apropiado es obvio o irrelevante, en otros casos el signo es parte indispensable de la respuesta correcta. En este ejemplo cobra interés el signo del momento torsionante en relación con el de la fuerza cortante, ya que el cociente de estas dos respuestas constituye la excentricidad dinámica, cuyo signo se tiene que incluir en la distribución de las fuerzas y momentos sísmicos entre los elementos resistentes. En rigor, dicha distribución debe llevarse a cabo para cada modo, considerando los signos que tengan los desplazamientos y rotaciones modales, y luego se combinan las fuerzas que resulten en cada nivel de cada elemento resistente.

En general es aceptable considerar que las cortantes y momentos tienen el signo que les toca en el modo que más contribuye al valor combinado. Así, exa-

minando las tablas 7.10 y 7.12, se concluye que las fuerzas cortantes del edificio bajo estudio pueden tomarse como positivas porque provienen esencialmente de un solo modo (el primero para la dirección X y el segundo para la dirección Y) en el cual tienen todas signo positivo. La tabla 7.10 también muestra que a las cortantes positivas en X están asociados momentos torsionantes en los que predomina ligeramente el signo negativo, aunque la decisión no es tan clara como en el caso de las fuerzas. En la tabla 7.12 se pueden examinar de manera similar los signos de las cortantes y momentos torsionantes vinculados a la componente Y del sismo.

En congruencia con el análisis modal unidimensional, un criterio para definir el signo de las excentricidades dinámicas (es decir de los momentos torsionantes dinámicos) es asignarles el signo de las respectivas excentricidades estáticas. Así hemos procedido en la tabla 7.16.

En general, como ocurre en el edificio aquí analizado, las excentricidades dinámicas tienen magnitudes diferentes de las estáticas, y no se puede concluir inmediatamente cuáles son más o menos conservadoras si se tiene en presente que las torsiones sísmicas son desfavorables para ciertos elementos resistentes y benéficas para otros, dependiendo de su posición en planta y del signo de la excentricidad de diseño.

Finalmente, otra opción para incluir la torsiones accidentales en el análisis modal tridimensional consiste en mover los centros de masas de los pisos sumando y restando distancias iguales a las excentricidades accidentales. En el caso que nos ocupa, se tendría que hacer el análisis cuatro veces con las posiciones modificadas de los centros de masas que se listan en la tabla 7.17. Cabe aclarar que se obtendrán periodos y modos ligeramente diferentes con cada

Tabla 7.17. Posiciones de los centros de masas de los pisos del edificio de la figura 2.30 para análisis modal tridimensional.

Piso	Posición calculada		Dimensiones de la planta	
	x_i (m)	y_i (m)	a (m)	b (m)
5	6.75	3.75	13.5	7.5
4	9.20	5.50	20.0	11.0
3	9.20	5.50	20.0	11.0
2	9.20	5.50	20.0	11.0
1	8.50	6.30	20.0	11.0

Piso	Posiciones en el análisis			
	Sismo en la dirección X		Sismo en la dirección Y	
	y_1 (m)	y_2 (m)	x_1 (m)	x_2 (m)
5	4.50	3.00	8.1	5.4
4	6.60	4.40	11.2	7.2
3	6.60	4.40	11.2	7.2
2	6.60	4.40	11.2	7.0
1	7.40	5.20	10.5	6.5

nueva posición, pero en la práctica las diferencias no son significativas, y el efecto más notable es que se modifican las contribuciones estáticas de las excentricidades. Dependiendo de la cercanía de los periodos es posible que se tenga que recurrir a reglas cuadráticas para combinar las respuestas modales, y persisten las observaciones hechas anteriormente en relación con los signos de las respuestas modales.

7.6 TÓPICOS ADICIONALES

7.6.1 Análisis paso a paso

Las NTDS incluyen el cálculo paso a paso de respuestas a temblores específicos como uno de los métodos aceptables de análisis sísmico dinámico. Se prescribe que para representar el temblor de diseño podrá acudirse a acelerogramas de temblores reales o de movimientos simulados, o a combinaciones de éstos, siempre que se use no menos de cuatro movimientos representativos, independientes entre sí, cuyas intensidades sean compatibles con los demás criterios que consignan el Reglamento y las NTDS, y que se tengan en cuenta el comportamiento no lineal de la estructura y las incertidumbres que haya en cuanto a sus parámetros.

En la sección 3.8.3, hemos ilustrado algunos conceptos involucrados en un análisis paso a paso que satisface los requisitos descritos en el párrafo anterior, considerando un sistema masa-resorte-amortiguador de un grado de libertad con un resorte que tiene una curva fuerza-desplazamiento elastoplástica. Las dificultades notadas en dicho ejemplo muestran que, aunque el análisis paso a paso especificado por la NTDS considera explícitamente los principales factores de la respuesta sísmica real de estructuras, su empleo confronta varias dificultades prácticas. La más obvia es la necesidad de programas de computadora bastante más complejos que los aplicables a estructuras elásticas, que demandan mayores esfuerzos en la preparación de datos y en la interpretación de resultados; pero tal vez la más importante es el limitado conocimiento que existe sobre la representación analítica del comportamiento ante cargas laterales de sistemas estructurales complejos en tres dimensiones, cabe hacer notar la escasez de leyes constitutivas para modelar las características carga-deformación de todos los elementos estructurales del edificio así como las interacciones entre ellos durante un temblor. Aun si se cuenta con modelos que se juzguen apropiados, es necesario conocer todas las propiedades mecánicas de los elementos, incluyendo rigidez y resistencia en las distintas etapas de carga y descarga, lo cual requiere un diseño detallado de dichos elementos previo al análisis sísmico. Este diseño tendría que revisarse en cuanto se conozcan los resultados del análisis, se harían luego las modificaciones necesarias y se volvería a analizar la estructura, todo por lo menos con cuatro acelerogramas. La magnitud del problema crece enormemente si se incorporan incertidumbres en las propiedades mecánicas.

Otra dificultad reside en la selección de acelerogramas compatibles con la intensidad de diseño que implican los reglamentos de construcción. Con frecuencia se recurre a acelerogramas artificiales cuyo espectro de respuesta elástico reproduce el espectro de diseño, pero se debe advertir que este criterio no es siempre suficiente para representar la severidad de los daños que un temblor de diseño puede causar en estructuras inelásticas. El tema todavía constituye materia de investigación.

Por lo expuesto, el análisis dinámico paso a paso está reservado a ciertas estructuras con no linealidades localizadas, como las que emplean aisladores sísmicos en la base o contienen elementos especiales para disipar energía, manteniendo la mayor parte del edificio en el intervalo de comportamiento elástico. En estos casos se recomienda ejecutar estudios experimentales y analíticos que respalden tanto las leyes constitutivas de los elementos inelásticos como los acelerogramas de diseño seleccionados.

Por otro lado, existen ciertas estructuras que a pesar de ser lineales no se pueden analizar con los métodos modales presentados en este capítulo porque sus modos de vibrar no diagonalizan la matriz de amortiguamiento. Esto suele ocurrir en sistemas donde se representa explícitamente la interacción suelo-estructura mediante amortiguadores viscosos que tienen fracciones de amortiguamiento crítico muy diferentes a las de la superestructura. Otro caso es el de estructuras que contienen mecanismos locales de disipación de energía, que, aunque se modelen aceptablemente con amortiguadores viscosos, producen matrices de amortiguamiento no diagonalizables debido a sus marcadas diferencias con el resto de la estructura. Se han extendido los conceptos de análisis modal para incluir este tipo de sistemas mediante el uso de periodos y modos de vibrar complejos, pero es usualmente más práctico analizarlas con métodos paso a paso para estructuras lineales como el que se describió en la sección 3.6.5. La excitación sísmica se puede representar con acelerogramas simulados o de temblores reales cuyos espectros de respuesta combinados proporcionen una envolvente al espectro de diseño que estipule el reglamento.

7.6.2 Sistemas suelo-estructura

Nos hemos ocupado de la dinámica de sistemas suelo-estructura en el subcapítulo 3.7, en el que hemos visto que cuando la flexibilidad del suelo da lugar a deformaciones importantes, es posible representarla mediante resortes traslacionales y rotacionales con rigideces equivalentes. La sección 3.7.3 contiene varias fórmulas para calcular dichas rigideces.

Reconociendo que en el Distrito Federal existen zonas de suelos muy compresibles, las NTDS tratan el tema de interacción suelo-estructura en su apéndice A7. Implícitamente, este apéndice admite que el análisis sísmico dinámico de este tipo de sistemas se puede llevar a cabo con los métodos expuestos en este capítulo y en el tercero, incluyendo como grados de libertad los movimientos de la cimentación. Las ecuaciones de equilibrio dinámico son como las del ejemplo de la sección 3.7.1 (expresión 3.53) e incluyen las rigideces equivalentes, así como las masas, momentos de inercia y coeficientes de amortiguamiento que adquieren relevancia cuando el suelo es bastante flexible. Nótese que sería necesario definir los valores de los coeficientes de amortiguamiento (o de las fracciones de amortiguamiento crítico) equivalentes, como se hace en los trabajos de Gazetas (1991a y b) y Pais y Kausel (1985).

Sin embargo, como ya hemos comentado, los efectos de interacción suelo-estructura son más perceptibles en el periodo fundamental del sistema. En el análisis sísmico espectral, el aumento en el periodo fundamental puede conducir a una lectura diferente de la aceleración de diseño en este modo. Son también importantes los desplazamientos laterales inducidos en la estructura por el

desplazamiento horizontal y más aún por el giro de la cimentación, particularmente cuando se verifican posibles golpeteos con estructuras adyacentes y efectos de segundo orden.

Por lo anterior, el apéndice A7 de las NTDS, acepta que, como una aproximación a los efectos de interacción suelo-estructura será válido incrementar el periodo fundamental de vibración y los desplazamientos calculados en la estructura bajo la hipótesis de que ésta se apoya rigidamente en su base, de acuerdo con la expresión siguiente, propuesta por Bielak (1971):

$$(T_1)^2 = T_o^2 + T_x^2 + T_r^2$$

en que T_1 es el periodo fundamental de vibración de la estructura en la dirección que se analiza corregido por interacción con el suelo, T_o su periodo fundamental si se apoyara sobre una base rígida, T_x su periodo natural si fuese infinitamente rígida y su base sólo pudiera trasladarse en la dirección que se analiza y T_r su periodo natural si fuese infinitamente rígida y su base sólo pudiera girar con respecto a un eje horizontal que pasara por el centroide de la superficie de desplante de la estructura, perpendicular a la dirección que se analiza. Se añade que podrán, si se opta por este enfoque, despreciarse los efectos de la interacción en los periodos superiores de vibración de la estructura.

Para calcular T_x y T_r en segundos, el Apéndice A7 prescribe las siguientes fórmulas, desarrolladas por Rosenbluth y Reséndiz (1988):

$$T_x = 2\pi \sqrt{W_o' / (g K_x)}$$

$$T_r = 2\pi \sqrt{J / (g K_r)}$$

donde W_o' es el peso neto de la construcción al nivel de su desplante, incluyendo el peso de los cimientos y descontando el del suelo que es desplazado por la infraestructura, g es la aceleración de la gravedad y J es el momento de inercia de W_o' con respecto al eje de rotación. W_o' no se tomará menor de $0.7W_o$, el cual es el peso sobre la base del edificio. Este requisito pretende limitar estos parámetros al intervalo en que es aplicable la teoría sobre cuya base se elaboró el Apéndice 7 (Rosenbluth y Gómez, 1991).

K_x y K_r son coeficientes de rigideces equivalentes que pueden en general calcularse con fórmulas como las de la sección 3.7.3. Para la arcilla compresible del Distrito Federal, se aplican los procedimientos siguientes, basados en el citado trabajo de Rosenbluth y Reséndiz.

Tratándose de construcciones suficientemente rígidas y resistentes, cimentadas sobre zapatas corridas con dimensión corta en la dirección que se analiza, y de construcciones sobre zapatas aisladas, K_x y K_r de la cimentación se calculan con las fórmulas:

$$K_x = \sum K_{xi} \quad ; \quad K_r = \sum x_i^2 K_{ri}$$

en las que i denota valores correspondientes a la zapata i -ésima; x_i es la distancia, en la dirección de análisis, entre el centroide de la zapata y el eje centroidal de la

Tabla 7.18. Valores de K_x , K_r y K_v (tabla A7.1 de las NTDS).

En la zona II

Profundidad de desplante ⁽¹⁾	K_x	$K_r^{(2)}$	K_v losa	K_v zapata
≤ 1 m	$11 GR_x$	$7GR_r^3$	$20GR_x$	$12GR_x$
≥ 3 m	$16 GR_x$	$11GR_r^3$	$29GR_x$	$20GR_x$

En la zona III

Profundidad de desplante ⁽¹⁾	K_x	K_r			K_v
		Sobre el terreno	Sobre pilotes de fricción ⁽³⁾	Sobre pilotes de punta ⁽⁴⁾	
≤ 1 m	$7 GR_x$	$6 GR_r^3$	$7 GR_r^3$	$6 GR_r^3 + \frac{1}{1/43 GR_r^3 + 1/K_p}$	$12 GR_x$
≥ 3 m	$8 GR_x$	$9 GR_r^3$	$11 GR_r^3$	$9 GR_r^3 + \frac{1}{1/43 GR_r^3 + 1/K_p}$	$16 GR_x$

¹ Para profundidades de desplante intermedias entre 1 y 3 m, interpólese linealmente entre los valores de la tabla.

² Para estructuras cimentadas sobre pilotes o pilas en la zona II, supóngase K_r infinita.

³ Si éstos son capaces de resistir por adherencia con el suelo circundante, al menos la mitad del peso bruto de la construcción incluyendo el de sus cimientos. Cuando tienen menos de esta capacidad, interpólese linealmente entre los valores consignados en la tabla.

⁴ K_p se calculará teniendo en cuenta los pilotes de punta que contribuyan a resistir el momento de volteo, calculando la rigidez de estos elementos ante fuerza axial como si su punta no se desplazara verticalmente.

planta de cimentación, y K_x y K_v se determinan de la tabla 7.18, empleando el valor de R_x que corresponde a la zapata en cuestión.

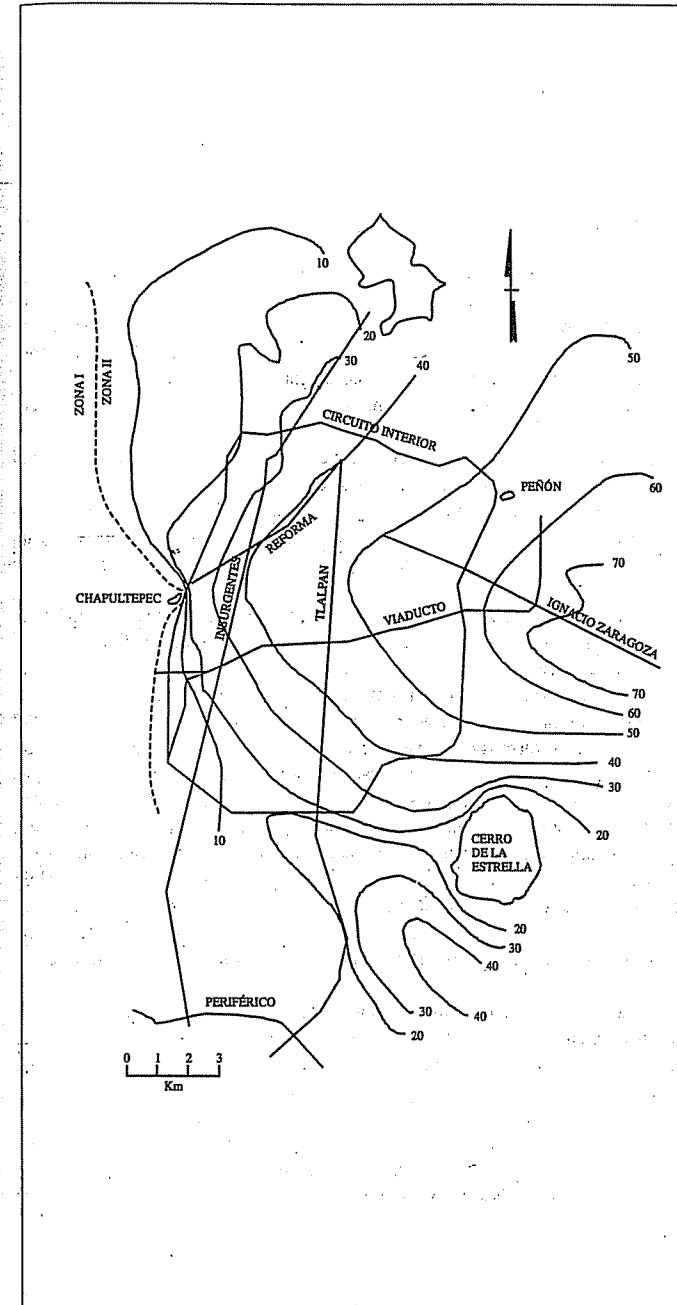
En el caso de cimentaciones sobre pilotes de punta, su influencia en el valor de K_r se considera con el segundo término de la expresión correspondiente de la tabla 7.18, empleando para calcular K_p la siguiente expresión:

$$K_p = \sum d_i^3 k_{pi}$$

donde la suma es sobre el número de pilotes, y k_{pi} y d_i son respectivamente la rigidez vertical y distancia del pilote i -ésimo al eje centroidal de rotación.

En la verificación de que la estructura no alcanza los estados límite por desplazamientos laterales y por rotura de vidrios no es necesario considerar el desplazamiento ni la rotación de la base. Sin embargo, para calcular efectos de segundo orden debe tenerse en cuenta dicha rotación, dada por M_o/K_r , siendo M_o el momento de volteo que obra en la base de la estructura. En la revisión del estado límite por choques entre estructuras deben incluirse tanto los desplazamientos debidos a esta rotación como el desplazamiento de la base, dado por V_o/K_x en metros, en que V_o es la fuerza cortante basal.

El módulo de rigidez medio, G , se debe determinar mediante pruebas dinámicas de campo o laboratorio. A falta de tales determinaciones se puede usar $G = 2(H/T_s)^2$, donde G está en ton/m², T_s es el periodo dominante más largo del terreno, en segundos, en el sitio donde se halle la estructura y se obtendrá de la figura 4.2, y H es la profundidad, en metros, de los depósitos firmes profundos en

Figura 7.4 Valores de H en metros (figura A7.1 de las NTDS).

dicho sitio, que se determina a partir de estudios locales de mecánica de suelos o, si éstos son insuficientes, se toma de la figura 7.4. En los sitios donde no se conoce el valor de G , si G no se determina experimentalmente, se adoptará el valor que resulte más desfavorable entre los límites de 400 y 900 ton/m².

7.6.3 Periodos cercanos y efectos bidireccionales

Como hemos expuesto en la sección 7.3.2, en el análisis espectral de una estructura que tiene modos con periodos cercanos (digamos que difieren entre sí en menos del 10 por ciento) debe usarse una combinación cuadrática completa para combinar las respuestas modales, por ejemplo, las dadas por las fórmulas 7.4 y 7.6. Uno de los casos en que se encuentran periodos cercanos ocurre cuando se incluyen sistemas secundarios, que pueden apoyarse en distintos puntos de la estructura principal, en el modelo dinámico global. Gupta (1990) examina con detalle este caso y presenta métodos de análisis apropiados, incluyendo otras reglas cuadráticas completas para combinar respuestas modales. Otra instancia en la que son frecuentes los periodos cercanos es el análisis tridimensional, ya sea porque los periodos en las dos direcciones consideradas son parecidos, o porque los periodos en los modos con predominio de torsión son similares a los de modos traslacionales. Como en la práctica el análisis dinámico tridimensional se lleva a cabo con computadoras, se aconseja usar programas que tengan incorporada alguna de las reglas cuadráticas completas para combinación de resultados modales.

Según la sección 9.4 de las NTDS, cualquiera que sea el método dinámico de análisis sísmico que se emplee, los efectos de movimientos horizontales del terreno en direcciones ortogonales se combinarán como se especifica en relación con el método estático. Esto es, los efectos de ambos componentes horizontales se combinan tomando, en cada dirección en que se analice la estructura, el 100 por ciento de los efectos del componente que actúa en esa dirección y el 30 por ciento de los efectos del que obra perpendicularmente a ella, con los signos que para cada concepto resulten más desfavorables. Hemos ilustrado algunos detalles para satisfacer este requisito en el capítulo precedente, que pueden aplicarse al análisis dinámico empleando las cortantes obtenidas después de combinar las respuestas modales. Si se usa análisis elástico paso a paso, se pueden incluir los porcentajes requeridos de cada componente como excitación, debiendo efectuarse cuatro análisis, para incluir todas las posibles combinaciones de signos ($1.00 + 0.3Y$ y $0.30X + 1.00Y$). Para cada elemento estructural se debe considerar el más desfavorable de los cuatro resultados.

Una manera opcional para combinar efectos bidireccionales, de uso extendido en el análisis sísmico de instalaciones nucleares, consiste en tomar la raíz cuadrada de la suma de cuadrados de los efectos de cada componente. Esta regla se puede aplicar tanto en el análisis modal como en el análisis elástico paso a paso, y se ha empleado para combinar no sólo los efectos de dos componentes horizontales, sino también dichos efectos con los de la componente vertical del temblor. Entre los códigos de diseño sísmico que adoptan esta regla se cuentan las Normas para análisis de estructuras nucleares de la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles (ASCE, 1986).

Capítulo 8

Dimensionamiento y detallado de los elementos estructurales

8.1 ASPECTOS GENERALES

Se ha mencionado en los capítulos anteriores que uno de los aspectos fundamentales del diseño sísmico es el dimensionamiento y detallado de los elementos estructurales y de sus conexiones, de manera que la estructura sea capaz de desarrollar mecanismos de deformación inelástica que le permitan disipar la energía que pueda introducir un sismo de excepcional intensidad, sin que se presente colapso.

Así, el dimensionamiento de estructuras sismorresistentes no se limita a proporcionar a las secciones la resistencia que se requiere de acuerdo con el análisis para las acciones de diseño, sino que debe obedecer ciertas reglas en cuanto a las resistencias relativas de los distintos elementos para los diferentes estados límite, de manera que se favorezcan modos de falla dúctiles. Además, debe seguir reglas de geometría y dimensiones de las secciones que permitan el desarrollo de altas ductilidades locales.

Al respecto, hay diferencias de criterios entre los distintos códigos de diseño. Algunos exigen requisitos muy estrictos de ductilidad para todas las estructuras en zonas sísmicas. Otros permiten elegir entre dos opciones: una es obedecer requisitos estrictos de ductilidad para así diseñar para fuerzas sísmicas fuertemente reducidas, teniendo en cuenta el amortiguamiento inelástico que puede proporcionar la estructura; otra es observar requisitos mucho menos severos de ductilidad, pero diseñar para fuerzas mucho mayores. El RCDF sigue la filosofía de permitir ambas opciones, sobre todo para las estructuras de concreto.

En las siguientes secciones de este capítulo se describen los principales requisitos de dimensionamiento y detallado de las estructuras de concreto reforzado, acero estructural y mampostería. Los requisitos cuantitativos que se mencionan son los prescritos por el Reglamento del Distrito Federal, aunque se comentarán las diferencias con algunos otros códigos o recomendaciones de otras fuentes.

8.2 ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO

8.2.1 Introducción

Es en las estructuras de concreto donde los códigos especifican el conjunto más amplio y detallado de requisitos por ductilidad. La experiencia de campo y de laboratorio ha mostrado que sólo con cuidados muy estrictos se puede lograr que las estructuras de concreto desarrollen ductilidades importantes.

Los requisitos prescritos por los códigos de los diversos países tienden a uniformarse y coincidir en las versiones más recientes. Sin embargo, aún existen diferencias importantes; por ejemplo, las que establece el código de Nueva Zelanda son mucho más severos de los contenidos en el Código ACI. Los requisitos de las Normas de Concreto del RCDF están inspirados en estos últimos.

Recordando lo expuesto en la sección 6.1.2, relativo a los factores de comportamiento sísmico Q , especificados por el RCDF, para estructuras de concreto en términos generales se tomará $Q = 2$, para lo cual hay que obedecer los requisitos de dimensionamiento y detallado generales de las Normas Técnicas. Puede adoptarse $Q = 4$ en estructuras en que la resistencia a cargas laterales sea proporcionada principalmente por marcos dúctiles dimensionados con los requisitos especificados en el capítulo 5 de las Normas de Concreto, y $Q = 3$ para estructuras en que la resistencia a cargas laterales sea proporcionada principalmente por muros de concreto dimensionados para lograr altas ductilidades, según los requisitos de la sección 4.5.2 de las Normas de Concreto. También podrá tomarse $Q = 3$ para estructuras de losas planas que cumplan con requisitos de regularidad y refuerzo impuestos en el capítulo 6 de las mismas Normas.

Comentaremos a continuación los requisitos especificados en las Normas para los distintos casos. Sólo haremos referencia a los requisitos relativos a dimensionamiento y detalle, recordando que las Normas de Sismo establecen, además, requisitos de regularidad y uniformidad de la estructura, los que ya se han comentado en el capítulo 5 de este texto.

8.2.2 Materiales

El empleo de concretos de elevada resistencia es favorable en estructuras en zonas sísmicas en cuanto disminuye la posibilidad de fallas frágiles por compresión o por tensión diagonal del concreto y favorece el desarrollo de la capacidad total del acero de refuerzo, cuya fluencia gobierna el comportamiento inelástico de la estructura. Sin embargo, la condición anterior se puede lograr para concretos de cualquier resistencia, siempre que se sigan los criterios adecuados de dimensionamiento de las secciones. La limitación de resistencia mínima que se impone en las Normas de Concreto, $f'_c > 200$ kg/cm², tiene como intención evitar tipos de concreto en los que se suele tener poco control de calidad sobre la resistencia, más que propiciar resistencias elevadas.

Cuando se adopten factores Q mayores de dos, hay que exigir un control de calidad estricto en la resistencia del concreto para evitar que la variabilidad de la misma pueda dar lugar a zonas mucho más débiles que el resto de la estructura, en dichas zonas se llegaría a concentrar la disipación inelástica de

energía, redundando en una menor ductilidad del conjunto. Con tal objeto el concreto debe dosificarse por peso y con procedimientos que garanticen que la desviación estándar de la resistencia no exceda de 35 kg/cm².

Una situación peculiar de la fabricación del concreto en el valle de México ha dado lugar a la especificación de dos clases de concreto (1 y 2). Los agregados disponibles en estado natural en el valle son de mediocre calidad por su alta porosidad, bajo peso volumétrico y gran contenido de polvos. Por ello, dan lugar a concretos de bajo módulo de elasticidad y muy propensos a sufrir agrietamientos por contracción y grandes deformaciones por flujo plástico. Por ello, la Norma de Concreto limita ahora el uso de estos concretos a las estructuras de menor importancia. Para las más importantes (Grupo A y Grupo B1) se requiere el uso de concretos fabricados con agregados de alta calidad provenientes de la trituración controlada de roca. Estos concretos (de Clase 1) alcanzan los módulos de elasticidad y niveles de flujo plástico normalmente especificados en la literatura técnica.

Las Normas no ligan los valores de Q que se pueden adoptar a la clase de concreto. Se considera que aun con los concretos de Clase 2 se puede alcanzar la ductilidad necesaria; sin embargo, cuando se especifique esta clase de concreto, deberán considerarse en el diseño los valores menores de módulo de elasticidad (del orden de 60% de los usuales), así como los requisitos más severos de flujo plástico que especifican las Normas para este caso.

En lo que respecta al acero de refuerzo, las Normas en su parte general admiten aceros hasta con esfuerzo nominal de fluencia de 6,000 kg/cm² (Acero Grado 60). Éstos pueden emplearse como refuerzo longitudinal; sin embargo, para estribos se requiere que el esfuerzo nominal de fluencia no sobrepase 4,200 kg/cm² (Grado 42).

Para refuerzo de estructuras en que el factor de ductilidad excede de dos, se especifican requisitos adicionales que eliminan la posibilidad de usar aceros de grado superior al 42. Aun para los aceros grado 42 se requiere de comprobar el cumplimiento de algunos requisitos no contemplados por las especificaciones técnicas del material. Estos requisitos son que el acero muestre una fluencia definida, que la relación entre el esfuerzo máximo y el de fluencia sea por lo menos 1.25, y que el esfuerzo de fluencia real no exceda al nominal en más de 1,300 kg/cm². Se pretende con ello que puedan formarse articulaciones plásticas con gran capacidad de rotación para momentos de fluencia que no excedan significativamente a los considerados en el diseño, de manera que no lleguen a incrementarse tampoco las otras fuerzas internas que podrían disparar modos de falla de tipo frágil.

8.2.3 Requisitos para vigas

Los requisitos que aquí describimos se aplican a elementos que trabajan esencialmente en flexión, lo que incluye las vigas y aquellas columnas con cargas axiales muy bajas, que no excedan de $0.1 A_g f'_c$, en que A_g es el área de la sección bruta de la columna. Los requisitos se refieren a las dimensiones de la sección y a su refuerzo longitudinal y transversal, así como al dimensionamiento. Se presentarán en forma comparativa los que corresponden a todo tipo de estructura y los más estrictos que deben observarse para vigas de marcos dúctiles.

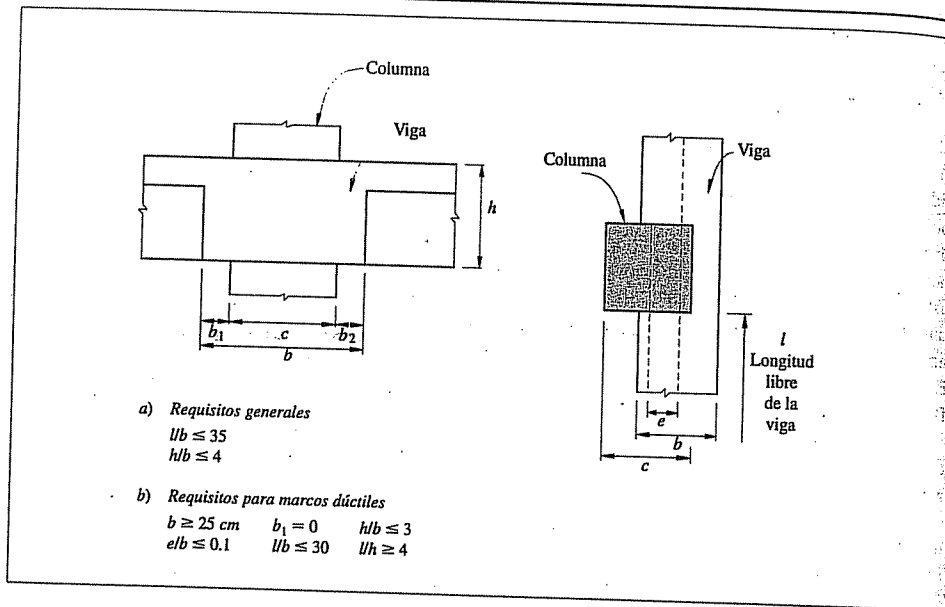
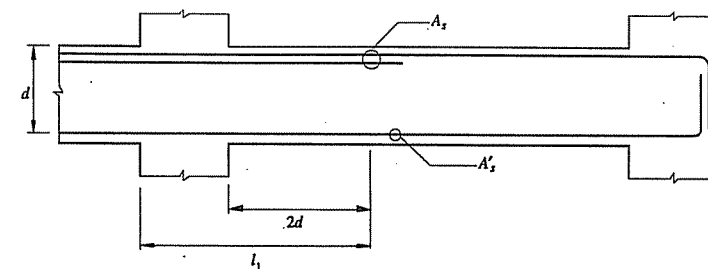


Figura 8.1 Requisitos geométricos para vigas de marcos de concreto.

a) *Requisitos geométricos.* La figura 8.1 resume en forma comparativa estos requisitos. Los relativos a las relaciones longitud/ancho (l/b) y peralte/ancho (h/b) tienen como objetivo evitar que la ductilidad de la viga se vea limitada por problemas de pandeo lateral derivados de la excesiva esbeltez del alma; los de ancho mínimo, además de estar vinculados también con los problemas de pandeo lateral, persiguen que en marcos dúctiles la sección de la viga tenga una zona de compresión en que se logre un núcleo confinado que pueda proporcionar elevada ductilidad. El requisito que prohíbe que en marcos dúctiles las vigas tengan un ancho superior al del lado de la columna con que se conectan, pretende asegurar que la transmisión de momentos entre viga y columna pueda realizarse sin la aparición de esfuerzos importantes por cortante y torsión. Para tal objeto, se requiere que el refuerzo longitudinal de las vigas cruce la columna por el interior de su núcleo confinado. El requisito que limita la excentricidad que el eje de la viga puede tener con respecto al de la columna, al igual que los anteriores, tiene como objetivo lograr una acción franca de marco, mediante la transmisión directa de momentos entre la viga y la columna. Numerosos han sido los casos de fallas de marcos con vigas excéntricas por efectos de las cortantes y torsiones que se generan en la transmisión de momentos entre vigas y columnas.

b) *Requisitos de refuerzo longitudinal.* La figura 8.2 ilustra los principales requisitos para las vigas de marcos dúctiles y para las vigas en general. La primera diferencia se encuentra en que para los marcos dúctiles se requiere de un refuerzo mínimo en ambos lechos y en toda la longitud de la viga. Para el caso general, el refuerzo mínimo es necesario sólo en aquellas zonas donde, según el análisis, aparecen tensiones para alguna com-



Requisitos generales

A_s y $A'_s > 0.7 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y}$, en zonas donde aparezcan tensiones.

A_s y $A'_s < 0.75 A_b$ (área de refuerzo correspondiente a la falla balanceada).

Requisitos para marcos dúctiles

A_s y $A'_s \geq 0.7 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y}$, en toda la longitud de la viga.

A_s y $A'_s \leq 0.75 A_b$.

Mínimo dos barras # 4 en toda la longitud y en ambos lechos.

No se admiten paquetes de más de dos barras.

El momento resistente positivo en l_1 no será menor que la mitad del momento resistente negativo.

No puede haber traslapes, ni corte del refuerzo longitudinal en l_1 .

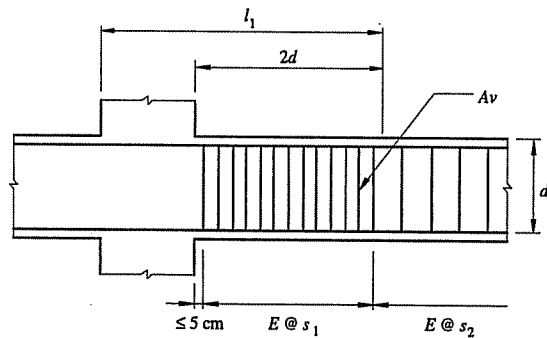
Todo el refuerzo de tensión, A_s , necesario por sismo deberá pasar por el núcleo de la columna.

En toda sección de la viga deberá proporcionarse una resistencia a momento negativo y positivo no menor que una cuarta parte de la máxima que se tiene en los extremos de al viga.

binación de acciones de diseño. Sin embargo, es recomendable que en todos los casos se coloque el refuerzo mínimo en ambos lechos.

La ductilidad que es capaz de desarrollar una sección de concreto reforzado es mayor a medida que la sección es más subreforzada, es decir, cuando menor es la relación entre su área de refuerzo y la que corresponde a la falla balanceada. Es por ello que se prescribe limitar la cuantía máxima de refuerzo en ambos lechos a 75 por ciento de la que corresponde a falla balanceada, calculada con los criterios expuestos en la sección 2.1.2 de las Normas. Hay que considerar que dicha expresión proporciona un valor conservador de la cuantía balanceada, igual aproximadamente a 80 por ciento del valor esperado, por lo que el área de acero máxima permitida es del orden de 0.6 veces el de la cuantía balanceada, calculada por ejemplo con el procedimiento que especifica el Código ACI. En este último se limita la cuantía máxima de refuerzo a 50 por ciento de la cuantía balanceada. Es también recomendable no exceder un máximo absoluto de 2.5 por ciento en la cuantía de refuerzo en cualquier lecho, para evitar congestionamiento del refuerzo.

Figura 8.2 Requisitos para el refuerzo longitudinal de vigas de marcos de concreto.

**Requisitos generales**

s_1 y $s_2 \leq d/2$ en las zonas donde la fuerza cortante excede de la que resiste el concreto.
Estribos # 2 o mayores.

Requisitos para marcos dúctiles

Estribos # 2.5 o mayores.

En la zona l_1 los estribos deberán ser cerrados y con remate a 135° , como se indica en la figura 8.4.
La separación no deberá exceder de:

$$s_1 \leq \begin{cases} 8 \text{ diámetros de la barra longitudinal mayor} \\ 24 \text{ diámetros del estribo} \\ 30 \text{ cm} \\ d/4 \end{cases}$$

Además, al menos una de cada dos barras longitudinales de la periferia deberá estar abrazada por la esquina de un estribo.
Fuera de l_1 habrán estribos a una separación $s_2 \leq d/2$.

Figura 8.3 Requisitos para refuerzo transversal de vigas de marcos de concreto.

La distribución de los momentos flexionantes a lo largo de la viga varía considerablemente durante un sismo y puede diferir significativamente de la que resultó del análisis. Es por ello que en marcos dúctiles se requiere que en ningún lecho la cuantía de refuerzo sea menor que la que proporciona un momento resistente igual a una cuarta parte del máximo momento resistente que se tenga en los extremos de la viga. Por motivos semejantes se requiere proporcionar en los extremos de las vigas un momento resistente positivo, por lo menos igual a la mitad del resistente negativo en la misma sección.

Los traslapes y cortes de barras introducen tensiones en el concreto que reducen su resistencia a cortante. Por ello, éstos no se admiten en las zonas donde se pueden formar articulaciones plásticas; como los extremos de las vigas en una longitud de dos peraltes medidos a partir del paño de la columna. Fuera de esas zonas, cuando se requieran traslapes deberán colocarse estribos cerrados a una separación no mayor de 10 cm, ni de un cuarto del peralte de la viga.

Es importante que el refuerzo longitudinal esté colocado con el recubrimiento y la separación entre barras que permitan una fácil colocación

del concreto y una adecuada transmisión de esfuerzos de adherencia al concreto. El requisito de no admitir paquetes de más de dos barras tiene como finalidad evitar concentraciones de esfuerzos de adherencia y favorecer una distribución uniforme del refuerzo longitudinal, que proporcione buen confinamiento al concreto.

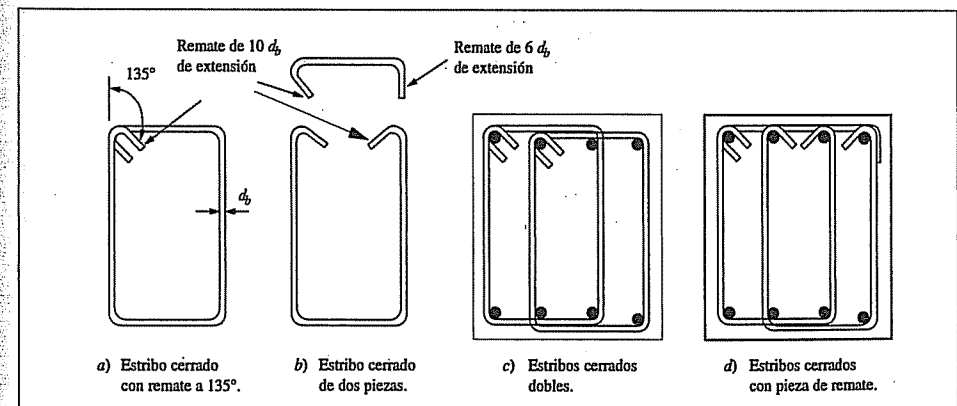
c) **Requisitos de refuerzo transversal.** Los estribos cumplen las funciones de fijar la posición del refuerzo longitudinal y de proporcionar resistencia a tensión en el alma de la viga evitando una falla frágil por cortante. Adicionalmente, una distribución adecuada de estribos cerrados incrementa sustancialmente la ductilidad de las secciones de concreto en flexión al proporcionar confinamiento al concreto del núcleo y al restringir el pandeo de las barras longitudinales en compresión. El suministro de estribos cerrados a una separación no mayor de medio peralte es requisito para vigas de marcos dúctiles y es recomendable en cualquier viga con una importante función estructural.

Los requisitos ilustrados en la figura 8.3 se refieren esencialmente a los estribos de confinamiento en las zonas de posible formación de articulaciones plásticas. Éstos deben ser cerrados, de una pieza y rematar con dobleces a 135° , como se indica en la figura 8.4. El remate a 135° es necesario para impedir que el estribo se abra al ser sometido a la presión producida por la expansión del concreto del núcleo interior, con lo cual perdería su función de proporcionar confinamiento. La ejecución de estos dobleces en obra presenta ciertas dificultades, por lo que el detalle es frecuentemente objetado por los constructores. Sin embargo, se trata de un requisito importante que debe ser respetado. Otras normas como el Código ACI admiten estribos de dos piezas como el indicado en la figura 8.4b.

Los estribos de confinamiento en los extremos de las vigas deben tener características similares a los de las columnas en cuanto a que deben restringir el pandeo de las barras longitudinales. De allí que se requieran estribos de ramas múltiples como los que se ilustran en las figuras 8.4c y d.

d) **Requisitos para fuerza cortante.** Como se explicó en la sección 1.3.3, la filosofía de diseño sísmico de marcos dúctiles pretende evitar que se presente una falla prematura por cortante que impida que lleguen a for-

Figura 8.4 Estribos para confinamiento (del código ACI).



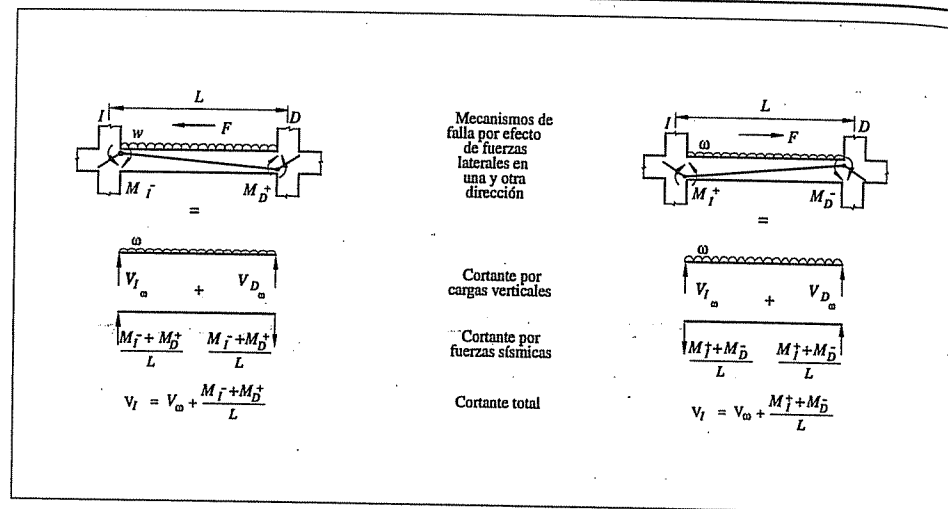


Figura 8.5 Determinación de las fuerzas cortantes de diseño para vigas de marcos dúctiles de concreto.

marse las dos articulaciones plásticas por flexión en los extremos de la viga. Por tanto, la viga tiene que ser capaz de soportar las cortantes que se presentan cuando se forma el mecanismo de falla aceptado, que consiste en la aparición de una articulación plástica de momento negativo en un extremo y, posteriormente, de una articulación plástica de momento positivo en el otro extremo o cerca de él. Los momentos flexionantes respectivos se calculan a partir del refuerzo longitudinal que resulte en las secciones extremas, para el cual el esfuerzo de fluencia se tomará igual a 1.25 el valor nominal, ya que en este caso es más desfavorable que el acero de refuerzo tenga una resistencia mayor que la especificada. La determinación de las fuerzas cortantes que se originan en esta situación se ilustra en la figura 8.5.

Considerando que el cálculo de la cortante de diseño con el procedimiento anterior puede resultar poco familiar a muchos proyectistas, las NTC-RCDF admiten como opción diseñar para las fuerzas cortantes que resulten del análisis, con la combinación de cargas más críticas pero adoptando un factor de resistencia F_s , igual a 0.6 en lugar de 0.8. Con esto se busca tener un factor de seguridad sustancialmente mayor contra falla por cortante que contra falla de flexión, de manera que la segunda sea la que rija. Con este segundo procedimiento puede llegarse a resultados poco conservadores con respecto al primero, si el refuerzo longitudinal que se coloca en las vigas es significativamente superior al requerido. Por tanto, es preferible hacer una revisión explícita de las resistencias relativas a flexión y cortante en los extremos de la viga, de acuerdo al primer método.

Adicionalmente, se prescribe ignorar la contribución del concreto a la resistencia al cortante, cuando la cortante de sismo domine sobre la carga vertical. Esto es para tomar en cuenta que la repetición de ciclos de carga alternada producidos por el sismo puede llegar a degradar el

mecanismo con el cual el concreto contribuye a la resistencia a cortante, después de que se han llegado a formar grietas de tensión diagonal.

La aplicación de estos requisitos se ilustra en el ejemplo 8.1.

8.2.4 Requisitos para columnas

Los requisitos se aplican, en general, a elementos que pueden estar sujetos a efectos de flexocompresión tales que la carga axial excede de $0.1 A_g f'_c$. Nuevamente se imponen restricciones mucho más severas de geometría, de refuerzo longitudinal y de refuerzo transversal a aquellas columnas que formen parte de marcos dúctiles.

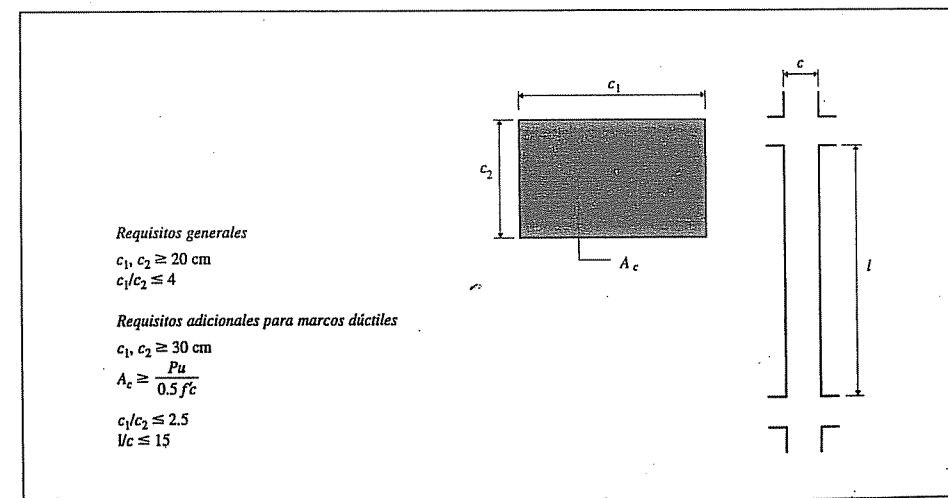
- a) *Requisitos geométricos.* La figura 8.6 presenta en forma comparativa los requisitos respectivos. La exigencia de una dimensión mínima de la columna tiene como objetivo asegurar un tamaño mínimo del núcleo confinado (una vez descontados los recubrimientos), que pueda mantener una capacidad significativa a carga axial, aun después que haya fallado el concreto del recubrimiento.

Se pide que el área de la sección transversal sea al menos igual a $0.5 P_u / f'_c$, para limitar el esfuerzo promedio de compresión sobre el concreto. Como se ha visto en la sección 4.4.1, la ductilidad de una sección disminuye rápidamente a medida que aumenta el nivel de carga axial sobre ella. Por tanto, mientras más pequeño se quede el esfuerzo promedio de compresión con respecto al máximo esfuerzo permitido, más garantía se tendrá de comportamiento dúctil.

Los otros requisitos geométricos tienen la intención de evitar que problemas de pandeo reduzcan la ductilidad de la columna.

- b) *Refuerzo longitudinal.* Los requisitos para el refuerzo longitudinal y el transversal se ilustran en la figura 8.7. El límite inferior para la cuantía de

Figura 8.6 Requisitos geométricos para columnas de marcos de concreto.



refuerzo longitudinal tiene el propósito de evitar que el acero fluya para cargas inferiores a la de fluencia teórica, a causa del flujo plástico del concreto que causa una transferencia de esfuerzos entre el concreto y el refuerzo. También pretende proporcionar a la columna una resistencia mínima a flexión.

El límite superior tiende, principalmente, a evitar el congestionamiento del refuerzo en la columna y en su intersección con las vigas. También se trata de una forma indirecta de evitar que la sección se vea sujeta a esfuerzos promedio de compresión muy elevados.

Figura 8.7 Requisitos de refuerzo para columnas de marco de concreto.

I Refuerzo longitudinal

Requisitos generales

$$\frac{20}{f_y} \leq \rho \leq 0.06.$$

Mínimo cuatro barras en columnas rectangulares y seis en circulares.

Requisitos para marcos dúctiles

$$0.01 \leq \rho \leq 0.04.$$

Paquetes de no más de dos barras.

Traslapos sólo en la mitad central de la altura libre de la columna.

II Refuerzo transversal

Requisitos generales

$$s_2 \leq \begin{cases} \frac{850 d_b}{\sqrt{f_y}} \\ 48 d_b \\ c_1/2, c_2/2 \end{cases}$$

s_1 menor o igual que la mitad de los límites para s_2 .

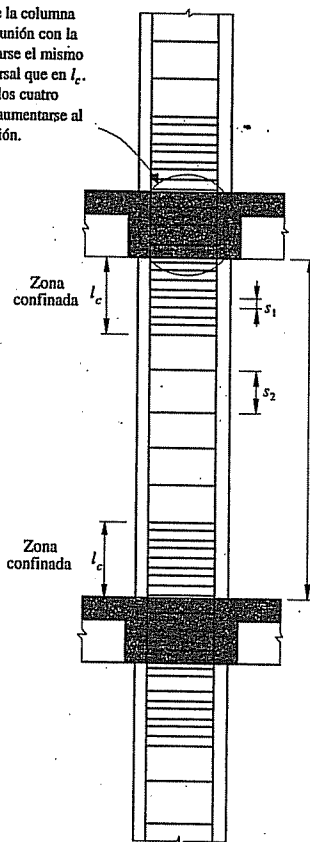
Requisitos para marcos dúctiles

$d_b \geq \# 3$

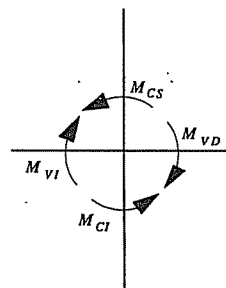
s_1 , mismos límites que para el caso general.

Además $s_1 \leq 10$ cm.

En la porción de la columna que atraviesa la unión con la viga debe colocarse el mismo refuerzo transversal que en l_c . Si hay vigas en los cuatro costados puede aumentarse al doble la separación.



$$l_c \geq \begin{cases} l/6 \\ 60 \text{ cm} \\ c_1, c_2 \text{ (ver figura 8.6).} \end{cases}$$



Nudo viga-columna

$$\Sigma M_C \approx 1.5 (\Sigma M_V)$$

$\Sigma M_V = M_{VD} + M_{VI}$, es la suma de los momentos flexionantes resistentes (negativo de un lado y positivo del otro) de los extremos de las vigas que llegan a un nudo.

$\Sigma M_C = M_{CS} + M_{CI}$, es la suma de los momentos flexionantes que deben ser capaces de resistir los extremos de las columnas (superior e inferior) que llegan a dicho nudo.

El momento resistente de la columna se calculará para la carga axial que le corresponde a la columna por efecto de la carga vertical más el doble de la que se genera para efecto de las fuerzas sísmicas actuando en la dirección correspondiente al signo de los momentos flexionantes considerados.

Al igual que en vigas, se limita a dos el número de barras que se pueden juntar para formar un paquete, con el fin de disminuir los problemas de adherencia con el concreto y propiciar una distribución de las barras lo más uniforme posible en el perímetro de la sección. De esta manera se logra un mejor confinamiento del concreto del núcleo.

Los traslapos sólo son aconsejables para barras de diámetro hasta # 8 y deben realizarse en la mitad central de la columna para evitar que sus extremos se vean afectados por las tensiones que se generan por la transmisión de esfuerzos en el traslape. Esta limitación no rige cuando se emplean uniones soldadas o con dispositivos mecánicos en los que no se tienen estos problemas.

- c) **Resistencia en flexocompresión.** El refuerzo longitudinal en columnas debe proporcionar la resistencia en flexocompresión necesaria para que las secciones de los extremos de las columnas permanezcan en su intervalo de comportamiento lineal, mientras que se forman articulaciones plásticas en los extremos de las vigas. Para ello se pide que se revise que las columnas sean capaces de resistir un momento superior en 50 por ciento al que le corresponde por equilibrio del nudo cuando se forman dos articulaciones plásticas en los extremos de las vigas que concurren a dicho nudo. La figura 8.8 aclara el procedimiento a seguir. Se requiere además que el momento flexionante resistente se determine para una carga axial igual a la ocasionada por las cargas gravitacionales más el doble de la que se ha obtenido del análisis por las cargas laterales debidas a sismo. Este incremento obedece a que, en el intervalo de comportamiento no lineal de la estructura, las cargas axiales sobre las columnas pueden incrementar-se notablemente arriba de las determinadas en el análisis que supone comportamiento lineal.

Se permite omitir la revisión de la capacidad en flexocompresión de las columnas para el mecanismo de falla con articulaciones plásticas en los extremos de las vigas y diseñar con los diagramas de fuerzas internas

Figura 8.8 Procedimiento para la revisión de la capacidad de flexocompresión de columnas de marcos dúctiles de concreto.

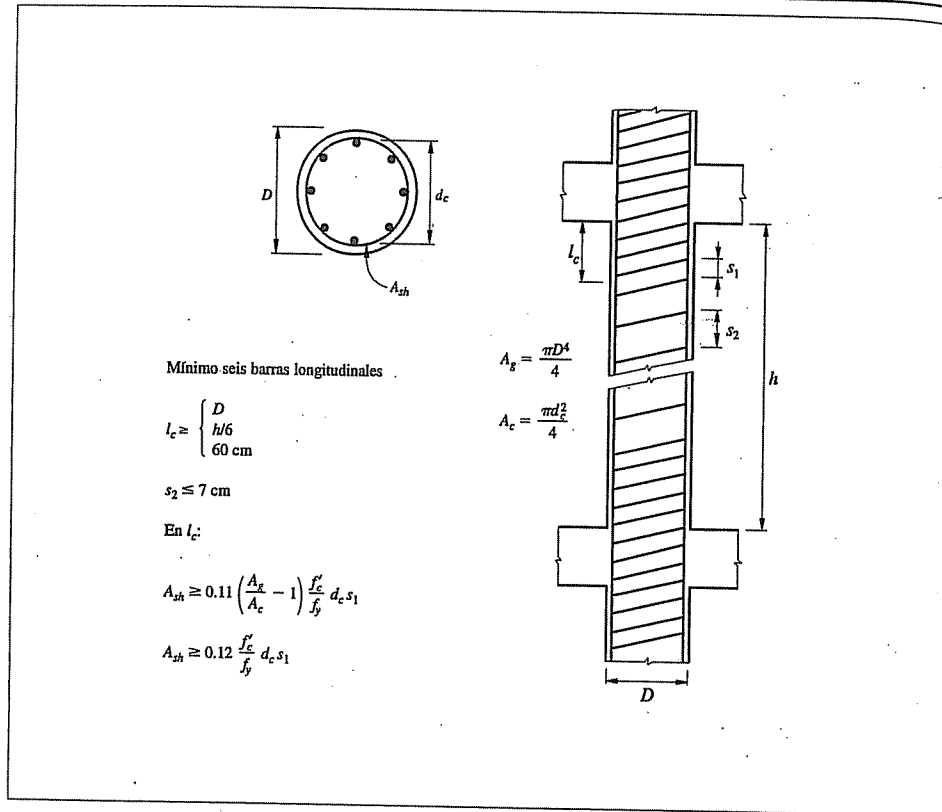
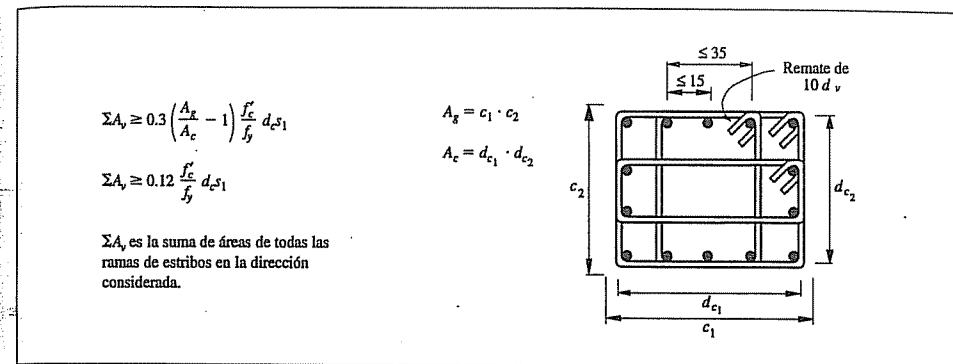


Figura 8.9 Requisitos para columnas zunchadas.

determinadas de un análisis elástico, si se emplea un factor de resistencia inferior (0.6 en lugar de 0.8). Con este factor de seguridad adicional en las columnas se supone que se puede garantizar la formación del mecanismo de falla de columnas fuertes-vigas débiles. Es recomendable en estructuras importantes seguir el primer procedimiento, ya que el factor de seguridad adicional prescrito puede ser insuficiente para lograr el propósito deseado.

- d) **Requisitos de refuerzo transversal.** Los requisitos al respecto tienen como función primordial proporcionar alto confinamiento a los extremos de las columnas, donde pueden requerirse rotaciones importantes. La longitud de las zonas donde se requiere de confinamiento especial se determina en la forma indicada en la figura 8.7. En la misma figura se definen los principales requisitos del refuerzo transversal en columnas.

La forma más apropiada para dar confinamiento al concreto es mediante un zuncho de refuerzo helicoidal (ver figura 8.9) que restrinja la expansión lateral del concreto cuando éste se vea sujeto a esfuerzos de compresión cercanos al máximo resistente. Sin embargo, el refuerzo helicoidal es práctico de usarse sólo en columnas circulares y en ocasiones en



las cuadradas. En el resto de los casos, la forma más práctica de proporcionar confinamiento es mediante estribos de varias ramas o combinaciones de estribos y grapas poco espaciados. En la figura 8.10 se ilustran los requisitos de distribución de refuerzo longitudinal y transversal, así como la forma de cumplir con el requisito de que la cuantía de refuerzo transversal debe ser igual a la que se denomina "cuantía balanceada de refuerzo helicoidal". En la figura 8.11 se muestra cómo lograr confinamiento con combinaciones de estribos y grapas.

Hay que tener en mente que el arreglo de estribos debe procurar reducir al mínimo la longitud de las ramas de cada estribo, para evitar que éstas se flexionen hacia afuera por la presión que ejerce el concreto del núcleo al tratar de expandirse y que debe cumplir el requisito general siguiente:

"Habrá estribos cerrados formando un ángulo no mayor de 135° alrededor de al menos una de cada dos barras longitudinales y de todas las barras de esquina; ninguna barra longitudinal no soportada por la esquina de un estribo distará más de 15 cm de otra barra que sí esté soportada."

Figura 8.10 Requisitos de distribución de refuerzo en columnas de estribos.

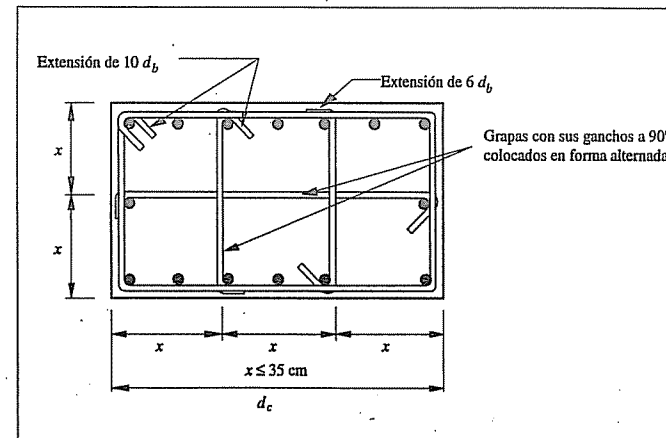


Figura 8.11 Combinaciones de estribos y grapas admisibles para confinamiento de columnas, según el Reglamento ACI 83.

El principal objetivo de este requisito es impedir que las barras longitudinales se pandeen hacia afuera una vez que se pierda el recubrimiento. Nuevamente hay que recordar la importancia de que los remates de los estribos sean en dobleces con un ángulo de 135° hacia el interior del núcleo confinado para evitar que estos remates se abran al desprenderse el recubrimiento y el estribo pierda su anclaje.

En la figura 8.12 se ejemplifican algunos arreglos convenientes del refuerzo longitudinal y transversal en columnas de estribos. Obsérvese que el refuerzo longitudinal se distribuye lo más uniformemente posible en el perímetro de la sección para que proporcione de manera más efectiva el confinamiento al núcleo.

- e) *Requisitos de resistencia a fuerza cortante.* Debe proporcionarse una resistencia a cortante suficiente para que puedan desarrollarse las articulaciones plásticas en los extremos de las vigas; por tanto, se requiere diseñar para las cortantes que se determinan de un mecanismo simplificado de equilibrio del nudo (figura 8.13), tomando un factor de seguridad de 1.5 con respecto a la resistencia en flexión de las vigas y suponiendo que el momento de disequilibrio se distribuye en partes iguales entre la columna superior y la inferior. Nuevamente se admite el procedimiento optativo de diseñar con las cortantes el resultado del análisis elástico, pero adoptando un factor de resistencia de 0.5. Para columnas sujetas a cargas axiales moderadas, debe ignorarse la contribución del concreto a la

Figura 8.12 Arreglos admisibles de refuerzo en columnas de marco dúctiles de concreto.

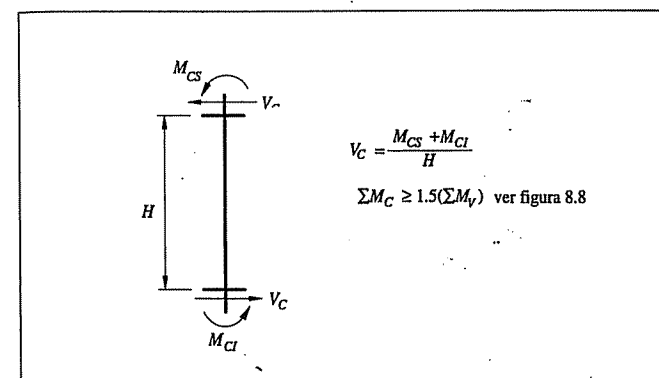
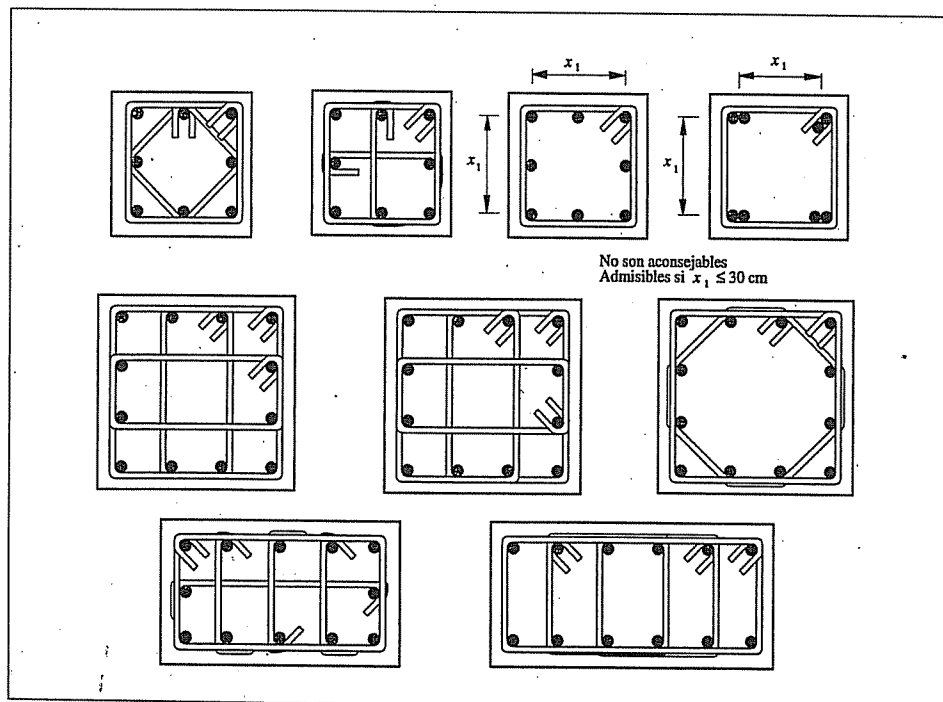


Figura 8.13 Procedimiento para la revisión de la capacidad por cortante de las columnas de marcos dúctiles.

resistencia en cortante, ya que ésta puede perderse por deterioro de la fricción a lo largo de las grietas de tensión diagonal, debido a los ciclos de repetición de cargas alternadas producidas por el sismo.

Los requisitos de confinamiento y de resistencia a cortante dan lugar a una cantidad de refuerzo transversal notablemente superior en columnas de marcos dúctiles que en las que sólo deben cumplir con los requisitos generales. Es ésta la diferencia más significativa y la que más influye en el costo de la estructura.

8.2.5 Uniones viga-columna

Deben cuidarse tres aspectos en el diseño de uniones viga-columna de marcos que deben resistir fuerzas sísmicas.

- El confinamiento del concreto en la zona de unión.
- El anclaje y la adherencia del refuerzo que atraviesa la junta.
- La resistencia a fuerza cortante de la conexión.

Es necesario proporcionar confinamiento al núcleo de concreto también en la zona de intersección de la columna con las vigas del sistema de piso. Por ello debe prolongarse el refuerzo transversal especificado para los extremos de las columnas también en la zona de intersección (figura 8.7). Cuando se trata de una columna interior que tiene vigas en sus cuatro costados, la situación es menos crítica, ya que el concreto adyacente proporciona restricción a las deformaciones transversales del núcleo de la columna. En este caso se admite aumentar al doble el espaciamiento de los estribos en la unión, con respecto al necesario en los extremos de la columna.

El problema del anclaje del refuerzo en las conexiones viga-columna presenta características distintas en las uniones extremas que en las interiores. En las primeras el anclaje de las barras longitudinales es necesario para el desarrollo del momento resistente en el extremo del elemento. Este anclaje se proporciona mediante un gancho estándar en el extremo de la barra, más una longitud horizontal dentro del núcleo de la columna igual a la que se indica en la figura 8.14. Cuando se emplean barras de gran diámetro es posible que el ancho de la columna

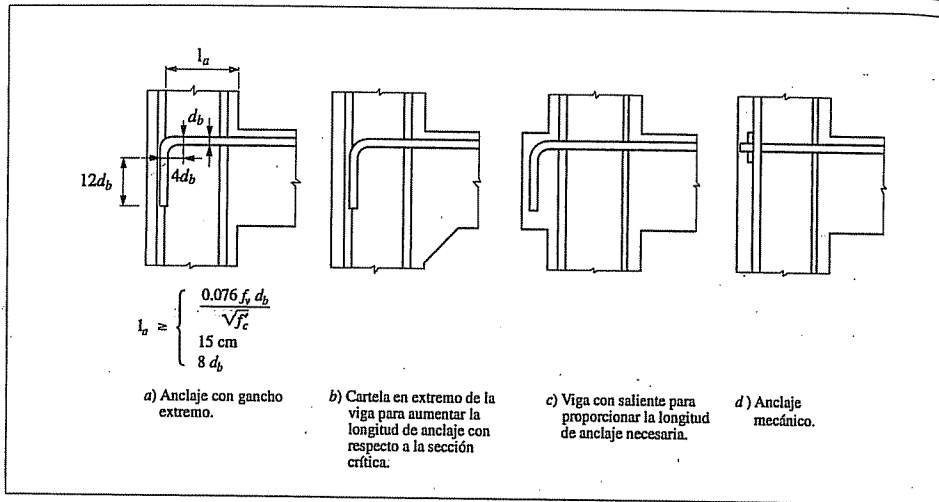


Figura 8.14 Anclaje del refuerzo longitudinal en vigas extremas de marcos dúctiles.

no sea suficiente para proporcionar la longitud de anclaje al refuerzo de la viga. En ese caso debe optarse por emplear barras de menor diámetro, o ensanchar la columna, o proporcionar algún anclaje mecánico al refuerzo (ver figura 8.14).

En las conexiones interiores el problema es el que se ha descrito en la sección 4.4.2, es decir, la posible falta de longitud suficiente de la conexión para permitir el cambio de signo de los esfuerzos en el acero longitudinal, desde tensión en una cara de la columna hasta compresión en la otra. Los requisitos al respecto tratan de evitar que pérdidas locales de adherencia den lugar a rotaciones inelásticas excesivas en la conexión y que las barras de refuerzo que deberían estar en compresión permanezcan con esfuerzos de tensión para poder proporcionar anclaje, originando así que el concreto esté sujeto a esfuerzos de compresión mayores que los previstos. Para tal objeto se establece en marcos dúctiles una relación mínima de 20 entre el ancho de la columna o viga y el diámetro de las barras longitudinales que le atraviesan (ver figura 8.15). Se admite reducir dicho límite a 15 para columnas con cargas axiales elevadas en cuyas barras es poco probable que se tengan que desarrollar esfuerzos elevados de torsión y también para estructuras en que la mitad o más de las fuerzas laterales sean resistidas por otros elementos más rígidos que los marcos, como muros de concreto o contravientos, en cuyo caso la demanda de deformación inelástica para la estructura es menor.

Como se aprecia de los resultados del ejemplo 8.1, estas restricciones son muy severas en determinar el tamaño de las columnas y vigas de un marco.

El tercer aspecto que hay que revisar en el comportamiento sísmico de las uniones viga-columna es que su capacidad por cortante sea suficiente para que se desarrollen articulaciones plásticas de signos contrarios en los extremos de las vigas que llegan a la conexión.

La situación se ilustra en la figura 8.16, con base en las fuerzas que intervienen en el equilibrio del nudo. Nuevamente se debe considerar un esfuerzo de

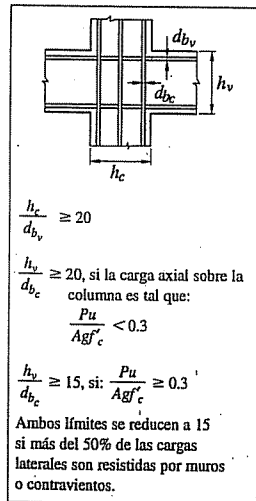
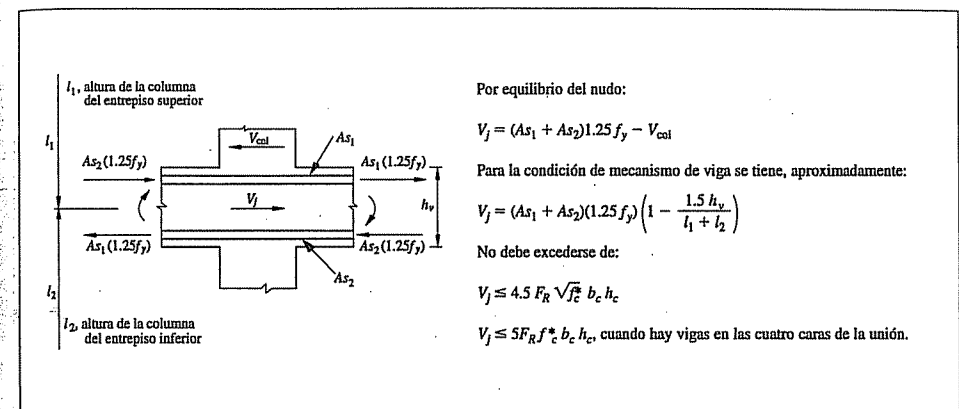


Figura 8.15 Dimensiones mínimas de vigas y columnas en uniones interiores de marcos dúctiles de concreto.



fluencia incrementado en 25 por ciento. Para evitar que en la unión se presenten grietas diagonales que puedan progresar rápidamente, se requieren estribos en la porción de la columna que atraviesa la unión, de refuerzo longitudinal lo más uniformemente distribuido en el perímetro de la columna, y que se mantenga pequeño el esfuerzo cortante promedio en la conexión. La presencia de vigas en las cuatro caras de la conexión es muy favorable para la resistencia en cortante y así lo reconocen las expresiones para el esfuerzo cortante permisible en las conexiones, las cuales se consignan en la figura 8.16.

8.2.6 Requisitos para losas planas

Los sistemas de piso de losas de concreto, sin vigas y apoyadas directamente sobre las columnas, son muy populares para edificios, especialmente en la modalidad de losa reticular o aligerada, en la que se forma una retícula de nervaduras en dos direcciones con una zona sólida de concreto alrededor de las columnas. El sistema presenta algunos problemas en su comportamiento sísmico, consistentes principalmente en su excesiva flexibilidad ante cargas laterales, para las dimensiones usuales de losas y columnas, y en la concentración de esfuerzos cortantes en la zona de la losa alrededor de la columna, la que propicia deformaciones inelásticas importantes y posibilidad de una falla frágil por punzonamiento.

El desempeño sísmico observado de este tipo de estructuras ha sido muy pobre y ha dado lugar a una desconfianza generalizada en el sistema. Si bien es cierto que los daños graves se han dado en estructuras con defectos flagrantes y que, en su mayoría, los daños se han originado por problemas de resistencia de las columnas y no de la losa misma, hay que aceptar que el sistema es muy poco eficiente para resistir cargas laterales y que su uso debe asociarse, en edificios de varios pisos, a la combinación con elementos mucho más rígidos ante cargas laterales, como muros de concreto o marcos rígidos de fachada.

El análisis por cargas laterales se realiza generalmente sustituyendo la losa por un sistema de vigas ortogonales de ancho equivalente que forman

Figura 8.16 Revisión por cortante de las uniones viga-columna de marcos dúctiles de concreto.

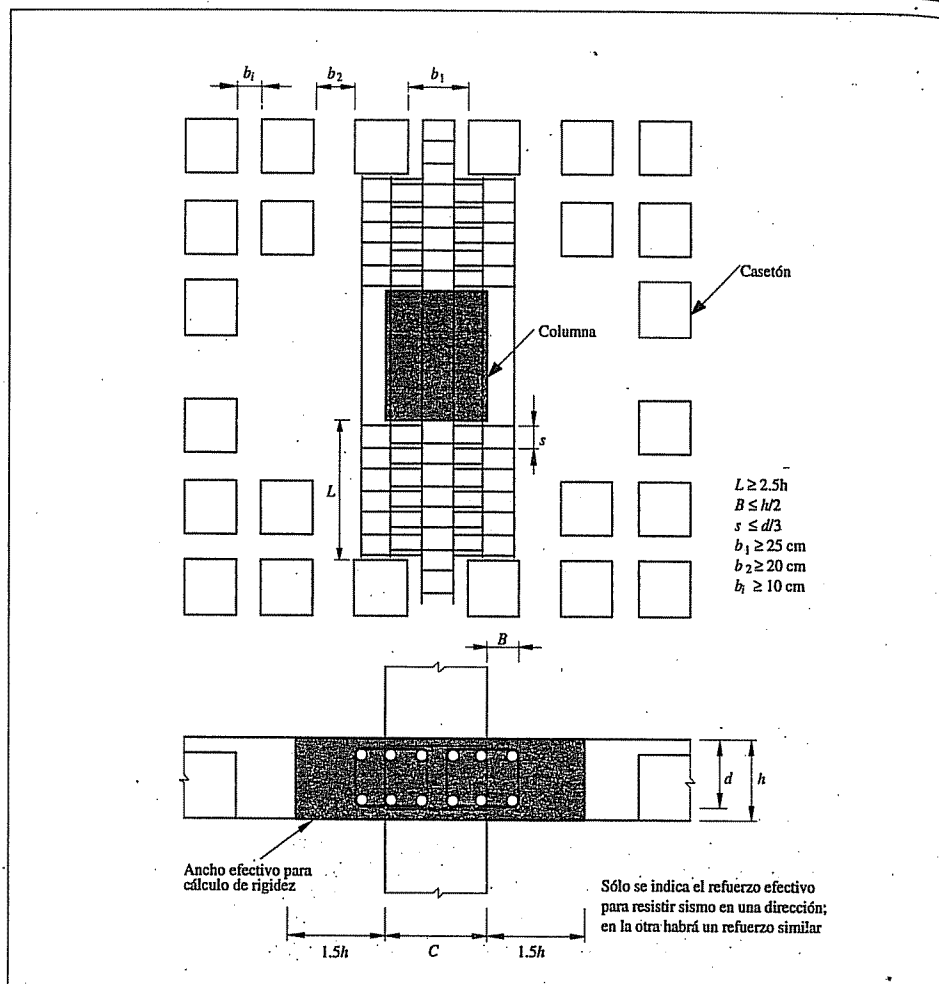


Figura 8.17 Refuerzo en la conexión losa plana-columna.

marcos en dos direcciones, las que se analizan como marcos convencionales. La ocurrencia de rotaciones concentradas en la unión viga-columna desde niveles bajos de carga, hace aconsejable adoptar hipótesis conservadoras acerca de la rigidez de las vigas equivalentes. Las Normas de Concreto del RCDF indican que debe considerarse efectivo únicamente un ancho de losa igual al de la columna más vez y media el peralte de la losa a cada lado de la misma, para fines del cálculo del momento de inercia de la viga equivalente (ver figura 8.17). Métodos más refinados y más racionales implican la consideración de marcos equivalentes que incluyen barras adicionales cuya rigidez torsional representa la rotación local en la unión losa-columna (véase Park y Gamble, 1980).

El RCDF castiga severamente estos sistemas mediante la especificación de factores de comportamiento sísmico (Q) bajos que reflejan la poca capacidad de disipación de energía en campo inelástico. Se acepta $Q = 3$ en estructuras muy regulares y de pocos pisos, o en aquellas en que la mayor parte de las cargas laterales sea resistida por muros de concreto que cumplen con los requisitos de ductilidad que se describen en la sección siguiente. En caso de que no se cumplan tales condiciones se debe adoptar $Q = 2$.

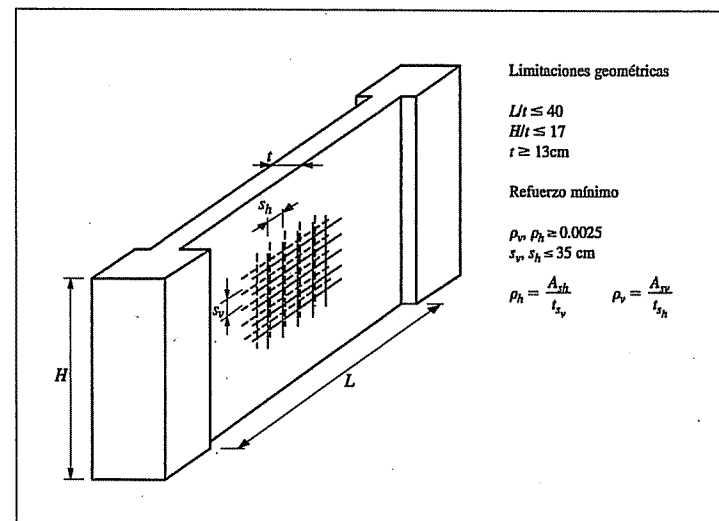
Para asegurar una correcta transmisión de los momentos y esfuerzos cortantes que se generan por efecto de las fuerzas laterales en la unión entre la losa y las columnas, se exige una serie de requisitos que se resumen en la figura 8.17 y que consisten esencialmente en que debe existir una nervadura ancha sobre el eje de columnas, que aloje la mayor parte del refuerzo necesario para resistir efectos sísmicos; además se requiere una zona de concreto sólido de buen tamaño en la cual exista refuerzo por cortante para evitar la falla frágil por punzonamiento. Este refuerzo por cortante consistirá generalmente en un par de vigas cruzadas formadas por la nervadura de columnas y el refuerzo adicional necesario para resistir las fuerzas sísmicas, unidas por estribos de varias ramas con un espaciamiento mínimo de un tercio del peralte efectivo.

8.2.7 Requisitos para muros

El comportamiento sísmico de las estructuras con muros y contravientos ha sido descrito en las secciones 4.4.3 y 4.4.6. Los sistemas a base de muros basan su desempeño ante sismos más en su alta rigidez y resistencia a cargas laterales que en su comportamiento inelástico, por lo que los requisitos de ductilidad prescritos por las normas son en general más simples que los de marcos. Las Normas del RCDF permiten que se adopte el factor de comportamiento sísmico $Q = 4$, en estructuras de marcos y muros, sólo cuando los primeros son capaces de resistir al menos 50 por ciento de las fuerzas sísmicas, mientras que cuando esto no se cumple deberá adoptarse $Q = 3$. En ambos casos el diseño de los muros debe cumplir requisitos que evitan que la ductilidad se vea limitada por algún modo de falla frágil.

Los requisitos geométricos ilustrados en la figura 8.18 pretenden evitar el pandeo del alma del muro por los altos esfuerzos de compresión que originan en uno de sus extremos los momentos flexionantes debidos al sismo. Por estar sujetos a estas altas fuerzas de compresión, los extremos de muros

Figura 8.18 Requisitos geométricos y de refuerzo en muros de concreto.



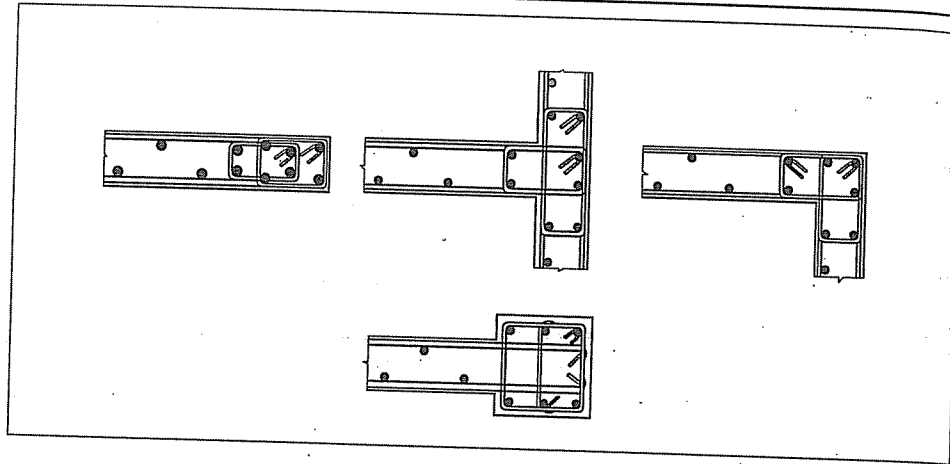


Figura 8.19 Refuerzo en los extremos de muros de concreto.

deben cumplir requisitos similares a los de las columnas de marcos. De hecho es conveniente que el muro termine en una columna propiamente dicha en la cual el refuerzo longitudinal necesario pueda distribuirse en forma adecuada y confinarse con un refuerzo transversal cerrado. La figura 8.19 muestra diversas opciones para confinar los extremos de los muros.

Otro aspecto que hay que cuidar para prevenir comportamiento frágil de los muros es su falla por cortante. A tal propósito obedecen los diversos requisitos de refuerzo mínimo horizontal y vertical en el alma del muro, que se resumen en la figura 8.18.

Es frecuente que sea necesario dejar aberturas en los muros para permitir el paso o para alojar ductos. Esto origina concentraciones de esfuerzos en las esquinas de los huecos en los que se requiere colocar refuerzo especial. Si los huecos son de grandes dimensiones, es deseable colocar columnas embebidas en el espesor del muro, como se indica en la figura 8.20.

Un modo de falla que se ha presentado con cierta frecuencia, sobre todo en muros bajos, es el de deslizamiento de la base por efecto de la fuerza cortante, como se comentó en la sección 4.4.3. Para eliminar este tipo de falla, es necesario, además de cuidar la continuidad del concreto en las juntas de colado, que haya una cuantía mínima de refuerzo cruzando la junta para que se desarrolle la fricción que proporciona la resistencia a fuerza cortante.

En muros que rellenan crujías rodeadas por vigas y columnas es importante que el refuerzo vertical y horizontal del muro quede anclado en los elementos periféricos para lograr una distribución uniforme de fuerzas entre el marco y el muro y evitar que haya altas concentraciones de esfuerzos con las esquinas del muro.

Como se mencionó en la sección 4.4.3, las vigas que acoplan a dos muros están sujetas a una condición muy severa de solicitaciones. Cuando la relación claro a peralte de estas vigas de acoplamiento es pequeña, los efectos de cortante dominan sobre los de flexión y se requiere de un esfuerzo especial que evite la falla frágil por cortante. Es recomendable colocar un refuerzo diagonal como el indicado en la figura 8.21 cuando la relación claro o peralte de la viga sea menor que dos.

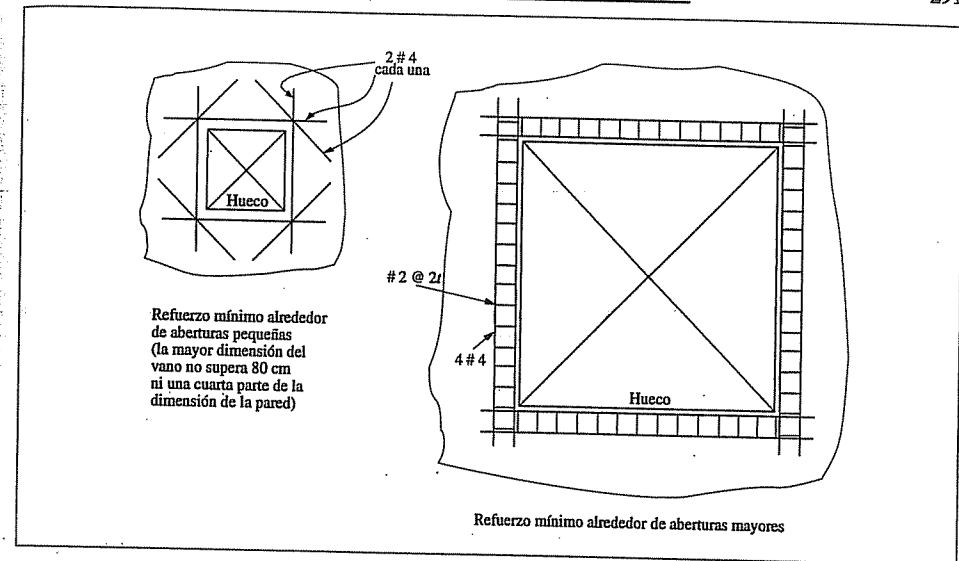


Figura 8.20 Detalles recomendados de refuerzo alrededor de aberturas en muros de concreto.

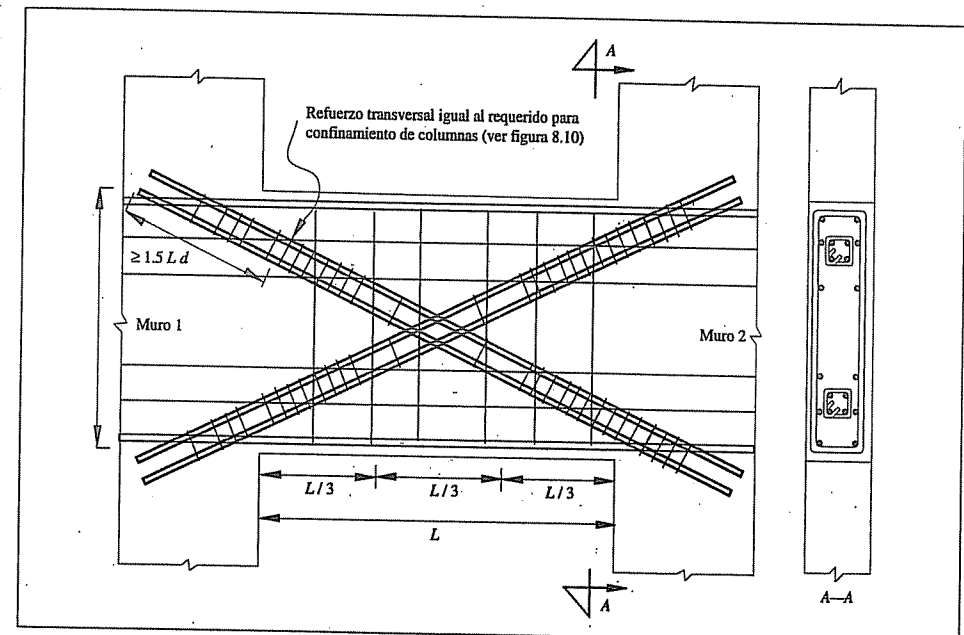


Figura 8.21 Refuerzo de viga de acoplamiento que une muros de cortante (para $L/h \leq 2$).

8.3 REQUISITOS PARA ESTRUCTURAS DE ACERO

8.3.1 Conceptos generales

Las estructuras de acero diseñadas de acuerdo con los códigos modernos poseen características muy favorables de capacidad de disipación de energía que las hacen muy idóneas para resistir los efectos sísmicos. Esto ha sido demostrado por el buen desempeño que en general estas estructuras han tenido durante sismos importantes. Por esta razón, los requisitos especiales que se imponen para las estructuras de acero en zonas sísmicas no son muy numerosos.

Sin embargo, hay que poner atención en que la ductilidad intrínseca de este material no se anule por la ocurrencia de algún modo de falla frágil, como falla frágil en soldadura o por concentraciones de esfuerzos, fallas por pandeo local o global de un elemento (por carga axial o inestabilidad lateral) y fallas locales en conexiones. A estos aspectos se refieren esencialmente los requisitos reglamentarios para estructuras en zonas sísmicas. Las Normas Técnicas para Estructuras Metálicas (NTEM) del RCDF incluyen el capítulo 11 relativo a requisitos para estructuras dúctiles, los que deben observarse para aquellas estructuras a base de marcos, solos o con contravientos, en los que se adopte $Q = 4$ ó $Q = 3$. En los incisos siguientes se presentan algunas recomendaciones generales, así como los requisitos reglamentarios.

8.3.2 Material

Los aceros para fines estructurales poseen todas las características adecuadas de ductilidad; conviene en la verificación de calidad de estos materiales poner especial atención a los siguientes aspectos:

- Elongación.** La deformación de ruptura debe cumplir con el mínimo aceptado por la norma, ya que ésta es una propiedad esencial para el buen comportamiento sísmico. Las NTEM especifican que debe verificarse que el acero tenga una fluencia definida hasta una deformación unitaria de al menos uno por ciento y que su alargamiento de ruptura sea ser por lo menos de 20 por ciento.
- Uniformidad de resistencia.** Es importante cuidar que la resistencia de todos los elementos estructurales empleados sea muy uniforme, para evitar que el comportamiento inelástico se concentre sólo en algunas secciones en las que puedan requerirse rotaciones excesivas. Hay que recordar que, en lo que respecta a comportamiento sísmico, el exceso de resistencia en algunas partes de la estructura puede ser perjudicial y que, por tanto, debe cuidarse que la variación en las propiedades del material sea pequeña.
- Ausencia de defectos de laminación en los perfiles empleados.** En ocasiones en el proceso de laminación se originan grietas o separación de capas que debilitan los elementos.
- Soldabilidad.** Cuando las uniones entre elementos son a base de soldadura, el material debe poseer las características necesarias para que pueda soldarse con facilidad, dando lugar a una estructura continua en que las zonas de soldadura no constituyan puntos débiles donde puedan presentarse fallas prematuras o una deformación inelástica excesiva. A este

respecto, además de las buenas propiedades del material, es esencial ejercer un estricto control sobre la calidad de la ejecución de la soldadura. Para los requisitos sobre este punto puede consultarse, por ejemplo, el Manual de Construcción en Acero (IMCA, 1993).

8.3.3 Requisitos para vigas

Los requisitos se aplican a miembros principales de marcos en los que la carga axial no excede de diez por ciento de la fluencia ($P_u < 0.1 P_y$). Los objetivos son favorecer que los mecanismos de deformación inelástica se caractericen por articulaciones plásticas en los extremos de las vigas y que en estas zonas cuenten con gran capacidad de rotación.

a) Requisitos geométricos

Las relaciones de esbeltez de los miembros y las proporciones de las secciones deben ser tales que se eviten problemas de pandeo lateral o local, aun para grandes deformaciones inelásticas. Para ellas las secciones deben cumplir con los requisitos correspondientes a secciones Tipo 1 (compactas y con gran capacidad de rotación inelástica, véase capítulo 2 de las Normas). Los principales requisitos son los siguientes.

- Las vigas deben ser de sección transversal I o en cajón, que tengan dos ejes de simetría.
- Los patines deben estar conectados en forma continua al alma.
Los dos requisitos anteriores limitan los tipos de sección a utilizarse a aquellos que puedan desarrollar grandes rotaciones sin problemas de pandeo local. Se elimina la posibilidad de emplear secciones de alma abierta o de lámina delgada.
- El claro libre de las vigas no será menor que cinco veces el peralte de su sección transversal, ni el ancho de sus patines mayor que el ancho del patín o el peralte del alma de la columna a que se conecten. De esta manera se pretende evitar vigas muy cortas en que predominan los efectos de cortante sobre los de flexión y vigas más anchas que las columnas en que no hay una transmisión adecuada de momentos entre los dos elementos.
- La excentricidad entre el eje de la viga y el de la columna no debe exceder de una décima parte de la dimensión de la columna en la dirección normal a la viga.
Este requisito es similar al establecido para marcos de concreto y pretende evitar que por la acción de marco se presenten torsiones y cortantes elevados en las vigas y columnas.
- La relación ancho a grueso de los patines de secciones I, H ó T o de secciones en cajón no excederá de $460/F_y$, y la de patines de secciones en cajón y de atiesadores no excederá de $1600/F_y$.
Con esto se limita la posibilidad de pandeo local de los patines cuando éstos estén sometidos a compresión.
- La relación ancho a grueso del alma no excederá de $3500/F_y$.

En todas las expresiones anteriores, F_y es el esfuerzo de fluencia nominal del acero, en kg/cm².

b) Requisitos para fuerza cortante

De manera muy similar a lo que se ha descrito para vigas de marcos dúctiles de concreto, las Normas de acero requieren que la fuerza cortante de diseño se determine por equilibrio de las vigas cuando se presentan articulaciones plásticas de signos opuestos en sus extremos y considerando un esfuerzo de fluencia incrementado en 25 por ciento sobre el nominal. También aquí se admite la opción de dimensionar con las fuerzas cortantes obtenidas del análisis, pero empleando un factor de reducción de 0.70 en lugar del 0.90 que se especifica para el caso general.

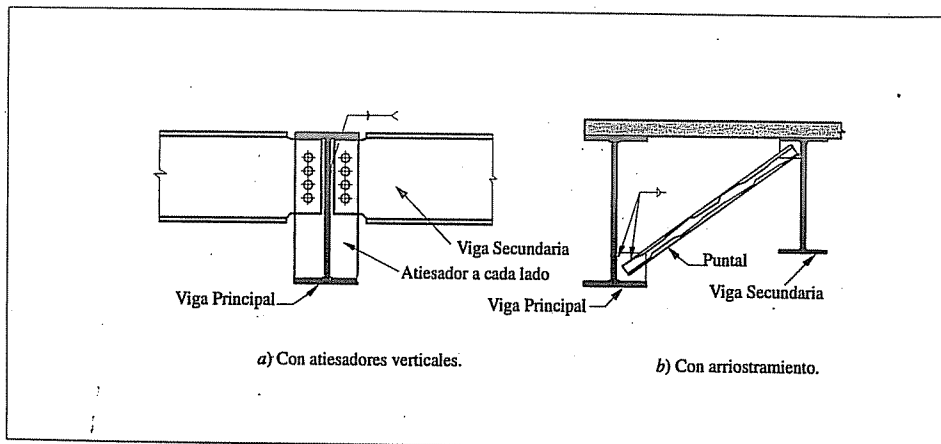
De esta manera se trata de prevenir que la ductilidad de los marcos se vea limitada por la falla por cortante de las vigas y que se pueda desarrollar la gran capacidad de rotación de las articulaciones plásticas en los extremos.

c) Soporte lateral

Las secciones de las vigas en que puedan formarse articulaciones plásticas deben estar soportadas lateralmente para evitar la posibilidad de pandeo lateral, no sólo en el intervalo de comportamiento lineal sino aun en campo inelástico. En general se considerará que las articulaciones plásticas se forman en cada extremo de las vigas en una longitud igual a un peralte de la viga, medida a partir del paño de la columna. La distancia entre puntos de soporte lateral en las zonas de articulaciones plásticas no debe exceder de $L_p = 1250/F_y$.

Hay que considerar que no es suficiente proporcionar soporte lateral al patín superior de la viga, lo cual se da usualmente al estar éste restringido por una losa de concreto u otro elemento de piso. Debido a que el mecanismo de falla postulado considera la aparición de articulaciones plásticas de momento positivo en los extremos de las vigas, también el patín inferior de éstas debe estar soportado lateralmente para evitar su pandeo local. Esto puede lograrse por medio de atiesadores verticales de rigidez adecuada soldados a los patines y al alma de la viga, o a través de puntales conectados a los elementos vecinos, como se ilustra en la figura 8.22.

Figura 8.22 Soporte lateral del patín inferior de vigas.



Además, en las zonas de articulaciones plásticas deben evitarse agujeros que propicien comportamiento frágil de la región.

8.3.4 Requisitos para columnas

Estos requisitos son extensivos a todos los elementos en flexocompresión en que la carga axial excede de 10 por ciento de la de fluencia.

a) Requisitos geométricos

Al igual que en vigas, se requiere que las secciones cumplan con los requisitos para secciones compactas con gran capacidad de rotación inelástica (Tipo 1) y que la esbeltez sea reducida para no propiciar la falla por pandeo de la columna. Los requisitos se resumen en los siguientes incisos.

- Las secciones transversales serán H o en cajón. En secciones en cajón (rectangular hueca) la relación de la mayor a menor de sus dimensiones exteriores no excederá de dos y su dimensión mínima será por lo menos de 20 cm. En secciones H, el ancho de los patines no será mayor que el peralte total, la relación peralte a ancho del patín no excederá de 1.5 y el ancho de los patines será cuando menos de 20 cm.
- La relación ancho a grueso de los patines de las secciones H no excederá de $830/F_y$. Para las almas de las secciones H y para las placas de las secciones en cajón esta relación será como máximo $2100/F_y$.
- La relación de esbeltez de la columna en la dirección más desfavorable no excederá de 60.
- Es deseable que el nivel de esfuerzos de compresión en la columna se mantenga bajo, para contar con cierta capacidad de rotación. Para ello conviene que el tamaño mínimo de la sección sea tal que el esfuerzo promedio de la carga vertical de diseño no exceda de 60 por ciento del de fluencia.

b) Resistencia en flexión y cortante

Al igual que para marcos dúctiles de concreto, aquí también se imponen requisitos para procurar que en el mecanismo de falla no intervengan deformaciones inelásticas por falla en flexocompresión o cortante de las columnas y que se cumpla la condición de columna fuerte-viga débil.

La capacidad en flexocompresión de los extremos de las columnas se revisará con las condiciones de equilibrio del nudo cuando se presentan articulaciones plásticas de signos opuestos en los extremos de las vigas que concurren a dicho nudo. En este caso dicha condición se expresa con la siguiente relación:

$$\sum Z_c (F_{yc} - f_a) > \sum Z_u F_{yu} \quad \text{para } f_a > 0$$

en que $\sum Z_c$ y $\sum Z_u$ son las sumas de los módulos de sección plásticos de las columnas y de las vigas que concurren al nudo en el plano del marco en estudio, f_a es el esfuerzo normal en las columnas, producido por la fuerza axial de diseño y F_{yc} y F_{yu} son los esfuerzos de fluencia del acero de las columnas y de las vigas, respectivamente.

Nuevamente se admite la opción de dimensionar las columnas con las fuerzas internas provenientes del análisis, pero con un factor de reducción de resistencia de 0.7.

De manera congruente con lo anterior, la fuerza cortante para el dimensionamiento de cada columna debe determinarse por equilibrio de la misma, suponiendo que en sus extremos obran momentos del mismo sentido y de magnitud igual a los momentos resistentes de las columnas. También aquí se admite la opción de dimensionar con las cortantes provenientes del análisis y con un $F_R = 0.7$.

8.3.5 Requisitos para uniones viga-columna

La conexión debe diseñarse para las fuerzas que se introducen al formarse las articulaciones plásticas en los extremos de las vigas, considerando que los momentos de fluencia de las vigas se incrementan en 25 por ciento. Los requisitos detallados se describen en la sección 5.8 de las NTEM. Los aspectos principales se ilustran en la figura 8.23 y en términos cualitativos, se resumen en lo siguiente:

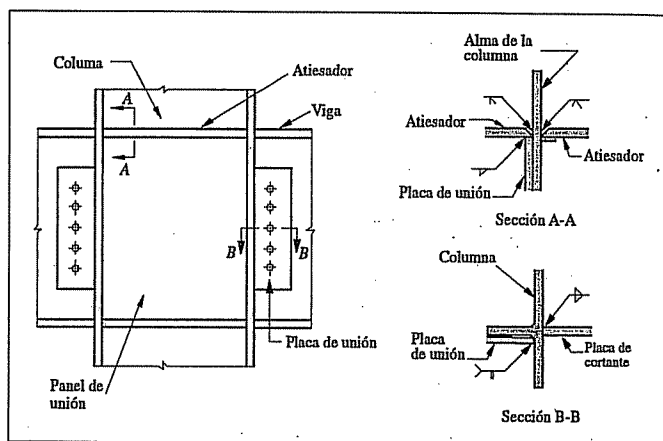


Figura 8.23 Conexión típica viga-columna para marco dúctil.

- Conectar ambos patines de las vigas a los de las columnas para que los primeros puedan desarrollar su esfuerzo de fluencia.
- Colocar atiesadores en la columna en coincidencia con los patines de las vigas, para que resistan 1.25 veces la fuerza de fluencia de los patines.
- Conectar el alma de las vigas a los patines de la columna, de manera de poder transmitir la fuerza cortante total.
- Revisar la resistencia a cortante del alma de la columna en el tablero de la junta para la fuerza que se introduce al formarse las articulaciones plásticas.

8.3.6 Elementos de contraviento

El comportamiento sísmico de estructuras de acero con contravientos se ha examinado en la sección 4.4.6. La capacidad de disipación de energía inelástica es

limitada si los elementos de contraviento son incapaces de resistir compresión. Por ello, en estructuras de edificios que se diseñan con factores de comportamiento sísmico elevados ($Q = 4$ ó $Q = 3$) es importante que los contravientos tengan una capacidad en compresión significativa. Para ello, el Código ATC-3 recomienda, por ejemplo, que la capacidad en compresión del contraviento sea al menos igual a la mitad de su capacidad en tensión. También es recomendable que la relación de esbeltez sea reducida ($K l/r < 30$) y que las secciones sean en H o en cajón para evitar el pandeo local.

La conexión del contraviento al marco debe ser capaz de resistir 1.25 veces la resistencia en tensión del elemento. La figura 8.24 presenta uniones típicas de contravientos.

8.4 ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERÍA

8.4.1 Consideraciones generales

Las estructuras con muros de carga de mampostería basan su seguridad sísmica en la resistencia a carga lateral proporcionada por una muy elevada área transversal de muros en cada dirección. No puede contarse en este caso con grandes deformaciones inelásticas de la estructura para disipar la energía introducida por el sismo. Por tanto, los factores de comportamiento sísmico que permiten reducir las fuerzas elásticas son bastante reducidos (de dos como máximo) y reflejan la limitada capacidad de deformación inelástica que puede alcanzar la mampostería.

Por lo anterior, no se imponen a estas estructuras requisitos de ductilidad particularmente severos. Sin embargo, se requiere de cierto refuerzo que reduzca la posibilidad de fallas frágiles.

El refuerzo que se requiere en los muros de mampostería tiene la finalidad primordial de ligar entre sí los elementos estructurales (muros en una dirección con los de la dirección transversal, muro de un piso con la losa y con los de los pisos adyacentes entre sí) propiciando un trabajo de conjunto de la estructura y evitando la posibilidad de que los muros se separen como en un castillo de naipes.

En segundo lugar, el refuerzo debe proveer a la mampostería de cierta resistencia a tensión (sea por flexión o por cortante) para subsanar la baja resistencia que la mampostería tiene a este tipo de esfuerzos. Finalmente, el refuerzo debe proporcionar cierto confinamiento a los muros para mantener su capacidad de carga después de su agrietamiento.

Los requisitos de refuerzo son relativamente sencillos y no se apartan mucho de la práctica generalmente adoptada para este tipo de estructuras.

8.4.2 Mampostería confinada

Este tipo de estructura se caracteriza por los elementos de concreto que rodean los paneles de mampostería, y que se conocen como castillos y dalas. La norma

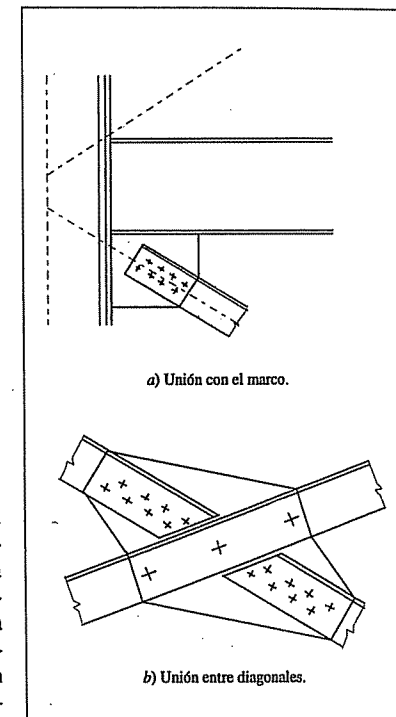


Figura 8.24 Uniones típicas de contravientos.

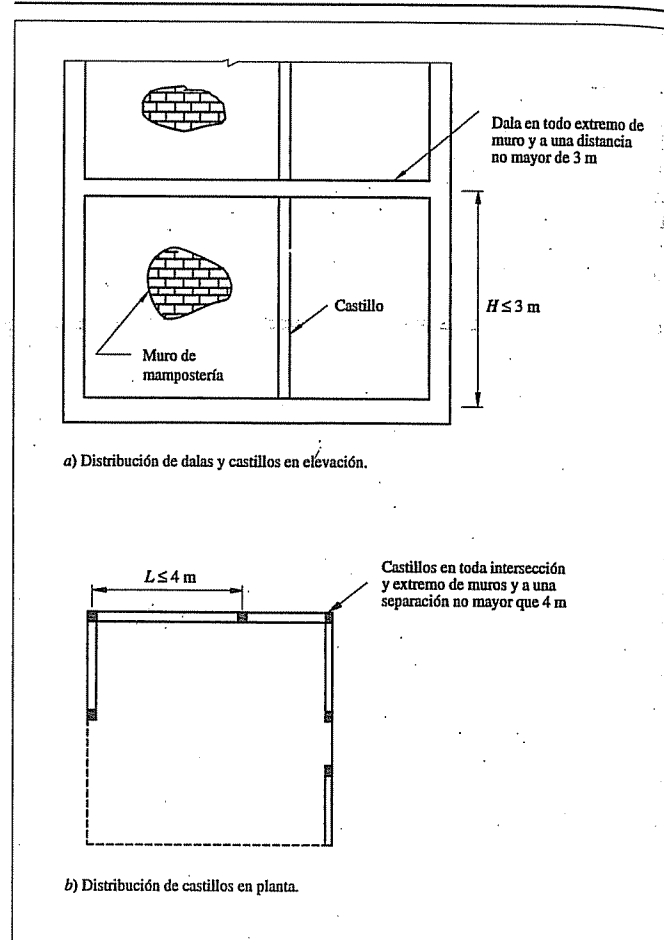
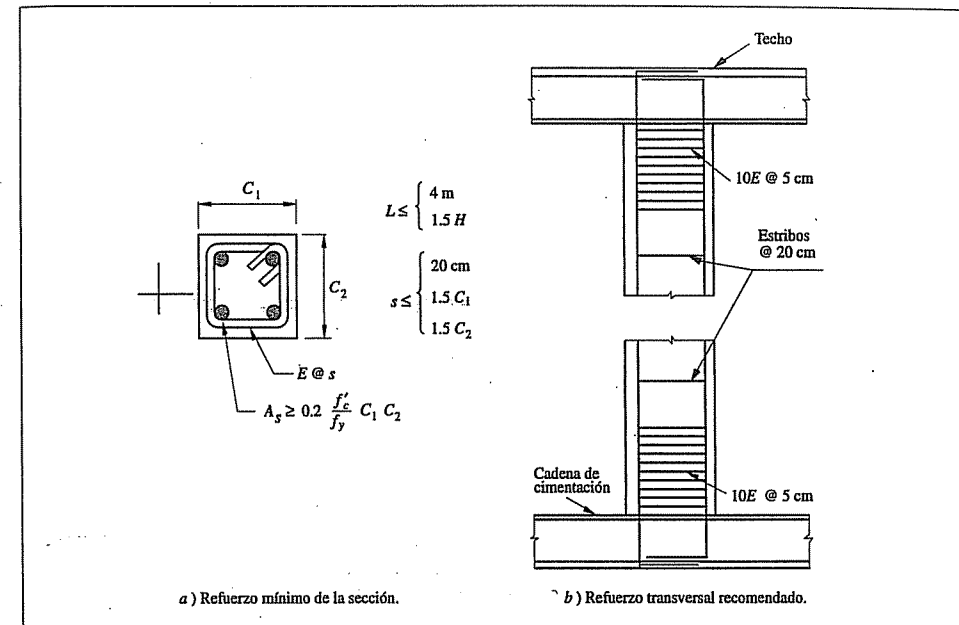


Figura 8.25 Elementos de refuerzo en muros de mampostería confinada.

de mampostería tiene disposiciones precisas acerca de la distribución de estos elementos, de sus propiedades geométricas y de su refuerzo. Estos requisitos se presentan esquemáticamente en las figuras 8.25 y 8.26.

Es importante destacar que se requieren castillos en los extremos de cada muro, en cada intersección de muros y en la periferia de huecos de grandes proporciones.

Acerca del refuerzo de castillos y dalas, éste debe cumplir los requisitos para los elementos de concreto reforzado, en particular los relativos a traslape y anclaje de barras y los de recubrimiento. Las cuantías mínimas especificadas para el refuerzo longitudinal tienden a lograr cierta resistencia a tensión del castillo, sobre todo para absorber momentos flexionantes en el plano del muro. También se pretende con ello garantizar cierta resistencia a carga axial del castillo para tomar concentraciones de carga vertical, así como evitar la falla por deslizamiento de la base del muro por efecto de la fuerza cortante.



Los estribos de dalas y castillos sirven principalmente para armar, o sea, mantener en su posición el refuerzo longitudinal; su separación garantiza una contribución a la resistencia a fuerzas cortantes. Resulta conveniente que los extremos de los castillos posean una resistencia significativa a fuerzas cortantes para sostener la capacidad de carga del muro, una vez que éste se agrieta diagonalmente. Por tal razón, es recomendable que en los dos extremos de cada castillo, en una longitud de por lo menos 50 cm, los estribos se coloquen a una separación de no más de la mitad del peralte de la sección.

Para un correcto trabajo integral del castillo y el muro es importante que haya una buena adherencia entre estos elementos. Deben tomarse medidas en la construcción para lograrlo, como dejar una superficie irregular del borde de muro que va a estar en contacto con el concreto de los castillos.

Hay que tener en cuenta, por otra parte, que las cuantías mínimas de refuerzo longitudinal especificadas para los castillos pueden ser muy inferiores a las necesarias para resistir los momentos flexionantes que resultan de un análisis sísmico refinado de la estructura. Por ello, es conveniente en estructuras de varios pisos hacer estimaciones, aunque sean aproximadas, de los momentos de volteo en los muros y calcular el refuerzo necesario en los castillos para resistir dichos momentos.

8.4.3 Mampostería reforzada

El acero de refuerzo en esta modalidad estructural pretende cumplir objetivos semejantes a los que tiene en la mampostería confinada. En este caso, en lugar de

Figura 8.26 Refuerzo mínimo de dalas y castillos.

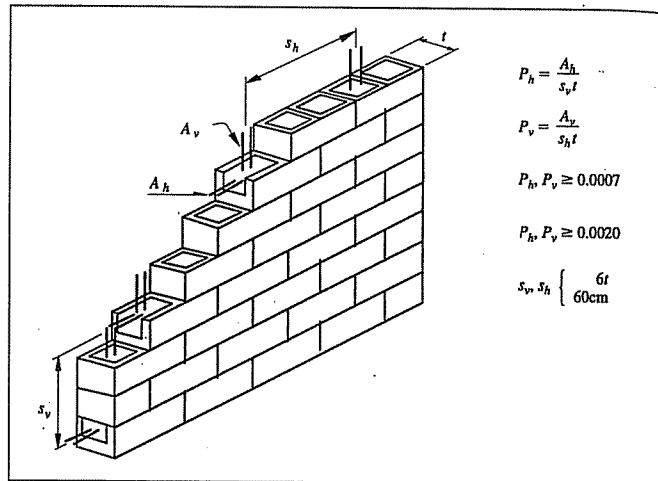


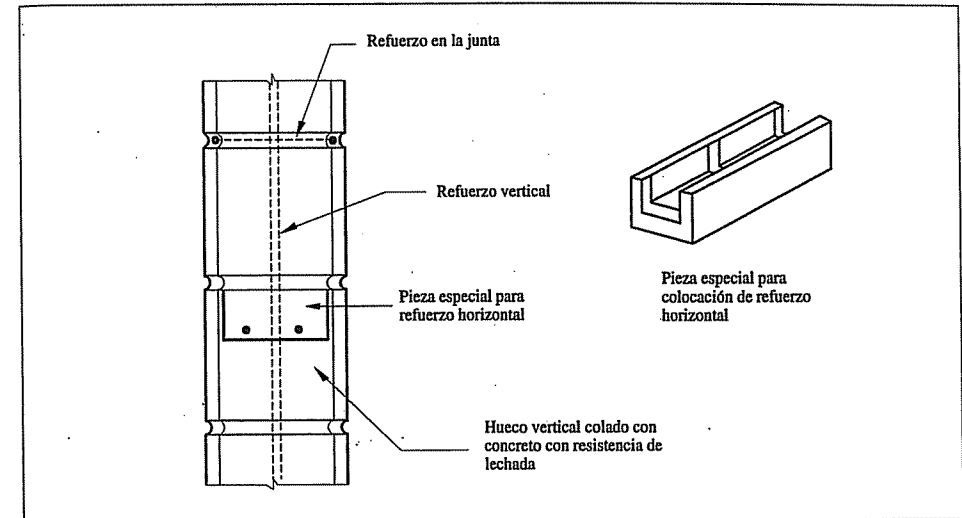
Figura 8.27 Requisitos de refuerzo para mampostería reforzada.

concentrar el refuerzo en elementos periféricos, éste se distribuye en el tablero, y queda embebido en los huecos de las piezas o en las juntas.

Los requisitos mínimos para el refuerzo vertical y horizontal de la mampostería reforzada se presentan esquemáticamente en la figura 8.27. Las cuantías de refuerzo son moderadas y no proporcionan una contribución significativa a la resistencia del muro a fuerza cortante. La especificación deja un margen amplio para distribuir la cuantía total entre refuerzo vertical y horizontal. Para asegurar resistencia a flexión del muro y contar con suficiente acero vertical para conectar el muro con las losas, es recomendable colocar dos terceras partes de la cuantía total en dirección vertical y el restante en la horizontal. Para lograr que el refuerzo horizontal pueda proporcionar ductilidad al muro es necesario colocar una cuantía refuerzo horizontal igual a 0.0007, según recomienda la sección 4.3.2 de las Normas Técnicas de Mampostería. Cuando se cuente con este refuerzo puede incrementarse la resistencia a fuerza cortante de diseño en 25 por ciento.

El refuerzo mínimo especificado no garantiza una ductilidad elevada de los muros. Por ello, el factor de comportamiento sísmico especificado por el reglamento es muy reducido, $Q = 1.5$, teniendo en cuenta que las piezas huecas que se usan para este tipo de mampostería son más frágiles que las macizas. Puede lograrse una ductilidad mucho más significativa si se aumentan las cantidades de refuerzo horizontal y vertical y si se llenan todos los huecos con concreto.

Un aspecto crítico de esta modalidad de mampostería es la correcta colocación del refuerzo en cuanto a su posición y a su recubrimiento, lo cual requiere el uso de piezas especiales, como las mostradas en la figura 8.28, que cuenten con los ductos adecuados para colocar el refuerzo. Es particularmente crítica la situación del refuerzo horizontal. En México, es costumbre colocarlo dentro de las juntas de mortero y no son fácilmente accesibles las piezas especiales. Es difícil lograr el recubrimiento adecuado en esta forma (una vez el diámetro de la barra o 1 cm).



Para que esta mampostería tenga usos estructurales importantes, como sucede en otros países, es necesario contar con las piezas adecuadas, capacitar a los obreros para su adecuada construcción y contar con una estricta supervisión para garantizar el correcto colado de los huecos y la apropiada posición del refuerzo.

Figura 8.28 Modalidades de colocación del refuerzo horizontal en mampostería confinada.

Capítulo 9

Elementos no estructurales

9.1 CONCEPTOS GENERALES

Gran parte del daño económico causado por sismos importantes que han afectado centros urbanos se debe a costos de reparación o reposición de aquellos elementos de las construcciones que se considera no forman parte de su estructura resistente. Entre éstos pueden distinguirse, por una parte, los equipos e instalaciones alojados por la construcción y, por otra, los elementos arquitectónicos como paredes divisorias, puertas, ventanas, recubrimientos, fachadas, plafones, etcétera.

Uno de los dos objetivos fundamentales de un correcto diseño sísmico establece que debe procurarse evitar el daño no estructural causado por sismos moderados que pueden presentarse varias veces durante la vida útil de la construcción. Para cumplir dicho objetivo, los códigos estipulan desplazamientos laterales admisibles para el sismo de diseño. Los valores que fijan los códigos para los desplazamientos admisibles son de manera ficticia muy superiores a los que la mayoría de los elementos no estructurales son capaces de soportar sin daño. Lo anterior obedece a que no se pretende que dichos elementos toleren sin daño alguno el sismo de diseño, sino que se busca que no haya daño no estructural sólo para sismos de intensidad muy inferior a la de diseño; en lugar de definir un sismo de menor intensidad para el cual deben revisarse las deformaciones laterales, se incrementan las deformaciones admisibles bajo el sismo de diseño.

Para limitar las deflexiones laterales a los valores admisibles, debe proporcionarse rigidez lateral suficiente a la construcción en su totalidad y cuidar que la forma y los detalles de la estructura sean tales que no den lugar a amplificaciones locales de las deformaciones. En la figura 9.1 se ilustran los desplazamientos laterales que hay que controlar, así como las dos situaciones que considera el RCDF: el caso A en que hay elementos no estructurales ligados a la estructura de manera que están obligados a seguirla en su deformación y el caso B en que los elementos no estructurales están conectados a la estructura de manera que ésta puede vibrar y deformarse libremente sin introducir distorsiones en los elementos no estructurales, en este caso representados por un muro divisorio. El reglamento admite en el primer caso un desplazamiento relativo $\psi = 0.006$ y en el segundo $\psi = 0.012$.

A: muro integrado a la estructura
B: muro separado de la estructura
 $\psi = \frac{D}{h} =$ Distorsión del entrepiso
 $\psi_{adm} = 0.006$ Caso A
 $\psi_{adm} = 0.012$ Caso B

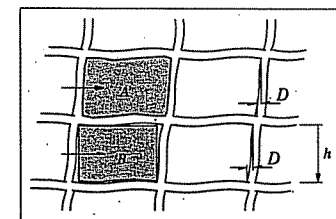


Figura 9.1 Distorsiones admisibles de entrepiso.

Además de la revisión de los desplazamientos laterales de la estructura, el cuidado de los elementos no estructurales debe incluir:

- La revisión de las fuerzas de inercia que se inducen en los elementos debido a su propia masa y que pueden causar su falla o volteo local.
- La revisión de las holguras y detalles necesarios para que los elementos no estructurales se comporten en la forma supuesta en el diseño.

Estos dos problemas se tratan en los incisos siguientes de este capítulo.

Como lecturas adicionales sobre este tema se recomienda el texto de Gupta (1990) y el capítulo de Sabol (1989) en el manual editado por Naeim.

9.2 MÉTODOS DE DISEÑO

El procedimiento especificado por el reglamento se refiere a apéndices, es decir, a aquellas partes de la construcción que ya sea no forman parte de la estructura o tienen una estructuración radicalmente diferente que la estructura principal; se cubren tanto apéndices estructurales (tanques, torres, etcétera) como equipos y elementos arquitectónicos en los que se requiera revisar su estabilidad ante sismo.

Las acciones sísmicas en un apéndice dependen del movimiento del terreno y de la interacción dinámica entre el edificio y el apéndice. Dicha interacción es compleja, especialmente al considerar el comportamiento inelástico que se admite para la estructura principal bajo el efecto del sismo de diseño.

El problema se muestra esquemáticamente en la figura 9.2. Por tener el apéndice características de masa y estructuración radicalmente diferentes a las de la estructura principal, su respuesta sísmica no puede predecirse con los métodos de análisis estático o dinámico por espectro de respuesta estipulados por el reglamento.

La forma correcta de determinar las fuerzas que se inducen en el apéndice, implica obtener las características del movimiento al que está sujeto el piso sobre el que está desplantado (o del que está colgado) y analizar para ese movimiento la respuesta del apéndice, el cual se puede idealizar generalmente como un sistema de un grado de libertad. Esto puede hacerse incluyendo el apéndice en el

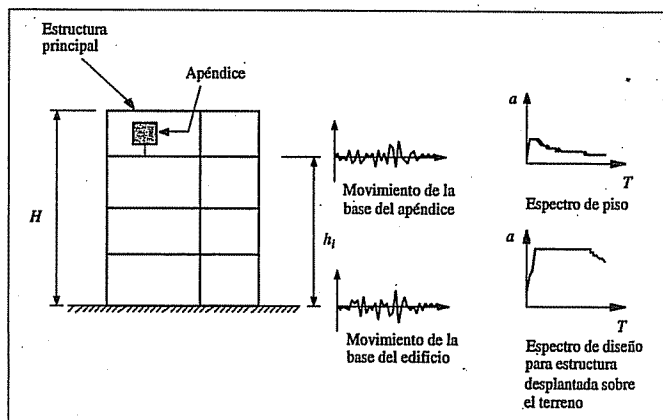


Figura 9.2. Vibración de un apéndice.

modelo de la estructura principal y realizando un análisis dinámico del conjunto. Debido a que el apéndice tiene usualmente masas mucho menores que las de la estructura, la solución del modelo conjunto suele presentar dificultades numéricas. Además, es frecuente que en la etapa de diseño no se conozcan en detalle las características del apéndice. Por tanto, cuando la masa del apéndice es despreciable con respecto a la de la estructura, es preferible realizar primero el análisis de ésta ignorando el apéndice, o a lo más incluyendo su masa en la del piso en que se apoya. De esto se obtiene el movimiento de la base del apéndice, sea en función de una aceleración máxima, de un acelerograma, o de un espectro de aceleraciones. Este resultado se usa como excitación para un modelo del apéndice que se analiza por separado.

Para evitar las complicaciones que implican los procedimientos anteriores, los reglamentos aceptan que para edificios comunes, el diseño sísmico de los apéndices se realice con coeficientes sísmicos fijados en forma convencional y que, multiplicados por el peso del apéndice, proporcionan una fuerza lateral estática equivalente que se considera aplicada en el centro de gravedad del apéndice.

El RCDF fija un procedimiento que toma en cuenta en forma simplificada los factores que definen la acción sísmica en el apéndice. En la sección 8.2 de las Normas de Diseño por Sismo se especifica que debe determinarse la distribución de fuerzas que actuaría en el apéndice si éste estuviera apoyado directamente sobre el suelo; si el apéndice se puede idealizar como un sistema de una masa concentrada en su centro de gravedad, esta fuerza vale:

$$\frac{c_o W_{ap}}{Q_{ap}}$$

siendo c_o el coeficiente sísmico que corresponde a la zona de subsuelo en cuestión, según el artículo 206; W_{ap} es el peso del apéndice y Q_{ap} el factor de comportamiento sísmico aplicable, según la forma en que está estructurado el apéndice. En este paso no es posible hacer alguna reducción de la fuerza sísmica considerando el periodo de vibración del apéndice, debido a que esa reducción se basa en la forma del espectro del movimiento del terreno y aquí lo que debería emplearse es el espectro del movimiento del punto de desplante del apéndice; como la forma de dicho espectro no se conoce, se opta de manera conservadora por no hacer reducciones por este concepto. En caso de que el apéndice tenga una estructura más compleja, deberá determinarse la distribución completa de fuerzas, incluyendo, cuando proceda, los efectos de torsiones o de amplificaciones por funcionar como péndulo invertido, antes de proceder a las correcciones siguientes:

La fuerza o fuerzas determinadas con el procedimiento anterior, deberán multiplicarse por el factor.

$$1 + \frac{4c'}{c}$$

en que c' es el coeficiente por el que se multiplican los pesos a la altura de desplante del apéndice cuando se calculan las fuerzas en la estructura principal. En un análisis estático, se obtiene en general

$$c' = \frac{c}{Q_{es}} \frac{(\sum W_i) h_i}{(\sum W_i h_i)}$$

en la expresión anterior W_i es el peso del nivel de interés y h_i su altura medida desde el desplante de la construcción; Q_{es} es el factor de reducción por ductilidad que corresponde a la estructuración principal.

El coeficiente $1 + 4c'/c$ representa un factor de amplificación dinámica que vale uno para un apéndice desplantado a nivel de terreno y tiende a $4c'/c$ a medida que la altura de la construcción crece.

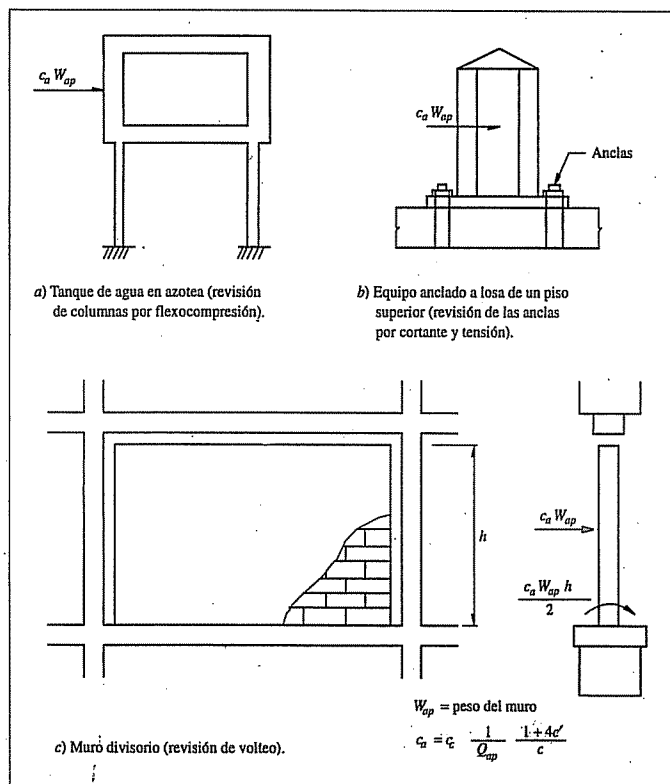
Con las fuerzas resultantes del procedimiento anterior, se procede al análisis estático del apéndice y a su diseño con los métodos convencionales.

El procedimiento debe aplicarse, por ejemplo, al diseño de los elementos de refuerzo de un muro divisorio aislado de la estructura principal, colocado en un piso superior de un edificio; al diseño de las anclas de un equipo fijado a una losa de un edificio, así como al diseño de un tanque desplantado en la azotea de una construcción. Estos ejemplos se ilustran esquemáticamente en la figura 9.3.

Debido a que en general los apéndices son estructuras isostáticas, o con poca redundancia, no tienen gran capacidad de disipación inelástica de energía

y conviene adoptar para su diseño un factor de comportamiento, $Q_{ap} = 1$; sólo se justifica un valor mayor cuando su estructura sea claramente dúctil.

Figura 9.3 Algunos casos que deben tratarse como apéndices.



9.3 DETALLES PARA AISLAR ELEMENTOS ARQUITECTÓNICOS

Las características de los elementos arquitectónicos que se especifican en un proyecto, y los detalles con que éstos se fijan a la estructura, deben ser congruentes con el criterio con que se ha diseñado la estructura y deben tener en cuenta los efectos sísmicos a los que estos elementos no estructurales van a estar sujetos. Hay que prever que, aunque dichos elementos se designen como no estructurales, pueden sufrir solicitaciones durante un sismo, debidas por una parte a las fuerzas de inercia que se generan por su propia masa

y por otra, a las deformaciones inducidas por la estructura con la que están en contacto al desplazarse por efectos del sismo.

En general, se tienen dos opciones en cuanto a la protección sísmica de los elementos arquitectónicos: una consiste en desligarlos de la estructura principal de manera que las deformaciones de ésta no les afecten, y la otra en ligarlos a la estructura, pero limitando los desplazamientos de ésta a valores que no produzcan daños en los elementos no arquitectónicos; sin embargo, ambas opciones presentan dificultades apreciables.

Al desligar un elemento no estructural (muro, recubrimiento, ventana, etcétera) de la estructura principal, deben preverse detalles que aseguren su estabilidad ante los efectos del sismo y ante otras acciones como cargas vivas o viento que pueden producir vibraciones molestas en dichos elementos desligados. Además, deben cuidarse otros requisitos de funcionamiento de la construcción como el aislamiento térmico y acústico, la estanqueidad y la apariencia. Con frecuencia resulta costoso cumplir simultáneamente todas estas condiciones.

Cuando no se desligan los elementos arquitectónicos, hay que revisar, por una parte que su presencia no afecte de manera desfavorable el comportamiento de la estructura al interactuar con ella, y por otra, que los desplazamientos que ésta sufra no sean excesivos. En general, esta solución es conveniente para estructuras con alta rigidez lateral que no se ve alterada por la interacción con los elementos no estructurales y que da lugar a bajos desplazamientos laterales.

A continuación se mencionan las precauciones más convenientes para algunos elementos usuales.

a) Muros divisorios

Estos elementos son los que han causado mayores problemas en edificios de cierta altura y que presentan mayores dificultades para encontrarles una solución adecuada.

La modalidad más frecuente en nuestro medio es todavía la de construir las paredes divisorias y de colindancia a base de muros de mampostería de tabique, bloque de concreto u otras piezas de características semejantes. Por una parte, esta mampostería da lugar a muros muy rígidos que tienden a trabajar estructuralmente y absorber una fracción importante de las fuerzas sísmicas; por otra parte, se trata de materiales en general muy frágiles que sufren daños para deformaciones pequeñas. Es necesario tomar precauciones especiales con los muros de este material. Otros materiales que se emplean cada vez con mayor frecuencia en edificios son a base de armazones metálicas o de madera y de recubrimientos de yeso o de triplay; estas paredes son mucho más flexibles y ofrecen mejores posibilidades de ser protegidas contra daños por sismo.

Cuando se opta por integrar los muros a la estructura y éstos son de material rígido (como la mampostería), es necesario considerarlos como elementos estructurales. En el capítulo 2 se han especificado procedimientos para considerar la interacción entre estos muros y la estructura principal. Deberá revisarse que las deformaciones laterales de la estructura queden dentro de los límites tolerables para este caso ($\psi = 0.006$) y que los esfuerzos que se inducen en la mampostería no excedan su resistencia. Un problema que presenta esta opción es que la localización de los muros puede ser poco favorable para la respuesta sísmica de la estructura, y dar lugar a excentricidades en planta muy elevadas que inducen torsiones importantes en la estructura principal y en los muros mis-

mos. Esto es particularmente grave cuando existen muros de colindancia en edificios de esquina.

Otro problema que debe preocupar al proyectista es la posibilidad de remoción o de cambio de posición de los muros durante la vida de la construcción. Como estos elementos son considerados generalmente no estructurales, los propietarios o usuarios del inmueble proceden con frecuencia a redistribuciones del espacio interior de los distintos pisos, las que dan lugar a posiciones de muros que pueden resultar en distribuciones de efectos sísmicos radicalmente distintas de las que se consideraron en el diseño.

La integración de los muros divisorios a la estructura es más apropiada cuando se trata de estructuras rígidas (ya sea marcos robustos de pocos pisos o estructuras con muros de rigidez de concreto o con arriostramientos). En este caso la respuesta sísmica es poco sensible a la presencia de los muros divisorios y sus desplazamientos laterales son pequeños y no provocan daños en dichos muros. Un problema especial de la integración de los muros a la estructura se presenta cuando el muro no abarca la altura total de entrepiso; aquí el muro rigidiza al marco haciendo que este elemento absorba una porción importante de la fuerza sísmica; esta fuerza tiene que ser resistida totalmente por la parte descubierta de la columna, provocando con frecuencia su falla por cortante (figura 9.4). Se recomienda en estos casos proteger las columnas con abundante refuerzo por cortante. Resulta mucho más conveniente, sin embargo, separar estos muros de la estructura principal, evitando la interacción tan desfavorable.

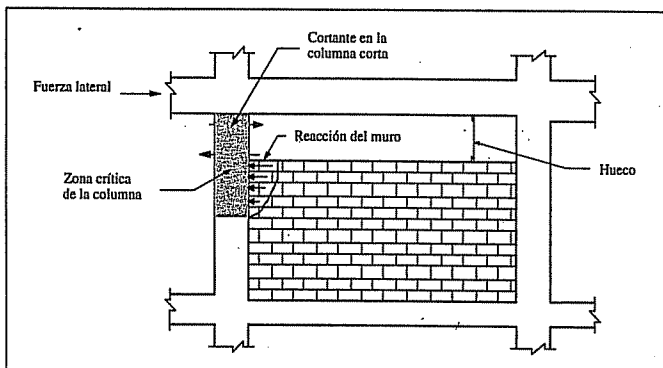


Figura 9.4 Efecto de una columna corta en muro diafragma de altura incompleta.

Cuando las paredes que se pretenden integrar a la estructura son de tipo flexible, su interacción con la estructura es menos crítica, pero debe seguirse cuidando que los desplazamientos laterales no las afecten. Una solución que presenta ventajas es la de detallarlas para que fallen en zonas locales controladas, de manera que sean fácilmente reparables; un ejemplo se muestra en la figura 9.5.

Para aislar los muros de la estructura es necesario proporcionar una holgura generosa entre el muro y la estructura principal; es recomendable una separación mínima del orden de 2 cm. Debe haber separación tanto con respecto a las columnas y otros ele-



Figura 9.5 Una manera de colocar una pared flexible junto a elementos estructurales.

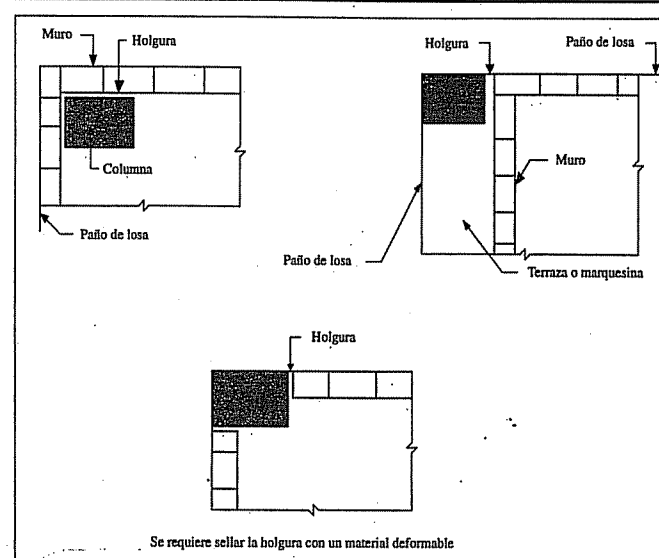


Figura 9.6 Posibles disposiciones de muros en planta para desligarlos de la estructura.

mentos estructurales verticales, como con respecto a la losa (o viga) superior. En el primer caso puede convenir colocar los muros divisorios fuera de los ejes de columnas (figura 9.6). Esta solución presenta ventajas en el comportamiento estructural, pero suele traer complicaciones en cuanto al uso del espacio arquitectónico.

Para asegurar la estabilidad del muro contra el volteo, y a su vez permitir el libre movimiento de éste con respecto a la losa superior, existen diversos procedimientos eficaces y sencillos. Éstos se ilustran en las figuras 9.7 y 9.8. Para muros de mampostería la solución más usual es reforzando con castillos o con refuerzo en el interior de bloques huecos, diseñado para que tome los momentos de volteo del muro. Otras soluciones consisten en guiar arriba el muro mediante ángulos o canales, o mediante guías que entran en muescas preparadas en la losa.

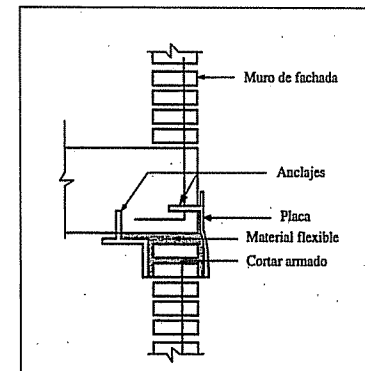


Figura 9.7 Detalles para desligar un muro de fachada.

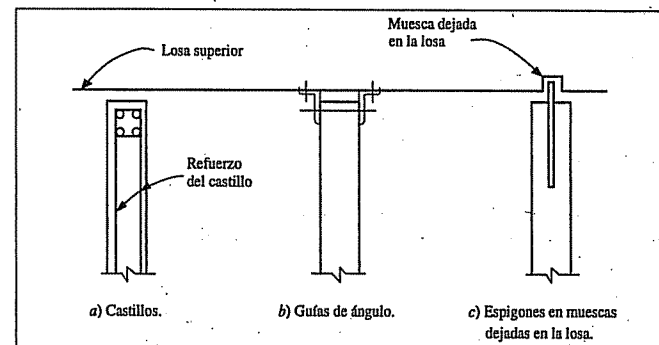


Figura 9.8 Algunos procedimientos para desligar muros de mampostería.

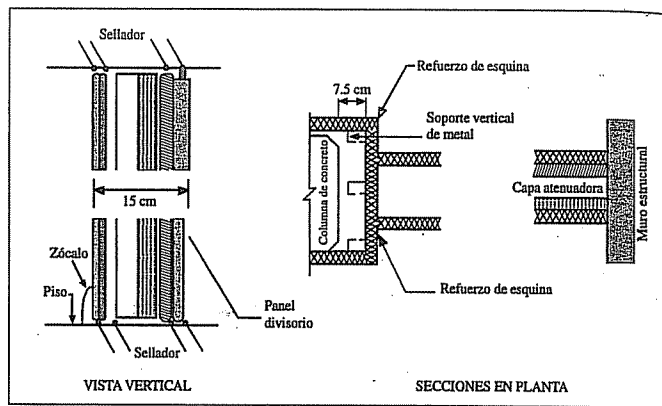


Figura 9.9 Detalles para deslizar muros divisorios de la estructura (referencia 72).

El problema principal de estas soluciones es que las holguras que se dejan entre muro y losa y entre muro y columna deben sellarse para proporcionar aislamiento térmico y acústico, y a la vez permitir colocar los recubrimientos o acabados adecuados. Cuando se trate de muros de mampostería, lo más indicado es el relleno de la junta con un material a la vez muy flexible y aislante; el material más apropiado al respecto es probablemente la espuma de poliestireno. Otros materiales frecuentemente empleados son demasiado rígidos o se vuelven rígidos con el tiempo.

Para muros divisorios ligeros con armazón y recubrimiento, así como para cancelles, existen detalles relativamente sencillos que dependen de la forma constructiva particular empleada. Algunos ejemplos se muestran en la figura 9.9.

b) Recubrimientos y ventanas

El criterio expuesto anteriormente acerca de la elección entre integrar estos elementos a la estructura o separarlos, sigue siendo válido.

Las fachadas prefabricadas de concreto deben proveerse de detalles y holguras que aseguren que no sean afectadas por los movimientos laterales de la estructura. Además, los procedimientos de fijación de estas fachadas a la estructura principal deberán diseñarse cuidadosamente para evitar su falla por efecto de sismo.

Los recubrimientos de piedras naturales o artificiales resultan propensos a desprenderse por las deformaciones laterales de la construcción. Conviene proveer elementos que proporcionen un amarre mecánico de estas piedras con la estructura, y dejar holguras en el revestimiento y en las paredes que lo soporten para que estas no interactúen con la estructura al ocurrir deformaciones laterales. Es recomendable también, cuando se empleen estos revestimientos, limitar los desplazamientos laterales admisibles de la estructura ($\psi = 0.06$). Es conveniente además, cuando se usen revestimientos muy pesados en fachadas, contar con una marquesina que proteja al transeúnte de la caída de alguna de estas piedras. Lo anterior vale también para otros elementos ornamentales que se colocan en fachadas y que deben asegurarse cuidadosamente a la estructura.

Los recubrimientos muy frágiles deben evitarse en escaleras, porque sus paredes están muy expuestas a sufrir deformaciones importantes por efectos sísmicos. También en esos lugares deben evitarse recubrimientos muy pesa-

dos cuya caída pueda herir o impedir el paso a quienes tengan que utilizarlos en caso de un sismo.

Los recubrimientos deberán detallarse con remates especiales o tapajuntas para no interferir con las holguras que se hayan dejado para separar una pared de la estructura principal.

La rotura de vidrios es una de las consecuencias más frecuentes de sismos de intensidad moderada o grande. Deberá proveerse la holgura necesaria ya sea entre vidrio y ventanería o entre ésta y la estructura. Esta holgura deberá estar rellena de un material (mástique o sellador) que mantenga su flexibilidad con el tiempo. Según el RCDF, la holgura mínima admitida es

$$c = \frac{\psi b}{2(1 + b/h)}$$

en que ψ es la distorsión lateral de la estructura admitida en el diseño, y b y h son el ancho y el alto del vidrio, respectivamente. (Véase figura 9.10.)

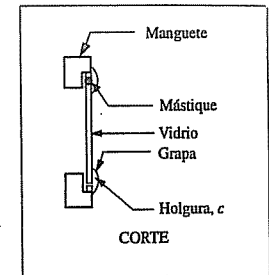


Figura 9.10 Hoguras entre vidrio y manguete.

c) Falsos plafones

Los plafones colgados del techo son elementos que pueden causar serios daños a los ocupantes durante un sismo, especialmente cuando son a base de elementos pesados. El primer requisito es que deben estar asegurados al techo de manera muy firme; el segundo es que deben existir holguras al menos perimetrales para evitar esfuerzos en su plano que tiendan a zafar los elementos del plafón. La figura 9.11 muestra un detalle conveniente.

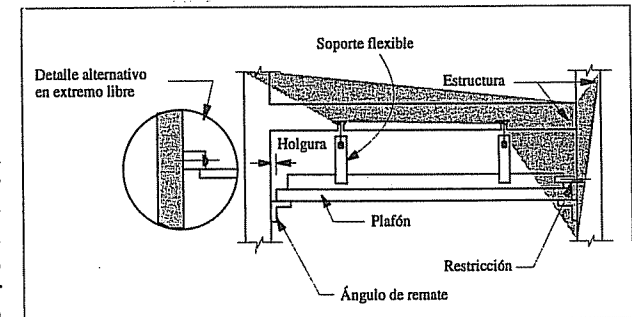


Figura 9.11 Detalles de la periferia de techos suspendidos para prevenir golpeteo y movimientos excesivos.

Deben tenerse precauciones especiales con los plafones de materiales pesados como yeso y madera, donde conviene rigidizar tableros de plafón cada cierto intervalo para evitar su distorsión y la caída de piezas. Asimismo, deben tenerse precauciones semejantes para aquellos equipos que cuelguen del techo, como lámparas. Se les debe proporcionar un anclaje seguro y en muchos casos cierta rigidez horizontal para evitar excesivas vibraciones que pueden provocar la ruptura o caída de materiales.

d) Anaqueles y mobiliario

Conviene que los muebles altos que estén adosados a las paredes se fijen a las mismas para evitar su volteo. También deben restringirse contra el volteo los anaqueles altos, como los que se usan en bibliotecas. En estas últimas resulta sencillo ligar entre sí varios anaqueles en su parte superior por medio de ángulos metálicos u otros elementos rígidos.

Particulares precauciones deben tenerse para proteger los objetos de arte expuestos en museos, tanto en lo relativo a la protección de los muebles en que están colocados como en lo que respecta a su fijación dentro del mueble.

9.4 EQUIPO E INSTALACIONES

Para equipo costoso y sensible a vibraciones debe tenerse particular cuidado en elegir la posición dentro del edificio, los elementos estructurales a los que debe fijarse y los dispositivos de fijación. En sismos recientes, han sido especialmente severos los daños a equipo de telecomunicaciones y de cómputo.

Los equipos mecánicos vibratorios, como generadores eléctricos de emergencia, se montan generalmente como apoyos flexibles con el fin de evitar que transmitan vibraciones a la estructura y produzcan ruido molesto a los ocupantes. Estos apoyos tienden a eliminar vibraciones de alta frecuencia y en general no son muy efectivos para filtrar las vibraciones de frecuencias relativamente bajas que el movimiento de la estructura introduce al equipo durante un sismo.

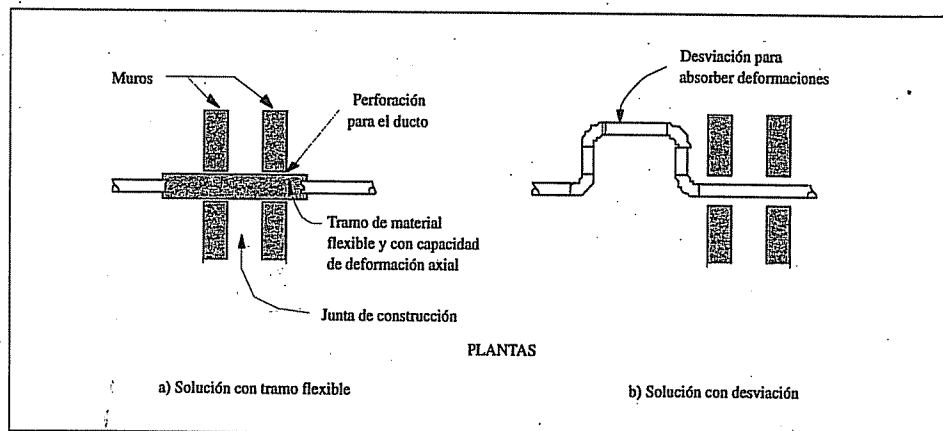
Para equipo particularmente crítico, puede convenir el empleo de apoyos diseñados para proporcionar aislamiento y amortiguamiento de las vibraciones introducidas por la estructura; por ejemplo, con placas de neopreno con un tubo de plomo.

En general, deberán diseñarse las anclas de estos equipos para evitar la falla por cortante o por volteo. Se usarán los métodos simplificados especificados por las normas. En casos de estructuras industriales importantes, resulta necesario realizar un análisis sísmico detallado del equipo recurriendo al concepto del espectro de piso, es decir, teniendo como excitación el movimiento esperado en la parte del edificio sobre el que está apoyado.

Debe considerarse la posibilidad de usar elementos de rigidización o de fijación en la parte superior de los equipos para evitar su volteo durante un sismo.

La mayoría de los tubos y ductos usados en los edificios son suficientemente flexibles para absorber las deformaciones de la estructura durante un sismo. Cuando no lo sean, deberán proveerse tramos flexibles o juntas especiales capaces de rotación o deformación axial. Cuando estas tuberías tienen que cruzar cuerpos separados de un edificio por las llamadas juntas de construcción o juntas sísmicas, es necesario proporcionar tramos deformables, con algún dispositivo como los mostrados esquemáticamente en la figura 9.12. El problema es particularmente crítico cuando se trata de tubos de material rígido, como el concreto, y para los de gran diámetro.

Figura 9.12 Cruce de tubería rígida por juntas de construcción.



Bibliografía

- American Society of Civil Engineers (ASCE), 1986, *Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary*, ASCE Standard 4-86, Nueva York, EUA.
- Aranda, G. R., O. Rascón y L. O. Díaz, 1982, *Análisis sísmico de edificios irregulares en elevación con espectros reducidos por ductilidad*, Ingeniería Sísmica, Núm. 28, México, D. F., México.
- Arias, A., 1969, *A measure of earthquake intensity*, en *Seismic Design for Nuclear Power Plants*, Ed. R. Hansen, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, EUA.
- Arias, A. y R. Husid, 1962, *Influencia del amortiguamiento sobre la respuesta de estructuras sometidas a temblor*, Revista IDIEM, Vol. 1, Núm. 3, 219-229, Santiago, Chile.
- Arnold, C. y R. Reitherman, 1987, *Configuración y Diseño sísmico de edificios*, LIMUSA, Noriega Editores, México, D.F.
- Au, T. y P. C. Christiano, 1987, *Structural Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Nueva Jersey, EUA.
- Avilés, J., E. Pérez-Rocha y R. Aguilar, 1992, *Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura*, Boletín del Centro de Investigación Sísmica, Fundación Barrios Sierra, Vol. 2, Núm. 2, México, D. F., México.
- Bathe, K. J., E. L. Wilson y F. E. Peterson, 1973, *SAP IV: A structural analysis program for static and dynamic response of linear systems*, Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California EERC 73-11, Berkeley, EUA.
- Bathe, K. J. y E. L. Wilson, 1976, *Numerical methods in finite element analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, Nueva Jersey, EUA.
- Bazán, E., 1978, *Análisis sísmico de edificios con muros rigidizantes*, IMCYC, 41, 91, México, D. F., México.
- Bazán E., 1980, *Muros de mampostería ante cargas laterales: estudios analíticos*, Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D. F.
- Bazán, E. y E. Rosenbluth, 1974, *Seismic response of one story X-braced frames*, Technical Note, Journal of the Structural Division, Proc ASCE, 100, ST2, EUA.
- Bernal, D., 1985, *Efectos P-Δ en la respuesta sísmica no lineal*, Serie de Publicaciones Técnicas PT-1, Secretaría de Estado de Obras Públicas y Comunicaciones, República Dominicana.
- Bernal, D., 1991, *Dynamic instability in buildings*, 6th Canadian Conference on Earthquake Engineering, Toronto, Canadá.
- Bernal, D., 1990, *P-Δ effects and instability in the seismic response of buildings*, Report Num. CE-90-14, Department of Civil Engineering, Northeastern University, Boston, EUA.
- Bielak, J., 1966, *Dynamic response of single-degree of freedom bilinear systems*, Tesis de Maestría, Rice University, Texas, EUA.
- Bielak, J., 1971, *Earthquake response of building-foundation systems*, Earthquake Engineering Research Laboratory Report EERL 71-04, California Institute of Technology, Pasadena, California, EUA.

- Bielak, J., 1976, *Modal analysis for building-soil interaction*, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 102, 561-786, EUA.
- Blume, J. A., 1968, *Dynamic characteristics of multistory buildings*, Journal of the Structural Division, Proc ASCE, 94, ST2, EUA.
- Bolt, B. A., 1987, *Earthquakes: a primer*, W. H. Freeman and Company, San Francisco, EUA.
- Cervenka, V., 1970, *Inelastic finite element analysis of reinforced concrete panels under in-plane loads*, Tesis Doctoral, Universidad de Colorado, Boulder, EUA.
- Clough, R. W. y J. Penzien, 1993, *Dynamics of structures*, 2a. ed., McGraw-Hill Book Co., Nueva York, EUA.
- Cook, R. D., D. S. Malkus y M. E. Plesha, 1989, *Concepts and applications of finite element analysis*, 3a. ed., John Wiley & Sons, Nueva York, EUA.
- Craig, R. R., 1981, *Structural dynamics, an introduction to computer methods*, John Wiley & Sons, New York, EUA.
- Crandall, S. H. y W. G. Strang, 1957, *An Improvement of the Holzer table based on a suggestion of Rayleigh's*, Journal of Applied Mechanics, Vol. 24, Núm. 2, 228-230, EUA.
- Chajes, A., 1993, *Principles of structural stability theory*, Neveland Press, Prospect Heights, Illinois, EUA.
- Davison, M. T. y K. E. Robinson, 1965, *Bending and buckling of partially embedded piles*, 6°. Congreso Internacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones (ICSMFE), Vol. 2, 243-246.
- De Buen L. de H., O., 1980, *Estructuras de Acero*, LIMUSA, Noriega Editores, México, D.F.
- Esteve, L., 1980, *Design: general*, Cap. 4 en *Design of earthquake resistant structures*, Ed. E. Rosenblueth, Pentech Press Ltd., Inglaterra, traducido al español por el Instituto Mexicano del Cemento y el Concreto, 2a. impresión por Limusa, 1991, México, D.F., México.
- Faherty, K. F. y T.G. Williamson, 1995, *Wood-engineering and construction handbook* 2da, Edición. McGraw-Hill, New York.
- Federal Emergency Management Agency (FEMA), 1992, *1991 Edition, NEHRP Recommended provisions for the development of seismic regulations for new buildings, Part I, Provisions*, Washington, D. C., EUA.
- Gazetas, G., 1991a, *Foundation vibrations*, Cap. 15 en *Foundation Engineering Handbook*, 2a. ed, Ed. H. Y. Fang, Van Nostrand Reinhold, Nueva York, EUA.
- Gazetas, G., 1991b, *Formulas and charts for impedances of surface and embedded foundations*, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 117, Núm. 9, 1363-1381, EUA.
- Ghali A. y Neville, A. M., 1990, *Structural analysis, a unified classical and matrix approach*, 3a. Ed., Chapman and Hall, Londres, Inglaterra.
- González C., O. y F. Robles, 1995, *Aspectos fundamentales del concreto reforzado*, 3a. Edic. LIMUSA, Noriega Editores, México, D.F., México.
- Gupta, A. K., 1990, *Response spectrum method*, Blackwell Scientific Publications, Inc., Cambridge, Massachusetts, EUA.
- Gutenberg, B. y F. Richter, 1954, *Seismicity of the earth*, Princeton University Press, Princeton, Nueva Jersey, EUA.
- Hanks, T. C. y H. Kanamori, 1979, *A moment magnitude scale*, Journal of Geophysical Research, Núm. 84, 1131-1139, EUA.
- Housner, G. W. y P. C. Jennings, 1982, *Earthquake design criteria*, Monograph of the Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, California, EUA.
- Humar J. L., 1990, *Dynamics of structures*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, EUA.
- IMCA, 1993, *Manual de Construcción en Acero*, Instituto Mexicano de Construcción en Acero, LIMUSA-Noriega Editores, México, D.F., México.
- Khan, F. R. y J. A. Sbarounis, 1964, *Interaction of shear walls and frames*, Journal of the Structural Division, ASCE, 90, ST3, 285-335, EUA.

- Livesley, R. K., 1994, *Elementos finitos, introducción para ingenieros*, Limusa-Noriega Editores, México, D. F., México.
- Loera, S., 1964, *Contribución a un manual para diseño de losas de concreto reforzado*, Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D. F., México.
- MacLeod, I. A., 1971, *Shear wall-frame interaction, a design aid with commentary*, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, EUA., traducido al español por Limusa, México, D. F., México.
- MacLeod, I. A., 1973, *Analysis of shear wall buildings by the frame method*, Proc. Institution of Civil Engineers, Parte 2, Vol. 55, 593-603, Inglaterra.
- MacLeod, I. A., 1990, *Analytical modelling of structural systems*, Ellis Horwood, Nueva York, EUA.
- Martin Marietta Energy Systems, 1993, *Proc National Workshop on Unreinforced Hollow Clay Tile*, San Francisco, California, National Technical Information Service, Departamento de Comercio, Springfield, Virginia, EUA.
- Meli, R., 1975, *Comportamiento sísmico de muros de mampostería*, Instituto de Ingeniería, UNAM, 352, México, D. F., México.
- Meli, R., 1994, *Structural Design of Masonry Buildings, the Mexican Practice en Masonry in the Americas*, ACI Special Publication SP-147, Detroit.
- NERHP Recommended Provisions for the Development of Seismic Regulations for Building, 1985, Building seismic safety council, Federal Emergency Management Agency, Washington.
- Newmark, N., 1962, *A method of computation for structural dynamics*, Transactions, ASCE, Vol. 127, 1406-1435, EUA.
- Newmark, N. M., 1943, *Numerical procedure for computing reflections, moments and buckling loads*, Trans ASCE Vol. 108, 1161-1234, EUA.
- Newmark, N. M. y E. Rosenblueth, 1971, *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, EUA., traducido al español por Editorial Diana, México, D. F., México.
- Nicoletti, S., 1989, *Seismic Design of Steel Structures*, en *The Seismic Design Handbook*, de F. Naeim, Van Nostrand Reinhold, New York.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo*, 1995, Gaceta Oficial del Distrito Federal.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Acero*, 1996, Gaceta Oficial del Distrito Federal.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto*, 1996, Gaceta Oficial del Distrito Federal.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Madera*, 1996, Gaceta Oficial del Distrito Federal.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería*, 1995, Gaceta Oficial del Distrito Federal.
- Norris, C. H. y J. B. Wilbur, 1960, *Elementary Structural Analysis*, 2a. Ed., McGraw-Hill Book Co, Inc, Nueva York, EUA.
- Nuttli, O. W. y R. B. Herrmann, 1982, *Earthquake Magnitude Scales*, ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol. 108, Núm. GT5, p. 783-786, EUA.
- Pais, A. y E. Kausel, 1985, *Stochastic response of foundations*, Research Report R85-6, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, EUA.
- Pais, A. y E. Kausel, 1988, *Approximate formulas for dynamic stiffness of rigid foundations*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 7, Núm. 4, 213-227, Inglaterra.
- Park, R. y W. L. Gamble, 1980, *Reinforced concrete slabs*, John Wiley & Sons, Nueva York, EUA.
- Paulay T. y M. J. N. Priestley, 1992, *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*, John Wiley & Sons, Nueva York, EUA.
- Przemieniecki, J. S., 1968, *Theory of Matrix Structural Analysis*, McGraw-Hill Book Co, Inc, Nueva York, EUA., también publicado por Dover Publications, Inc, EUA, en 1985.
- Rascón, O. A., 1982, *Notas de la materia Diseño Sísmico de Edificios*, Curso Internacional de Ingeniería Sísmica, División de Educación Continua, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D. F., México.

- Rascón, O. A. y A. Villarreal, 1974, *Estudio estadístico de los criterios para estimar la respuesta sísmica de sistemas lineales con dos grados de libertad*, Instituto de Ingeniería, UNAM, pub. 323, México, D. F., México.
- Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, 1993, Diario Oficial de la Federación, México, D. F., también publicado por Editorial Porrúa, México, D.F., México en 1995.
- Ridell, R. y N. M. Newmark, 1979, *Statistical analysis of the response of nonlinear systems subjected to earthquakes*, Civil Engineering Studies, Structural Research Series Núm. 468, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Illinois, Urbana, EUA.
- Roesset, J. M., 1981, *Efectos del suelo en la respuesta sísmica de estructuras*, Ingeniería Sísmica, Núm. 25, México, D. F., México.
- Roesset, J. M., 1980, *Stiffness and damping coefficients of foundations*, in *Dynamic response of pile foundations: analytical aspects*, Eds. M. W. O'Neill y R. Dobry, Proceedings of the Geotechnical Division, ASCE, 1-30, EUA.
- Roesset, J. M., R. V. Whitman y R. Dobry, 1973, *Modal analysis for structures with foundation interaction*, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 99, ST3, 339-416, EUA.
- Rosenblueth, E., 1951, *A basis for seismic design*, Tesis Doctoral, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Illinois, Urbana, EUA.
- Rosenblueth, E., 1965, *Slenderness effects in buildings*, Proc ASCE, Vol. 91, ST1, 229-252, también publicado en español en la Revista Ingeniería, Vol. XXXV, Núm. 1, 1966, UNAM, México, D. F., México.
- Rosenblueth, E., 1979, *Seismic design requirements in a Mexican 1976 code*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 7, Inglaterra.
- Rosenblueth, E. y D. Reséndiz, 1988, *Disposiciones reglamentarias de 1987 para tener en cuenta la interacción suelo-estructura*, Series del Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Núm. 509, México, D. F., México.
- Rosenblueth, E. y J. Elorduy, 1969, *Response of linear systems to certain transient disturbances*, Proceedings, 4º. Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, 1, A-1, 185-196, Santiago, Chile.
- Rosenblueth, E. y L. Esteve, 1962, *Diseño sísmico de edificios*, Folleto complementario al Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, México, D. F., México.
- Rosenblueth, E. y R. Gómez, 1991, *Comentarios a las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo*, Series del Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Núm. ES-7, México, D. F., México.
- Sabol, T. A., 1989, *Design of Non Structural Systems and Components* en The Seismic Design Handbook, ed. F. Naeim, Van Nostrand Reinhold, Nueva York, EUA.
- Sauter F., 1990, *Introducción a la sismología*, Universidad de Costa Rica, San José, C.R.
- Singh, S. K., Rodríguez, M. y Esteve, L., *Statistics of small earthquakes and frequency of occurrence of large earthquakes along the Mexican subduction zone*, Bulletin of the Seismological Society of America, 73, 1779-1996.
- Sutherland, H. y H. L. S. Bowman, 1958, *Structural Theory*, John Wiley & Sons, Nueva York, EUA.
- Timoshenko, S. P. y J. N. Goodier, 1970, *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill, Nueva York, EUA.
- United States Department of Energy (DOE), 1994, *DOE-Standard 1020-94, Natural Phenomena Hazards Evaluation Criteria for Department of Energy Facilities*, Washington, D.C. EUA.
- Villaverde, R., 1984, *On Rosenblueth's rule to combine the modes of systems with closely spaced natural frequencies*, Bulletin Seismological Society of America, Vol. 74, Núm. 2, 325-338, EUA.
- Villaverde, R., 1986, *Simplified seismic analysis of secondary systems*, Journal of the Structural Engineering Division, ASCE, Vol. 112, Núm. 3, 588-604, EUA.
- Villaverde, R. y N. M. Newmark, 1980, *Seismic response of light attachments to buildings*, Civil Engineering Studies, Structural Research Series Núm. 469, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- Wakabayashi, M., 1986, *Design of earthquake resistant buildings*, McGraw-Hill, Nueva York, EUA.

- Weaver, W. Jr. y P. R. Johnston, 1987, *Structural dynamics by finite elements*, Prentice Hall, Inc, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, EUA.
- Whitman, R. V. y J. Bielak, 1980, *Foundations*, Cap. 7 en *Design of earthquake resistant structures*, Ed. E. Rosenblueth, Pentech Press Ltd, Inglaterra, traducido al español por el Instituto Mexicano del Cemento y el Concreto, 2a. impresión por Limusa, 1991, México, D. F., México.
- Wilson, E. L., A. Der Kiureghian y E. P. Bayo, 1981, *A replacement for the SRRS method in seismic analysis*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 9, Núm. 2, Inglaterra.
- Wilson, E. L., J. P. Hollings y H. H. Dovey, 1975, *Three dimensional analysis of building systems (extended version) - ETABS*, Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC, 75-13, Berkeley, EUA.
- Wilson, E. L., M. W. Yuan y J. M. Dickens, 1982, *Dynamic analysis by direct superposition of Ritz vectors*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 10, 813-823, Inglaterra.
- Wilson, E. L. y H. H. Dovey, 1972, *Three dimensional analysis of building systems - TABS*, Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 72-8, Berkeley, EUA.
- Wolf, J. P., 1985, *Dynamic soil-structure interaction*, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, EUA.
- Wolf, J. P., 1988, *Soil-structure interaction analysis in time domain*, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, EUA.
- Zienkiewicz, O. C. y R. L. Taylor, 1989, *The finite element method*, Fourth edition, Volume 1, *Basic formulation and linear problems*, McGraw-Hill, Nueva York (traducido al español por el Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, España).
- Zienkiewicz, O. C. y R. L. Taylor, 1991, *The finite element method*, Fourth edition, Volume 2, *Solid and fluid mechanics, dynamics and nonlinearity*, McGraw-Hill, Nueva York (traducido al español por el Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, España).

Obras afines:

DISEÑO SIMPLIFICADO DE CONCRETO REFORZADO

Harry Parker, et al.

En esta tercera edición se presentan de manera clara y sencilla, los métodos de análisis de los principales elementos estructurales que se construyen con este material.

De la misma forma, se explican los diferentes procesos de construcción del concreto reforzado, así como las consideraciones necesarias para el diseño de las estructuras (especificaciones de los reglamentos, fuerzas aplicadas sobre las estructuras, planificación estructural, integración de los sistemas y costos de la construcción).

Esta obra se dirige principalmente a los arquitectos y constructores, pero es una valiosa guía para los estudiantes y profesionales que se interesan en el tema, aunque no tengan conocimientos amplios sobre éste.

INGENIERÍA SIMPLIFICADA Para arquitectos y constructores

Harry Parker, et al.

A través de la aplicación de matemáticas básicas, los autores plantean sencillas soluciones a los problemas que se presentan con mayor frecuencia en los diseños de elementos estructurales (vigas, columnas, marcos, zapatas y sistemas de cubiertas para techos y pisos), ya sea que se elaboren en madera, acero, concreto o material pétreo.

Esta obra constituye una guía útil y práctica no sólo para estudiantes de arquitectura e ingeniería o profesionales de la construcción que quieren aprender a diseñar estructuras, sino también para quienes desean impartir cursos sobre la materia.